





[redacted]



[redacted]

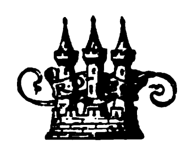
[redacted]

Oldenbourgs

Technische Handbibliothek.

Band IV:

Vianello, Luigi, Der Eisenbau, ein Handbuch für den Brückenbauer und den Eisenkonstrukteur.



München und **Berlin.**
Druck und Verlag von R. Oldenbourg.
1905.

Der Eisenbau.

Ein Handbuch

für den

Brückenbauer und den Eisenkonstrukteur

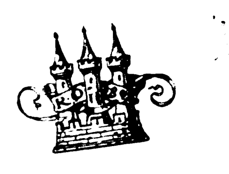
von

Luigi Vianello.

Mit einem Anhang:

Zusammenstellung aller von deutschen Walzwerken hergestellten I- und ⊏-Eisen. Von GUSTAV SCHIMPFF.

Mit 413 Abbildungen.



München und Berlin.
Druck und Verlag von R. Oldenbourg.
1905.

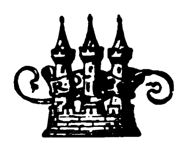


Oldenbourgs

Technische Handbibliothek.

Band IV:

Vianello, Luigi, Der Eisenbau, ein Handbuch für den Brückenbauer und den Eisenkonstrukteur.



München und **Berlin.**
Druck und Verlag von R. Oldenbourg.
1905.

Der Eisenbau.

Ein Handbuch

für den

Brückenbauer und den Eisenkonstrukteur

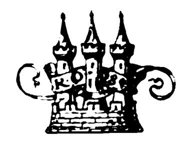
von

Luigi Vianello.

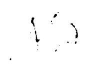
Mit einem Anhang:

Zusammenstellung aller von deutschen Walzwerken hergestellten I- und ⊏-Eisen. Von GUSTAV SCHIMPFF.

Mit 413 Abbildungen.



München und **Berlin.**
Druck und Verlag von R. Oldenbourg.
1905.



[redacted]

Vorwort.

Dem Eisenkonstrukteur stehen heutzutage bei seiner Arbeit vorzügliche Werke als Hilfsmittel zur Verfügung; die Errungenschaften der modernen Theorie und zahlreiche veröffentlichte Beispiele setzen ihn in den Stand, nach eingehendem Studium manche schwierige Aufgabe zu lösen. Beim Entwerfen mufs man aber alles so rasch wie möglich erledigen; man mufs ein übersichtliches Verfahren für die Behandlung der Aufgabe, einfache Formeln und praktische Winke zur Feststellung der Einzelheiten zur Hand haben. Ein nach solchen Gesichtspunkten bearbeitetes Buch, welches das in sich vereinigt, was nur in einer Reihe einschlägiger Werke zu finden ist, fehlte jedoch bisher in der Literatur.

Ich habe nun versucht, diese Lücke auszufüllen. Gestützt auf langjährige Erfahrung und wissenschaftliche Tätigkeit auf den hier in Frage kommenden Gebieten, habe ich es unternommen, ein möglichst vollständiges, dabei kurzgefafstes Werk zu schaffen. Ich mache gewifs keinen Anspruch darauf, alle Fragen beantwortet zu haben, die an den Konstrukteur herantreten; mit Rücksicht auf den Umfang des Buches war es von selbst geboten, das fortzulassen, worüber sich der Techniker nach einiger Überlegung selbst ein Urteil bilden kann. Bestimmte Kenntnisse mufste ich bei dem Leser voraussetzen, und, was nicht weniger wichtig ist, auch einen gewissen praktischen Sinn, der ihn in die Lage setzt, die Angaben des Buches dem jeweiligen Fall anzupassen. Wenn ich trotzdem einige elementare Be-

griffe und grundlegende Sätze mit aufgenommen habe, so glaube ich, mich dadurch nicht in einen Gegensatz zu dem oben Gesagten gebracht zu haben; man weiſs ja aus eigener Erfahrung, wie oft auch der tüchtigste Ingenieur in Verlegenheit gerät, wenn er auf die Prinzipien der Theorie zurückgreifen muſs, um über neue Fälle ins klare zu kommen. Das Entwerfen räumlicher Fachwerke bietet hier ein typisches Beispiel.

Das Buch ist nicht für den Unterricht, sondern für den praktischen Gebrauch bestimmt; demgemäſs enthält es von der Theorie nur so viel, als zum Verständnis der allgemeinen Verfahren und zur Verwendung in neuen Fällen notwendig ist. Es sind aber meist Winke mit angegeben, wie die Richtigkeit der verschiedenen Formeln oder Konstruktionen streng nachzuweisen ist. Von der höheren Mathematik ist grundsätzlich kein Gebrauch gemacht worden. — Eine verhältnismäſsig groſse Anzahl numerischer Beispiele wird zum Verständnis der schwierigeren Fälle wesentlich beitragen.

Die Kapitel über Mauerwerk und Erddruck gehören eigentlich nicht zum Eisenbau, trotzdem sind sie für den Konstrukteur nicht zu entbehren, wenn er, wie gewöhnlich, Entwürfe ganzer Bauwerke mit ihren Fundamenten und sogar mit angeschlossenen gemauerten Bögen ausarbeiten muſs.

Hauptsächlich in den drei letzten Abschnitten des Buches, jedoch auch in den vorhergehenden, wird der Leser manche Angaben finden, die ihm beim Entwerfen willkommen sein werden, und die schwer oder gar nicht anderswo zu finden sind. Ich möchte ihm aber empfehlen, sich mit dem ganzen Buch vertraut zu machen; das nicht groſse Opfer an Zeit wird sich reichlich lohnen, auch wird er vielleicht dadurch auf neue Gedanken geführt werden, die ihm in der Ausübung seines Berufes von Nutzen sein können.

Von einer vollständigen Angabe der Quellen habe ich abgesehen. Ich konnte dies um so eher, als der

Inhalt des Werkes teils aus den Kenntnissen zusammengesetzt ist, die sich ein jeder in seinem Bildungsgang erwirbt, teils aus meinen eigenen Erfahrungen und Untersuchungen geschöpft ist.

Zum Schlufs möchte ich mir noch eine Bemerkung gestatten. Der Leser wird nicht selten geneigt sein, das eine oder andere als überflüssig zu verurteilen; er wolle sich dabei vergegenwärtigen, dafs das, was dem einen nutzlos erscheint, einem anderen willkommen sein kann, und nur deshalb in dem Buch Aufnahme gefunden hat, weil es sich in manchem praktischen Falle als nützlich erwies.

Indem ich der Hoffnung Ausdruck gebe, den Kollegen ein wirklich brauchbares Hilfsmittel zu bieten, bitte ich um deren wohlwollende Beurteilung meiner Arbeit. Alle Winke zur Vervollständigung und Verbesserung des Buches werde ich mit Dank entgegennehmen und bei event. späteren Auflagen gern berücksichtigen; jede sachliche Kritik wird von mir willkommen geheifsen werden.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Herrn Rudolf Schulz für seine Hilfeleistung die verdiente Anerkennung auszusprechen.

Berlin, im November 1904.

Luigi Vianello.

Mitteilungen, die sich auf den Inhalt des Buches beziehen, beliebe man durch die gefl. Vermittlung des Verlegers dem Verfasser zugehen zu lassen.



III. ABSCHNITT

STATIK.

IV. ABSCHNITT

STATISCH BESTIMMTE EBENE FACHWERKE.

V. ABSCHNITT
RÄUMLICHE FACHWERKE.

VI. ABSCHNITT
STATISCH UNBESTIMMTE SYSTEME.

VII. ABSCHNITT
MAUERWERK.

VIII. ABSCHNITT
TECHNISCHE AUFGABEN.

IX. ABSCHNITT
PRAKTISCHE ANGABEN.

X. ABSCHNITT

TABELLEN.

ANHANG.



I. ABSCHNITT

MATHEMATIK.

Tabelle der

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
10	1 0000	0201	0404	0609	0816	1 1025	1236	1449	1664	1881	10
11	2100	2321	2544	2769	2996	3225	3456	3689	3924	4161	11
12	4400	4641	4884	5129	5376	5625	5876	6129	6384	6641	12
13	6900	7161	7424	7689	7956	8225	8496	8769	9044	9321	13
14	9600	9881	*0164	*0449	*0736	2 1025	1316	1609	1904	2201	14
15	2 2500	2801	3104	3409	3716	4025	4836	4649	4964	5281	15
16	5600	5921	6244	6569	6896	7225	7556	7889	8224	8561	16
17	8900	9241	9584	9929	*0276	3 0625	0976	1329	1684	2041	17
18	3 2400	2761	3124	3489	3856	4225	4596	4969	5344	5721	18
19	6100	6481	6864	7249	7636	8025	8416	8809	9204	9601	19
20	4 0000	0401	0804	1209	1616	4 2025	2436	2849	3264	3681	20
21	4100	4521	4944	5369	5796	6225	6656	7089	7524	7961	21
22	8400	8841	9284	9729	*0176	5 0625	1076	1529	1984	2441	22
23	5 2900	3361	3824	4289	4756	5225	5696	6169	6644	7121	23
24	7600	8081	8564	9049	9536	6 0025	0516	1009	1504	2001	24
25	6 2500	3001	3504	4009	4516	5025	5536	6049	6564	7081	25
26	7600	8121	8644	9169	9696	7 0225	0756	1289	1824	2361	26
27	7 2900	3441	3984	4529	5076	5625	6176	6729	7284	7841	27
28	8400	8961	9524	*0089	*0656	8 1225	1796	2369	2944	3521	28
29	8 4100	4681	5264	5849	6436	7025	7616	8209	8804	9401	29
30	9 0000	0601	1204	1809	2416	9 3025	3636	4249	4864	5481	30
31	6100	6721	7344	7969	8596	9225	9856	*0489	*1124	*1761	31
32	10 2400	3041	3684	4329	4976	10 5625	6276	6929	7584	8241	32
33	8900	9561	*0224	*0889	*1556	11 2225	2896	3569	4244	4921	33
34	11 5600	6281	6964	7649	8336	9025	9716	*0409	*1104	*1801	34
35	12 2500	3201	3904	4609	5316	12 6025	6736	7449	8164	8881	53
36	9600	*0321	*1044	*1769	*2496	13 3225	3956	4689	5424	6161	36
37	13 6900	7641	8384	9129	9876	14 0625	1376	2129	2884	3641	37
38	14 4400	5161	5924	6689	7456	8225	8996	9769	*0544	*1321	38
39	15 2100	2881	3664	4449	5236	15 6025	6816	7609	8404	9201	39
40	16 0000	0801	1604	2409	3216	16 4025	4836	5649	6464	7281	40
41	8100	8921	9744	*0569	*1396	17 2225	3056	3889	4724	5561	41
42	17 6400	7241	8084	8929	9776	18 0625	1476	2329	3184	4041	42
43	18 4900	5761	6624	7489	8356	9225	*0096	*0969	*1844	*2721	43
44	19 3600	4481	5364	6249	7136	19 8025	8916	9809	*0704	*1601	44
45	20 2500	3401	4304	5209	6116	20 7025	7936	8849	9764	*0681	45
46	21 1600	2521	3444	4369	5296	21 6225	7156	8089	9024	9961	46
47	22 0900	1841	2784	3729	4676	22 5625	6576	7529	8484	9441	47
48	23 0400	1361	2324	3289	4256	23 5225	6196	7169	8144	9121	48
49	24 0100	1081	2064	3049	4036	24 5025	6016	7009	8004	9001	49
50	25 0000	1001	2004	3009	4016	25 5025	6036	7049	8064	9081	50
51	26 0100	1121	2144	3169	4196	26 5225	6256	7289	8324	9361	51
52	27 0400	1441	2484	3529	4576	27 5625	6676	7729	8784	9841	52
53	28 0900	1961	3024	4089	5156	28 6225	7296	8369	9444	*0521	53
54	29 1600	2681	3764	4849	5936	29 7025	8116	9209	*0304	*1401	54
55	30 2500	3601	4704	5809	6916	30 8025	9136	*0249	*1364	*2481	55

Quadrate.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
55	30 2500	3601	4704	5809	6916	30 8025	9136	*0249	*1364	*2481	55
56	31 3600	4721	5844	6969	8096	31 9225	*0356	*1489	*2624	*3761	56
57	32 4900	6041	7184	8329	9476	33 0625	1776	2929	4084	5241	57
58	33 6400	7561	8724	9889	*1056	34 2225	3396	4569	5744	6921	58
59	34 8100	9281	*0464	*1649	*2836	35 4025	5216	6409	7604	8801	59
60	36 0000	1201	2404	3609	4816	36 6025	7236	8449	9664	*0881	60
61	37 2100	3321	4544	5769	6996	37 8225	9456	*0689	*1924	*3161	61
62	38 4400	5641	6884	8129	9376	39 0625	1876	3129	4384	5641	62
63	39 6900	8161	9424	*0689	*1956	40 3225	4496	5769	7044	8321	63
64	40 9600	*0881	*2164	*3449	*4736	41 6025	7316	8609	9904	*1201	64
65	42 2500	3801	5104	6409	7716	42 9025	*0336	*1649	*2964	*4281	65
66	43 5600	6921	8244	9569	*0896	44 2225	3556	4889	6224	7561	66
67	44 8900	*0241	*1584	*2929	*4276	45 5625	6976	8329	9684	*1041	67
68	46 2400	3761	5124	6489	7856	46 9225	*0596	*1969	*3344	*4721	68
69	47 6100	7481	8864	*0249	*1636	48 3025	4416	5809	7204	8601	69
70	49 0000	1401	2804	4209	5616	49 7025	8436	9849	*1264	*2681	70
71	50 4100	5521	6944	8369	9796	51 1225	2656	4089	5524	6961	71
72	51 8400	9841	*1284	*2729	*4176	52 5625	7076	8529	9984	*1441	72
73	53 2900	4361	5824	7289	8756	54 0225	1696	3169	4644	6121	73
74	54 7600	9081	*0564	*2049	*3536	55 5025	6516	8009	9504	*1001	74
75	56 2500	4001	5504	7009	8516	57 0025	1536	3049	4564	6081	75
76	57 7600	9121	*0644	*2169	*3696	58 5225	6756	8289	9824	*1361	76
77	59 2900	4441	5984	7529	9076	60 0625	2176	3729	5284	6841	77
78	60 8400	9961	*1524	*3089	*4656	61 6225	7796	9369	*0944	*2521	78
79	62 4100	5681	7264	8849	*0436	63 2025	3616	5209	6804	8401	79
80	64 0000	1601	3204	4809	6416	64 8025	9636	*1249	*2864	*4481	80
81	65 6100	7721	9344	*0969	*2596	66 4225	5856	7489	9124	*0761	81
82	67 2400	4041	5684	7329	8976	68 0625	2276	3929	5584	7241	82
83	68 8900	*0561	*2224	*3889	*5556	69 7225	8896	*0569	*2244	*3921	83
84	70 5600	7281	8964	*0649	*2336	71 4025	5716	7409	9104	*0801	84
85	72 2500	4201	5904	7609	9316	73 1025	2736	4449	6164	7881	85
86	73 9600	*1321	*3044	*4769	*6496	74 8225	9956	*1689	*3424	*5161	86
87	75 6900	8641	*0384	*2129	*3876	76 5625	7376	9129	*0884	*2641	87
88	77 4400	6161	7924	9689	*1456	78 3225	4996	6769	8544	*0321	88
89	79 2100	3881	5664	7449	9236	80 1025	2816	4609	6404	8201	89
90	81 0000	1801	3604	5409	7216	81 9025	*0836	*2649	*4464	*6281	90
91	82 8100	9921	*1744	*3569	*5396	83 7225	9056	*0889	*2724	*4561	91
92	84 6400	8241	*0084	*1929	*3776	85 5625	7476	9329	*1184	*3041	92
93	86 4900	6761	8624	*0489	*2356	87 4225	6096	7969	9844	*1721	93
94	88 3600	5481	7364	9249	*1136	89 3025	4916	6809	8704	*0601	94
95	90 2500	4401	6304	8209	*0116	91 2025	3936	5849	7764	9681	95
96	92 1600	3521	5444	7369	9296	93 1225	3156	5089	7024	8961	96
97	94 0900	2841	4784	6729	8676	95 0625	2576	4529	6484	8441	97
98	96 0400	2361	4324	6289	8256	97 0225	2196	4169	6144	8121	98
99	98 0100	2081	4064	6049	8036	99 0025	2016	4009	6004	8001	99

Tabelle der 3ten Potenzen, Wurzeln,

n	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
1	1	1,0000	1,0000	3,142	0,7854
2	8	1,4142	1,2599	6,283	3,1416
3	27	1,7321	1,4422	9,425	7,0686
4	64	2,0000	1,5874	12,566	12,5664
5	125	2,2361	1,7100	15,708	19,6350
6	216	2,4495	1,8171	18,850	28,2743
7	343	2,6458	1,9129	21,991	38,4845
8	512	2,8284	2,0000	25,133	50,2655
9	729	3,0000	2,0801	28,274	63,6173
10	1 000	3,1623	2,1544	31,416	78,5398
11	1 331	3,3166	2,2240	34,558	95,0332
12	1 728	3,4641	2,2894	37,699	113,097
13	2 197	3,6056	2,3513	40,841	132,732
14	2 744	3,7417	2,4101	43,982	153,938
15	3 375	3,8730	2,4662	47,124	176,715
16	4 096	4,0000	2,5198	50,265	201,062
17	4 913	4,1231	2,5713	53,407	226,980
18	5 832	4,2426	2,6207	56,549	254,469
19	6 859	4,3589	2,6684	59,690	283,529
20	8 000	4,4721	2,7144	62,832	314,159
21	9 261	4,5826	2,7589	65,973	346,361
22	10 648	4,6904	2,8020	69,115	380,133
23	12 167	4,7958	2,8439	72,257	415,476
24	13 824	4,8990	2,8845	75,398	452,389
25	15 625	5,0000	2,9240	78,540	490,874
26	17 576	5,0990	2,9625	81,681	530,929
27	19 683	5,1962	3,0000	84,823	572,555
28	21 952	5,2915	3,0366	87,965	615,752
29	24 389	5,3852	3,0723	91,106	660,520
30	27 000	5,4772	3,1072	94,248	706,858
31	29 791	5,5678	3,1414	97,389	754,768
32	32 768	5,6569	3,1748	100,53	804,248
33	35 937	5,7446	3,2075	103,67	855,299
34	39 304	5,8310	3,2396	106,81	907,920
35	42 875	5,9161	3,2711	109,96	962,113
36	46 656	6,0000	3,3019	113,10	1017,88
37	50 653	6,0828	3,3322	116,24	1075,21
38	54 872	6,1644	3,3620	119,38	1134,11
39	59 319	6,2450	3,3912	122,52	1194,59
40	64 000	6,3246	3,4200	125,66	1256,64
41	68 921	6,4031	3,4482	128,81	1320,25
42	74 088	6,4807	3,4760	131,95	1385,44
43	79 507	6,5574	3,5034	135,09	1452,20
44	85 184	6,6332	3,5303	138,23	1520,53
45	91 125	6,7082	3,5569	141,37	1590,43
46	97 336	6,7823	3,5830	144,51	1661,90
47	103 823	6,8557	3,6088	147,65	1734,94
48	110 592	6,9282	3,6342	150,80	1809,56
49	117 649	7,0000	3,6593	153,94	1885,74
50	125 000	7,0711	3,6840	157,08	1963,50

Kreisumfänge und Kreisflächen.

n	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
50	125 000	7,0711	3,6840	157,08	1963,50
51	132 651	7,1414	3,7084	160,22	2042,82
52	140 608	7,2111	3,7325	163,36	2123,72
53	148 877	7,2801	3,7563	166,50	2206,18
54	157 464	7,3485	3,7798	169,65	2290,22
55	166 375	7,4162	3,8030	172,79	2375,83
56	175 616	7,4833	3,8259	175,93	2463,01
57	185 193	7,5498	3,8485	179,07	2551,76
58	195 112	7,6158	3,8709	182,21	2642,08
59	205 379	7,6811	3,8930	185,35	2733,97
60	216 000	7,7460	3,9149	188,50	2827,43
61	226 981	7,8102	3,9365	191,64	2922,47
62	238 328	7,8740	3,9579	194,78	3019,07
63	250 047	7,9373	3,9791	197,92	3117,25
64	262 144	8,0000	4,0000	201,06	3216,99
65	274 625	8,0623	4,0207	204,20	3318,31
66	287 496	8,1240	4,0412	207,35	3421,19
67	300 763	8,1854	4,0615	210,49	3525,65
68	314 432	8,2462	4,0817	213,63	3631,68
69	328 509	8,3066	4,1016	216,77	3739,28
70	343 000	8,3666	4,1213	219,91	3848,45
71	357 911	8,4261	4,1408	223,05	3959,19
72	373 248	8,4853	4,1602	226,19	4071,50
73	389 017	8,5440	4,1793	229,34	4185,39
74	405 224	8,6023	4,1983	232,48	4300,84
75	421 875	8,6603	4,2172	235,62	4417,86
76	438 976	8,7178	4,2358	238,76	4536,46
77	456 533	8,7750	4,2543	241,90	4656,63
78	474 552	8,8318	4,2727	245,04	4778,36
79	493 039	8,8882	4,2908	248,19	4901,67
80	512 000	8,9443	4,3089	251,33	5026,55
81	531 441	9,0000	4,3267	254,47	5153,00
82	551 368	9,0554	4,3445	257,61	5281,02
83	571 787	9,1104	4,3621	260,75	5410,61
84	592 704	9,1652	4,3795	263,89	5541,77
85	614 125	9,2195	4,3968	267,04	5674,50
86	636 056	9,2736	4,4140	270,18	5808,80
87	658 503	9,3274	4,4310	273,32	5944,68
88	681 472	9,3808	4,4480	276,46	6082,12
89	704 969	9,4340	4,4647	279,60	6221,14
90	729 000	9,4868	4,4814	282,74	6361,73
91	753 571	9,5394	4,4979	285,88	6503,88
92	778 688	9,5917	4,5144	289,03	6647,61
93	804 357	9,6437	4,5307	292,17	6792,91
94	830 584	9,6954	4,5468	295,31	6939,78
95	857 375	9,7468	4,5629	298,45	7088,22
96	884 736	9,7980	4,5789	301,59	7238,23
97	912 673	9,8489	4,5947	304,73	7389,81
98	941 192	9,8995	4,6104	307,88	7542,96
99	970 299	9,9499	4,6261	311,02	7697,69
100	1000 000	10,0000	4,6416	314,16	7853,98

Bogenlängen b, Sehnenlängen s und Bogenhöhen f für den

α^0	b	s	f	α^0	b	s	f
1	0,0175	0,0175	0,0000	47	0,8203	0,7975	0,0829
2	0,0349	0,0349	0,0002	48	0,8378	0,8135	0,0865
3	0,0524	0,0524	0,0003	49	0,8552	0,8294	0,0900
4	0,0698	0,0698	0,0006	50	0,8727	0,8452	0,0937
5	0,0873	0,0872	0,0010	51	0,8901	0,8610	0,0974
6	0,1047	0,1047	0,0014	52	0,9076	0,8767	0,1012
7	0,1222	0,1221	0,0019	53	0,9250	0,8924	0,1051
8	0,1396	0,1395	0,0024	54	0,9425	0,9080	0,1090
9	0,1571	0,1569	0,0031	55	0,9599	0,9235	0,1130
10	0,1745	0,1743	0,0038	56	0,9774	0,9389	0,1171
11	0,1920	0,1917	0,0046	57	0,9948	0,9543	0,1212
12	0,2094	0,2091	0,0055	58	1,0123	0,9696	0,1254
13	0,2269	0,2264	0,0064	59	1,0297	0,9848	0,1296
14	0,2443	0,2437	0,0075	60	1,0472	1,0000	0,1340
15	0,2618	0,2611	0,0086	61	1,0647	1,0151	0,1384
16	0,2793	0,2783	0,0097	62	1,0821	1,0301	0,1428
17	0,2967	0,2956	0,0110	63	1,0996	1,0450	0,1474
18	0,3142	0,3129	0,0123	64	1,1170	1,0598	0,1520
19	0,3316	0,3301	0,0137	65	1,1345	1,0746	0,1566
20	0,3491	0,3473	0,0152	66	1,1519	1,0893	0,1613
21	0,3665	0,3645	0,0167	67	1,1694	1,1039	0,1661
22	0,3840	0,3816	0,0184	68	1,1868	1,1184	0,1710
23	0,4014	0,3987	0,0201	69	1,2043	1,1328	0,1759
24	0,4189	0,4158	0,0219	70	1,2217	1,1472	0,1808
25	0,4363	0,4329	0,0237	71	1,2392	1,1614	0,1859
26	0,4538	0,4499	0,0256	72	1,2566	1,1756	0,1910
27	0,4712	0,4669	0,0276	73	1,2741	1,1896	0,1961
28	0,4887	0,4838	0,0297	74	1,2915	1,2036	0,2014
29	0,5061	0,5008	0,0319	75	1,3090	1,2175	0,2066
30	0,5236	0,5176	0,0341	76	1,3265	1,2313	0,2120
31	0,5411	0,5345	0,0364	77	1,3439	1,2450	0,2174
32	0,5585	0,5512	0,0387	78	1,3614	1,2586	0,2229
33	0,5760	0,5680	0,0412	79	1,3788	1,2722	0,2284
34	0,5934	0,5847	0,0437	80	1,3963	1,2856	0,2340
35	0,6109	0,6014	0,0463	81	1,4137	1,2989	0,2396
36	0,6283	0,6180	0,0489	82	1,4312	1,3121	0,2453
37	0,6458	0,6346	0,0517	83	1,4486	1,3252	0,2510
38	0,6632	0,6511	0,0545	84	1,4661	1,3383	0,2569
39	0,6807	0,6676	0,0574	85	1,4835	1,3512	0,2627
40	0,6981	0,6840	0,0603	86	1,5010	1,3640	0,2686
41	0,7156	0,7004	0,0633	87	1,5184	1,3767	0,2746
42	0,7330	0,7167	0,0664	88	1,5359	1,3893	0,2807
43	0,7505	0,7330	0,0696	89	1,5533	1,4018	0,2867
44	0,7679	0,7492	0,0728	90	1,5708	1,4142	0,2929
45	0,7854	0,7654	0,0761	91	1,5882	1,4265	0,2991
46	0,8029	0,7815	0,0795	92	1,6057	1,4387	0,3053
				93	1,6232	1,4507	0,3116

Kreisumfänge und Kreisflächen.

n	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$
50	125 000	7,0711	3,6840	157,08	1963,50
51	132 651	7,1414	3,7084	160,22	2042,82
52	140 608	7,2111	3,7325	163,36	2123,72
53	148 877	7,2801	3,7563	166,50	2206,18
54	157 464	7,3485	3,7798	169,65	2290,22
55	166 375	7,4162	3,8030	172,79	2375,83
56	175 616	7,4833	3,8259	175,93	2463,01
57	185 193	7,5498	3,8485	179,07	2551,76
58	195 112	7,6158	3,8709	182,21	2642,08
59	205 379	7,6811	3,8930	185,35	2733,97
60	216 000	7,7460	3,9149	188,50	2827,43
61	226 981	7,8102	3,9365	191,64	2922,47
62	238 328	7,8740	3,9579	194,78	3019,07
63	250 047	7,9373	3,9791	197,92	3117,25
64	262 144	8,0000	4,0000	201,06	3216,99
65	274 625	8,0623	4,0207	204,20	3318,31
66	287 496	8,1240	4,0412	207,35	3421,19
67	300 763	8,1854	4,0615	210,49	3525,65
68	314 432	8,2462	4,0817	213,63	3631,68
69	328 509	8,3066	4,1016	216,77	3739,28
70	343 000	8,3666	4,1213	219,91	3848,45
71	357 911	8,4261	4,1408	223,05	3959,19
72	373 248	8,4853	4,1602	226,19	4071,50
73	389 017	8,5440	4,1793	229,34	4185,39
74	405 224	8,6023	4,1983	232,48	4300,84
75	421 875	8,6603	4,2172	235,62	4417,86
76	438 976	8,7178	4,2358	238,76	4536,46
77	456 533	8,7750	4,2543	241,90	4656,63
78	474 552	8,8318	4,2727	245,04	4778,36
79	493 039	8,8882	4,2908	248,19	4901,67
80	512 000	8,9443	4,3089	251,33	5026,55
81	531 441	9,0000	4,3267	254,47	5153,00
82	551 368	9,0554	4,3445	257,61	5281,02
83	571 787	9,1104	4,3621	260,75	5410,61
84	592 704	9,1652	4,3795	263,89	5541,77
85	614 125	9,2195	4,3968	267,04	5674,50
86	636 056	9,2736	4,4140	270,18	5808,80
87	658 503	9,3274	4,4310	273,32	5944,68
88	681 472	9,3808	4,4480	276,46	6082,12
89	704 969	9,4340	4,4647	279,60	6221,14
90	729 000	9,4868	4,4814	282,74	6361,73
91	753 571	9,5394	4,4979	285,88	6503,88
92	778 688	9,5917	4,5144	289,03	6647,61
93	804 357	9,6437	4,5307	292,17	6792,91
94	830 584	9,6954	4,5468	295,31	6939,78
95	857 375	9,7468	4,5629	298,45	7088,22
96	884 736	9,7980	4,5789	301,59	7238,23
97	912 673	9,8489	4,5947	304,73	7389,81
98	941 192	9,8995	4,6104	307,88	7542,96
99	970 299	9,9499	4,6261	311,02	7697,69
100	1000 000	10,0000	4,6416	314,16	7853,98

Bogenlänge und Segmentfläche nach dem

f/s	b/s	F/s^2	f/s	b/s	F/s^2	f/s	b/s	F/s^2
0,010	1,0003	0,0067	0,132	1,0458	0,0892	0,212	1,1158	0,1463
015	0006	0100	134	0472	0906	214	1180	1478
020	0011	0133	136	0486	0920	216	1201	1492
025	0017	0167	138	0500	0934	218	1222	1507
030	0024	0200	140	0515	0948	220	1244	1522
0,035	1,0033	0,0234	0,142	1,0530	0,0962	0,222	1,1266	0,1537
040	0043	0267	144	0544	0976	224	1288	1552
045	0054	0300	146	0559	0990	226	1311	1567
050	0067	0334	148	0574	1004	228	1333	1582
055	0080	0368	150	0590	1018	230	1356	1596
0,060	1,0096	0,0401	0,152	1,0605	0,1032	0,232	1,1379	0,1611
065	0112	0435	154	0621	1046	234	1402	1626
070	0130	0468	156	0637	1060	236	1425	1641
075	0149	0502	158	0653	1074	238	1448	1656
080	0170	0536	160	0669	1088	240	1471	1671
0,082	1,0179	0,0550	0,162	1,0686	0,1102	0,242	1,1495	0,1687
084	0188	0563	164	0702	1117	244	1519	1702
086	0197	0577	166	0719	1131	246	1543	1717
088	0203	0591	168	0733	1145	248	1567	1732
090	0216	0604	170	0754	1159	250	1591	1747
0,092	1,0226	0,0618	0,172	1,0771	0,1173	0,252	1,1616	0,1763
094	0235	0632	174	0789	1188	254	1640	1778
096	0246	0645	176	0807	1202	256	1665	1793
098	0256	0659	178	0825	1216	258	1690	1809
100	0265	0672	180	0843	1231	260	1715	1824
0,102	1,0275	0,0686	0,182	1,0861	0,1245	0,262	1,1740	0,1839
104	0286	0700	184	0880	1259	264	1765	1855
106	0297	0714	186	0898	1274	266	1791	1870
108	0308	0727	188	0917	1288	268	1816	1886
110	0320	0741	190	0936	1302	270	1843	1901
0,112	1,0331	0,0755	0,192	1,0956	0,1317	0,272	1,1869	0,1917
114	0343	0768	194	0975	1332	274	1895	1933
116	0355	0782	196	0995	1346	276	1921	1948
118	0367	0796	198	1015	1361	278	1948	1964
120	0380	0810	200	1035	1375	280	1974	1980
0,122	1,0392	0,0823	0,202	1,1055	0,1390	0,282	1,2001	0,1996
124	0405	0837	204	1075	1404	284	2028	2011
126	0418	0851	206	1096	1419	286	2056	2027
128	0431	0865	208	1116	1434	288	2083	2043
130	0445	0879	210	1137	1448	290	2111	2058

Halbmesser = 1 nach dem Zentriwinkel α in Grad.

α^0	b	s	f	α^0	b	s	f
94	1,6406	1,4627	0,3180	137	2,3911	1,8608	0,6335
95	1,6580	1,4746	0,3244	138	2,4086	1,8672	0,6416
96	1,6755	1,4863	0,3309	139	2,4260	1,8733	0,6498
97	1,6930	1,4979	0,3374	140	2,4435	1,8794	0,6580
98	1,7104	1,5094	0,3439	141	2,4609	1,8853	0,6662
99	1,7279	1,5208	0,3506	142	2,4784	1,8910	0,6744
100	1,7453	1,5321	0,3572	143	2,4958	1,8966	0,6827
101	1,7628	1,5432	0,3639	144	2,5133	1,9021	0,6910
102	1,7802	1,5543	0,3707	145	2,5307	1,9074	0,6993
103	1,7977	1,5652	0,3775	146	2,5482	1,9126	0,7076
104	1,8151	1,5760	0,3843	147	2,5656	1,9176	0,7160
105	1,8326	1,5867	0,3912	148	2,5831	1,9225	0,7244
106	1,8500	1,5973	0,3982	149	2,6005	1,9273	0,7328
107	1,8675	1,6077	0,4052	150	2,6180	1,9319	0,7412
108	1,8850	1,6180	0,4122	151	2,6354	1,9363	0,7496
109	1,9024	1,6282	0,4193	152	2,6529	1,9406	0,7581
110	1,9199	1,6383	0,4264	153	2,6704	1,9447	0,7666
111	1,9373	1,6483	0,4336	154	2,6878	1,9487	0,7750
112	1,9548	1,6581	0,4408	155	2,7053	1,9526	0,7836
113	1,9722	1,6678	0,4481	156	2,7227	1,9563	0,7921
114	1,9897	1,6773	0,4554	157	2,7402	1,9598	0,8006
115	2,0071	1,6868	0,4627	158	2,7576	1,9633	0,8092
116	2,0246	1,6961	0,4701	159	2,7751	1,9665	0,8178
117	2,0420	1,7053	0,4775	160	2,7925	1,9696	0,8264
118	2,0595	1,7143	0,4850	161	2,8100	1,9726	0,8350
119	2,0769	1,7233	0,4925	162	2,8274	1,9754	0,8436
120	2,0944	1,7321	0,5000	163	2,8449	1,9780	0,8522
121	2,1118	1,7407	0,5076	164	2,8623	1,9805	0,8608
122	2,1293	1,7492	0,5152	165	2,8798	1,9829	0,8695
123	2,1468	1,7576	0,5228	166	2,8972	1,9851	0,8781
124	2,1642	1,7659	0,5305	167	2,9147	1,9871	0,8868
125	2,1817	1,7740	0,5383	168	2,9322	1,9890	0,8955
126	2,1991	1,7820	0,5460	169	2,9496	1,9908	0,9042
127	2,2166	1,7899	0,5538	170	2,9671	1,9924	0,9128
128	2,2340	1,7976	0,5616	171	2,9845	1,9938	0,9215
129	2,2515	1,8052	0,5695	172	3,0020	1,9951	0,9302
130	2,2689	1,8126	0,5774	173	3,0194	1,9963	0,9390
131	2,2864	1,8199	0,5853	174	3,0369	1,9973	0,9477
132	2,3038	1,8271	0,5933	175	3,0543	1,9981	0,9564
133	2,3213	1,8341	0,6013	176	3,0718	1,9988	0,9651
134	2,3387	1,8410	0,6093	177	3,0892	1,9993	0,9738
135	2,3562	1,8478	0,6173	178	3,1067	1,9997	0,9825
136	2,3736	1,8544	0,6254	179	3,1241	1,9999	0,9913
				180	3,1416	2,0000	1,0000

Trigonometrische

Grad	Sinus 0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,000	0,003	0,006	0,009	0,012	0,015	0,017	89
1	0,017	0,020	0,023	0,026	0,029	0,032	0,035	88
2	0,035	0,038	0,041	0,044	0,047	0,049	0,052	87
3	0,052	0,055	0,058	0,061	0,064	0,067	0,070	86
4	0,070	0,073	0,076	0,078	0,081	0,084	0,087	85
5	0,087	0,090	0,093	0,096	0,099	0,102	0,105	84
6	0,105	0,107	0,110	0,113	0,116	0,119	0,122	83
7	0,122	0,125	0,128	0,131	0,133	0,136	0,139	82
8	0,139	0,142	0,145	0,148	0,151	0,154	0,156	81
9	0,156	0,159	0,162	0,165	0,168	0,171	0,174	80
10	0,174	0,177	0,179	0,182	0,185	0,188	0,191	79
11	0,191	0,194	0,197	0,199	0,202	0,205	0,208	78
12	0,208	0,211	0,214	0,216	0,219	0,222	0,225	77
13	0,225	0,228	0,231	0,233	0,236	0,239	0,242	76
14	0,242	0,245	0,248	0,250	0,253	0,256	0,259	75
15	0,259	0,262	0,264	0,267	0,270	0,273	0,276	74
16	0,276	0,278	0,281	0,284	0,287	0,290	0,292	73
17	0,292	0,295	0,298	0,301	0,303	0,306	0,309	72
18	0,309	0,312	0,315	0,317	0,320	0,323	0,326	71
19	0,326	0,328	0,331	0,334	0,337	0,339	0,342	70
20	0,342	0,345	0,347	0,350	0,353	0,356	0,358	69
21	0,358	0,361	0,364	0,367	0,369	0,372	0,375	68
22	0,375	0,377	0,380	0,383	0,385	0,388	0,391	67
23	0,391	0,393	0,396	0,399	0,401	0,404	0,407	66
24	0,407	0,409	0,412	0,415	0,417	0,420	0,423	65
25	0,423	0,425	0,428	0,431	0,433	0,436	0,438	64
26	0,438	0,441	0,444	0,446	0,449	0,451	0,454	63
27	0,454	0,457	0,459	0,462	0,464	0,467	0,469	62
28	0,469	0,472	0,475	0,477	0,480	0,482	0,485	61
29	0,485	0,487	0,490	0,492	0,495	0,497	0,500	60
30	0,500	0,503	0,505	0,508	0,510	0,513	0,515	59
31	0,515	0,518	0,520	0,523	0,525	0,527	0,530	58
32	0,530	0,532	0,535	0,537	0,540	0,542	0,545	57
33	0,545	0,547	0,550	0,552	0,554	0,557	0,559	56
34	0,559	0,562	0,564	0,566	0,569	0,571	0,574	55
35	0,574	0,576	0,578	0,581	0,583	0,585	0,588	54
36	0,588	0,590	0,592	0,595	0,597	0,599	0,602	53
37	0,602	0,604	0,606	0,609	0,611	0,613	0,616	52
38	0,616	0,618	0,620	0,623	0,625	0,627	0,629	51
39	0,629	0,632	0,634	0,636	0,638	0,641	0,643	50
40	0,643	0,645	0,647	0,649	0,652	0,654	0,656	49
41	0,656	0,658	0,660	0,663	0,665	0,667	0,669	48
42	0,669	0,671	0,673	0,676	0,678	0,680	0,682	47
43	0,682	0,684	0,686	0,688	0,690	0,693	0,695	46
44	0,695	0,697	0,699	0,701	0,703	0,705	0,707	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad
	Kosinus.							

Funktionen.

Grad	Kosinus							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	89
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,999	88
2	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	87
3	0,999	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	0,998	86
4	0,998	0,997	0,997	0,997	0,997	0,996	0,996	85
5	0,996	0,996	0,996	0,995	0,995	0,995	0,995	84
6	0,995	0,994	0,994	0,994	0,993	0,993	0,993	83
7	0,993	0,992	0,992	0,991	0,991	0,991	0,990	82
8	0,990	0,990	0,989	0,989	0,989	0,988	0,988	81
9	0,988	0,987	0,987	0,986	0,986	0,985	0,985	80
10	0,985	0,984	0,984	0,983	0,983	0,982	0,982	79
11	0,982	0,981	0,981	0,980	0,979	0,979	0,978	78
12	0,978	0,978	0,977	0,976	0,976	0,975	0,974	77
13	0,974	0,974	0,973	0,972	0,972	0,971	0,970	76
14	0,970	0,970	0,969	0,968	0,967	0,967	0,966	75
15	0,966	0,965	0,964	0,964	0,963	0,962	0,961	74
16	0,961	0,960	0,960	0,959	0,958	0,957	0,956	73
17	0,956	0,955	0,955	0,954	0,953	0,952	0,951	72
18	0,951	0,950	0,949	0,948	0,947	0,946	0,946	71
19	0,946	0,945	0,944	0,943	0,942	0,941	0,940	70
20	0,940	0,939	0,938	0,937	0,936	0,935	0,934	69
21	0,934	0,933	0,931	0,930	0,929	0,928	0,927	68
22	0,927	0,926	0,925	0,924	0,923	0,922	0,921	67
23	0,921	0,919	0,918	0,917	0,916	0,915	0,914	66
24	0,914	0,912	0,911	0,910	0,909	0,908	0,906	65
25	0,906	0,905	0,904	0,903	0,901	0,900	0,899	64
26	0,899	0,898	0,896	0,895	0,894	0,892	0,891	63
27	0,891	0,890	0,888	0,887	0,886	0,884	0,883	62
28	0,883	0,882	0,880	0,879	0,877	0,876	0,875	61
29	0,875	0,873	0,872	0,870	0,869	0,867	0,866	60
30	0,866	0,865	0,863	0,862	0,860	0,859	0,857	59
31	0,857	0,856	0,854	0,853	0,851	0,850	0,848	58
32	0,848	0,847	0,845	0,843	0,842	0,840	0,839	57
33	0,839	0,837	0,835	0,834	0,832	0,831	0,829	56
34	0,829	0,827	0,826	0,824	0,822	0,821	0,819	55
35	0,819	0,817	0,816	0,814	0,812	0,811	0,809	54
36	0,809	0,807	0,806	0,804	0,802	0,800	0,799	53
37	0,799	0,797	0,795	0,793	0,792	0,790	0,788	52
38	0,788	0,786	0,784	0,783	0,781	0.779	0,777	51
39	0,777	0,775	0,773	0,772	0,770	0,768	0,766	50
40	0,766	0,764	0,762	0,760	0,759	0,757	0,755	49
41	0,755	0,753	0,751	0,749	0,747	0,745	0,743	48
42	0,743	0,741	0,739	0,737	0,735	0,733	0,731	47
43	0,731	0,729	0,727	0,725	0,723	0,721	0,719	46
44	0,719	0,717	0,715	0,713	0,711	0,709	0,707	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Grad
	Sinus							

Trigonometrische

Grad	Tangens							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	0,000	0,003	0,006	0,009	0,012	0,015	0,017	89
1	0,017	0 020	0,023	0,026	0,029	0,032	0,035	88
2	0,035	0,038	0,041	0,044	0,047	0,049	0,052	87
3	0,052	0,055	0,058	0,061	0,064	0,067	0,070	86
4	0,070	0,073	0,076	0,079	0,082	0,085	0,087	85
	0,087	0,090	0,093	0,096	0,099	0,102	0,105	84
6	0,105	0,108	0,111	0,114	0,117	0,120	0,123	83
7	0,123	0,126	0,129	0,132	0,135	0,138	0,141	82
8	0,141	0,144	0,146	0,149	0,152	0,155	0,158	81
9	0,158	0,161	0,164	0,167	0,170	0,173	0,176	80
10	0,176	0,179	0,182	0,185	0,188	0,191	0,194	79
11	0,194	0,197	0,200	0,203	0,206	0,210	0,213	78
12	0,213	0,216	0,219	0,222	0,225	0,228	0,231	77
13	0,231	0,234	0,237	0,240	0,243	0,246	0,249	76
14	0,249	0,252	0,256	0,259	0,262	0,265	0,268	75
15	0,268	0,271	0,274	0,277	0,280	0,284	0,287	74
16	0,287	0,290	0,293	0,296	0,299	0,303	0,306	73
17	0,306	0,309	0,312	0,315	0,319	0,322	0,325	72
18	0,325	0,328	0,331	0,335	0,338	0,341	0,344	71
19	0,344	0,348	0,351	0,354	0,357	0,361	0,364	70
20	0,364	0,367	0,371	0,374	0,377	0,381	0,384	69
21	0,384	0,387	0,391	0,394	0,397	0,401	0,404	68
22	0,404	0,407	0,411	0,414	0,418	0,421	0,424	67
23	0,424	0,428	0,431	0,435	0,438	0,442	0,445	66
24	0,445	0,449	0,452	0,456	0,459	0,463	0,466	65
25	0,466	0,470	0,473	0,477	0,481	0,484	0,488	64
26	0,488	0,491	0,495	0,499	0,502	0,506	0,510	63
27	0,510	0,513	0,517	0,521	0,524	0,528	0,532	62
28	0,532	0,535	0,539	0,543	0,547	0,551	0,554	61
29	0,554	0,558	0,562	0,566	0,570	0,573	0,577	60
30	0,577	0,581	0,585	0,589	0,593	0,597	0,601	59
31	0,601	0,605	0,609	0,613	0,617	0,621	0,625	58
32	0,625	0,629	0,633	0,637	0,641	0,645	0,649	57
33	0,649	0,654	0,658	0,662	0,666	0,670	0,675	56
34	0,675	0,679	0,683	0,687	0,692	0,696	0,700	55
35	0,700	0,705	0,709	0,713	0,718	0,722	0,727	54
36	0,727	0,731	0,735	0,740	0,744	0,749	0,754	53
37	0,754	0,758	0,763	0,767	0,772	0,777	0,781	52
38	0,781	0,786	0,791	0,795	0,800	0,805	0,810	51
39	0,810	0,815	0,819	0,824	0,829	0,834	0,839	50
40	0,839	0,844	0,849	0,854	0,859	0,864	0,869	49
41	0,869	0,874	0,880	0,885	0,890	0,895	0,900	48
42	0,900	0,906	0,911	0,916	0,922	0,927	0,933	47
43	0,933	0,938	0,943	0,949	0,955	0,960	0,966	46
44	0,966	0,971	0,977	0,983	0,988	0,994	1,000	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Grad
	Kotangens							

Funktionen.

Grad	Kotangens							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	∞	313,774	171,885	114,589	85,940	68,750	57,290	89
1	57,290	49,104	42,964	38,188	34,368	31,242	28,636	88
2	28,636	26,432	24,542	22,904	21,470	20,206	19,081	87
3	19,081	18,075	17,169	16,350	15,605	14,924	14,301	86
4	14,301	13,727	13,197	12,706	12,251	11,826	11,430	85
5	11,430	11,059	10,712	10,385	10,078	9,788	9,514	84
6	9,514	9,255	9,010	8,777	8,556	8,345	8,144	83
7	8,144	7,953	7,770	7,596	7,429	7,269	7,115	82
8	7,115	6,968	6,827	6,691	6,561	6,435	6,314	81
9	6,314	6,197	6,084	5,976	5,871	5,769	5,671	80
10	5,671	5,576	5,485	5,396	5,309	5,226	5,145	79
11	5,145	5,066	4,989	4,915	4,843	4,773	4,705	78
12	4,705	4,638	4,574	4,511	4,449	4,390	4,331	77
13	4,331	4,275	4,219	4,165	4,113	4,061	4,011	76
14	4,011	3,962	3,914	3,867	3,821	3,776	3,732	75
15	3,732	3,689	3,647	3,606	3,566	3,526	3,487	74
16	3,487	3,450	3,412	3,376	3,340	3,305	3,271	73
17	3,271	3,237	3,204	3,172	3,140	3,108	3,078	72
18	3,078	3,047	3,018	2,989	2,960	2,932	2,904	71
19	2,904	2,877	2,850	2,824	2,798	2,773	2,747	70
20	2,747	2,723	2,699	2,675	2,651	2,628	2,605	69
21	2,605	2,583	2,560	2,539	2,517	2,496	2,475	68
22	2,475	2,455	2,434	2,414	2,394	2,375	2,356	67
23	2,356	2,337	2,318	2,300	2,282	2,264	2,246	66
24	2,246	2,229	2,211	2,194	2,177	2,161	2,145	65
25	2,145	2,128	2,112	2,097	2,081	2,066	2,050	64
26	2,050	2,035	2,020	2,006	1,991	1,977	1,963	63
27	1,963	1,949	1,935	1,921	1,907	1,894	1,881	62
28	1,881	1,868	1,855	1,842	1,829	1,816	1,804	61
29	1,804	1,792	1,780	1,767	1,756	1,744	1,732	60
30	1,732	1,720	1,709	1,698	1,686	1,675	1,664	59
31	1,664	1,653	1,643	1,632	1,621	1,611	1,600	58
32	1,600	1,590	1,580	1,570	1,560	1,550	1,540	57
33	1,540	1,530	1,520	1,511	1,501	1,492	1,483	56
34	1,483	1,473	1,464	1,455	1,446	1,437	1,428	55
35	1,428	1,419	1,411	1,402	1,393	1,385	1,376	54
36	1,376	1,368	1,360	1,351	1,343	1,335	1,327	53
37	1,327	1,319	1,311	1,303	1,295	1,288	1,280	52
38	1,280	1,272	1,265	1,257	1,250	1,242	1,235	51
39	1,235	1,228	1,220	1,213	1,206	1,199	1,192	50
40	1,192	1,185	1,178	1,171	1,164	1,157	1,150	49
41	1,150	1,144	1,137	1,130	1,124	1,117	1,111	48
42	1,111	1,104	1,098	1,091	1,085	1,079	1,072	47
43	1,072	1,066	1,060	1,054	1,048	1,042	1,036	46
44	1,036	1,030	1,024	1,018	1,012	1,006	1,000	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Grad
	Tangens							

Gebrauchsanweisung der Tabellen.

Die Tabelle der Quadrate ist nach Art der gewöhnlichen Logarithmentafeln eingerichtet; die ersten zwei Stellen der ins Quadrat zu erhebenden Zahl sucht man in der ersten senkrechten, die letzte in der ersten wagerechten Reihe. Die ersten Stellen des Quadrats findet man alsdann in der ersten bzw. fünften Spalte (neben der Zahl), die übrigen auf gleicher Höhe in der Spalte unter der letzten Stelle. Wo die ersten Stellen nicht der gegebenen sondern der folgenden Zahl gegenüber zu suchen sind, macht ein Sternchen darauf aufmerksam. Man achte darauf, daſs die ersten Stellen in den Spalten 0 und 5 angegeben sind, was notwendig ist, weil sie bei hohen Zahlen zu schnell wechseln.

So findet man z. B. $634^2 = 401956$. Dieses Quadrat hat die zwei ersten Stellen, welche neben Zahl 63 (5) stehen; in der Spalte 4 findet man *1956.

Die Quadrate der zweistelligen Zahlen sind direkt der Spalte 0 zu entnehmen unter Weglassung der zwei End-Nullen.

Die Differenz zweier aufeinanderfolgenden Quadrate ist immer gleich der Summe ihrer Wurzeln. Hiernach ist die Interpolation leicht auszuführen.

Die übrigen Tabellen sind genau so eingerichtet wie in allen Handbüchern.

Die Tabelle der trigonometrischen Funktionen genügt wohl für die Berechnung von Kräften, Durchbiegungen usw., sie ist aber nicht genau genug für die Berechnung von Dreiecken u. dgl., für welche fünf Dezimalstellen erforderlich sind.

Die Tabelle der Kreissegmente liefert die Bogenlänge b und den Flächeninhalt F nach dem Verhältnis des Pfeiles zur Sehne, ohne daſs man nötig hat, Halbmesser und Winkel zu bestimmen.

Z. B. für einen Bogen von 4,5 m Sehne und 0,68 m Pfeilhöhe hat man $\frac{f}{s} = \frac{0,68}{4,50} = 0,151$.

Die Bogenlänge ist also: $b = 1,0597 \cdot 4,50 = 4,7687$ m und die Fläche des Kreisabschnittes: $F = 0,1025 \cdot 4,50^2 = 2,0756$ m².

Erklärung einiger im Buch gebrauchter Zeichen:

$\perp$ bedeutet: rechtwinklig zu . . . .
$\parallel$ » parallel zu . . . .
$\sim$ » abgerundet gleich . . . .
$\doteq$ » angenähert gleich . . . .

2. Trigonometrische Formeln.

a) Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen.

1. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; 2. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;

3. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$;

4. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$;

5. $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$;

6. $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$;

7. $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$;

9. $\sin (\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$;

10. $\cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$;

11. $\operatorname{tg} (\alpha \pm \beta) = (\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta) : (1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)$;

12. $\operatorname{ctg} (\alpha \pm \beta) = (\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1) : (\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha)$;

13. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$; $\sin \alpha = 2 \sin {}^1/_2 \alpha \cos {}^1/_2 \alpha$;

14. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$;

15. $\sin {}^1/_2 \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = {}^1/_2 \sqrt{1 + \sin \alpha} - {}^1/_2 \sqrt{1 - \sin \alpha}$;

16. $\cos {}^1/_2 \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = {}^1/_2 \sqrt{1 + \sin \alpha} + {}^1/_2 \sqrt{1 - \sin \alpha}$;

17. $\operatorname{tg} {}^1/_2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$;

18. $\operatorname{ctg} {}^1/_2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}$;

[redacted]

19. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} {}^1/_2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 {}^1/_2 \alpha}$;

20. $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha} = {}^1/_2 \operatorname{ctg} \alpha - {}^1/_2 \operatorname{tg} \alpha$;

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 {}^1/_2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} {}^1/_2 \alpha}.$$

b) Dreiecke.

Rechtwinklige Dreiecke. Hypotenuse a, Katheten b und c; β und γ gegenüberliegende Winkel.

$$b = c \operatorname{tg} \beta = c \operatorname{ctg} \gamma \qquad b = a \sin \beta = a \cos \gamma$$

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Schiefwinklige Dreiecke. Seiten a, b, c; Winkel α, β, γ; Fläche F

Fig. 1.

Gegeben: Seiten	Winkel	
a	α, β	$\gamma = 180^0 - (\alpha + \beta)$; $b = a \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$; $c = a \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$; $F = {}^1/_2\, b\, c \sin \alpha$;
a, b	γ	$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}$; $\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \varphi$ $\operatorname{tg} {}^1/_2 (\alpha - \beta) = \operatorname{ctg} {}^1/_2 \gamma \operatorname{tg} (45^0 - \varphi)$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a \sin \gamma}{b - a \cos \gamma}$; $F = {}^1/_2\, a\, b \sin \gamma$
a, b	α	$\sin \beta = \frac{b}{a} \sin \alpha$; $\gamma = 180^0 - (\alpha + \beta)$; $c = a \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$.
a, b, c	—	Mit $a + b + c = 2s$ ist: $\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$; $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$; $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$; $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.

Allgemeine Gleichungen.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b \cos\gamma$.

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2\,R$, wo R den Halbmesser des umbeschriebenen Kreises bezeichnet.

$$R = \frac{a\,b\,c}{4\,F}.$$

Der Halbmesser des einbeschriebenen Kreises ist: $r = \frac{F}{s}$.

Die Gerade m, welche den Mittelpunkt der Seite a mit der entgegengesetzten Ecke verbindet, hat die Länge: $m = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}}$.

Das Lot h auf die Seite a hat die Länge:

$$h = \frac{2\,F}{a} = c \sin\beta = b \sin\gamma.$$

Die Projektionen der Seiten b und c auf die Seite a lassen sich aus den Formeln rechnen: $x = b \cos\gamma$, $y = c \cos\beta$, oder aus den Gleichungen: $x + y = a$, $x - y = \frac{(b + c)\,(b - c)}{a}$.

c) Regelmäfsige Vielecke.

Bezeichnet man mit:

- a die Seite,
- r den Halbmesser des einbeschriebenen Kreises,
- R den Halbmesser des umbeschriebenen Kreises,
- n die Anzahl der Seiten,
- F den Flächeninhalt,
- U den Umfang,

so hat man:

$$a = 2\,r \operatorname{tg}\frac{\pi}{n} = 2\,R \sin\frac{\pi}{n}.$$

$$F = \frac{n}{4}\,a^2 \operatorname{ctg}\frac{\pi}{n} = \frac{n}{2}\,R^2 \sin\frac{2\,\pi}{n} = n\,r^2 \operatorname{tg}\frac{\pi}{n}.$$

$$U = n\,a = 2\,n\,R \sin\frac{\pi}{n} = 2\,n\,r \operatorname{tg}\frac{\pi}{n}.$$

Tafel der regelmäfsigen Vielecke.

n	F	R	a	r	Winkel
3	$0{,}4330\,a^2 = 1{,}2990\,R^2$	$0{,}5774\,a$	$1{,}7321\,R$	$0{,}50000\,R$	60°
4	$1{,}0000\,a^2 = 2{,}0000\,R^2$	$0{,}7071\,a$	$1{,}4142\,R$	$0{,}70711\,R$	90°
5	$1{,}7205\,a^2 = 2{,}3776\,R^2$	$0{,}8507\,a$	$1{,}1756\,R$	$0{,}80902\,R$	108°
6	$2{,}5981\,a^2 = 2{,}5981\,R^2$	$1{,}0000\,a$	$1{,}0000\,R$	$0{,}86603\,R$	120°
8	$4{,}8284\,a^2 = 2{,}8284\,R^2$	$1{,}3066\,a$	$0{,}7654\,R$	$0{,}92388\,R$	135°
10	$7{,}6942\,a^2 = 2{,}9389\,R^2$	$1{,}6180\,a$	$0{,}6180\,R$	$0{,}95106\,R$	144°
12	$11{,}1962\,a^2 = 3{,}0000\,R^2$	$1{,}9319\,a$	$0{,}5176\,R$	$0{,}96593\,R$	150°
16	$20{,}1094\,a^2 = 3{,}0615\,R^2$	$2{,}5629\,a$	$0{,}3902\,R$	$0{,}98078\,R$	157°30′

3. Reihen.

a) Arithmetische Reihen.

Allgemeine Form: $a,\ a + d,\ a + 2d,\ a + 3d, \ldots \ldots \ldots a + (n-1)\,d$.

Das n-te Glied ist: $u = a + (n-1)\,d$.

Die Summe der ersten n Glieder ist:

$$S = \frac{a + u}{2}\,n = \left(a + \frac{(n-1)\,d}{2}\right) n.$$

b) Geometrische Reihen.

Allgemeine Form: $a,\ ar,\ ar^2,\ ar^3,\ ar^4, \ldots \ldots\ ar^{n-1}$.

Das n-te Glied ist $u = ar^{n-1}$.

Die Summe der ersten n Glieder ist:

$$S = \frac{ur - a}{r - 1} = a\,\frac{r^n - 1}{r - 1}.$$

Ist $r < 1$, so werden die Glieder immer kleiner und die Summe der Reihe, bis ins Unendliche fortgesetzt, ist: $S = \dfrac{a}{1 - r}$.

c) Höhere arithmetische Reihen.

Bei den gewöhnlichen arithmetischen Reihen ist die Differenz zwischen zwei aufeinander folgenden Gliedern

konstant. Wenn aus diesen Gliedern irgend eine Funktion gebildet wird, so entsteht eine höhere arithmetische Reihe, bei welcher die Differenzen nicht mehr konstant, sondern nach einem regelmäſsigen Gesetz veränderlich sind. Durch Subtraktion der gegebenen Glieder f erhält man die ersten Differenzen Δ', aus diesen die zweiten Differenzen Δ'' usw. Ist die Funktion eine ganze und algebraische, des k-ten Grades, so sind die Differenzen Δ^k alle gleich, die folgenden alle Null.

Ist die Reihe der Werte der Veränderlichen x_0, x_1, x_2, ... mit der konstanten Differenz d, so ist ein beliebiges Glied der höheren Reihe durch die Formel ausgedrückt:

$$f_x = f_0 + \frac{x - x_0}{d}\,\Delta_0' + \frac{x - x_0}{d}\left(\frac{x - x_0}{d} - 1\right)\frac{\Delta_0''}{1 \cdot 2} +$$

$$+ \frac{x - x_0}{d}\left(\frac{x - x_0}{d} - 1\right)\left(\frac{x - x_0}{d} - 2\right)\frac{\Delta_0'''}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \ldots\ldots$$

Die Summe der ersten n Glieder der höheren Reihe ist:

$$\Sigma = n\,f_0 + \frac{n\,(n-1)}{1 \cdot 2}\,\Delta_0' + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}\,\Delta_0'' + \ldots\ldots$$

Diese Formel ist nützlich, um die Summe einer algebraisch ermittelten Reihe zu finden, denn in diesem Falle werden die Differenzen von einer gewissen Ordnung an alle gleich Null.

Jede Reihe von regelmäſsig aufeinander folgenden Zahlen darf als eine höhere arithmetische Reihe angesehen werden. Obige Formel gestattet einen beliebigen Wert zu interpolieren, oder eine Funktion zu ermitteln, welche einige Werte genau, die übrigen angenähert wiedergibt. Ist die Funktion k-ten Grades, so kann sie $k+1$ Werte genau wiedergeben, weil sie $k+1$ Konstanten enthält.

Beispiel:

						x	f				
x_0	f_0					2,0	3,762				
		Δ_0'						0,382			
x_1	f_1		Δ_0''			2,1	4,144		0,042		
		Δ_1'		Δ_0'''				0,424		0,003	
x_2	f_2		Δ_1''		Δ_0''''	2,2	4,568		0,045		0,003
		Δ_2'		Δ_1'''				0,469		0,006	
x_3	f_3		Δ_2'			2,3	5,037		0,051		
		Δ_3'						0,520			
x_4	f_4					2,4	5,557				$d = 0,1$

Will man f für einen beliebigen Wert von x, so schreibt man

$$f = 3,762 + \frac{x-2}{0,1} \cdot 0,382 + \frac{x-2}{0,1}\left(\frac{x-2}{0,1} - 1\right)\frac{0,042}{2} + \ldots\ldots$$

Hiernach erhält man $x = 2,25$, $f = 4,797$.

Durch eine kleine Umrechnung kommt man auf die Formel:

$$f = 4,94 - 4,79\,x + 2,1\,x^2,$$

welche die Funktion in der Nähe der angegebenen Werte mit genügender Annäherung darstellt.

Bei derartigen Rechnungen ist es gut, von vornherein alle Zahlen durch Multiplikation mit einer passenden Potenz von 10 von den Dezimalstellen zu befreien; am Schlufs der Berechnung mufs das Ergebnis durch dieselbe Potenz von 10 dividiert werden.

In allen Fällen, wo eine Reihe von regelmäfsig veränderlichen Werten vorliegt (z. B. eine Reihe von Momenten, Querkräften u. dgl.) empfiehlt sich die Bildung mindestens der ersten Differenzen: man entdeckt so etwaige Fehler und ist oft imstande, einen falschen Wert nur mit Hilfe der Differenzen richtig zu stellen.

d) Einige besondere Reihen.

1. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 \ldots\ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$;
2. $p + (p+1) + (p+2) \ldots + q = \frac{(q+p)(q-p+1)}{2}$;
3. $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \ldots 2n = n(n+1)$;
4. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ldots\ldots 2n - 1 = n^2$;
5. $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$
6. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$;
7. $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \ldots\ldots n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(n+2)$

8. $2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + \ldots\ldots n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(n+2)$;

9. $\sin x = x - \frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{x^5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} - \frac{x^7}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7} + \ldots$

10. $\cos x = 1 - \frac{x^2}{1\cdot 2} + \frac{x^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} - \frac{x^6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6} + \ldots$

11. $\text{arc}\sin x = x + \frac{1}{2}\frac{x^3}{3} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\frac{x^5}{5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\frac{x^7}{7} + \ldots\ldots$

12. $\text{arc}\cos x = \frac{\pi}{2} - \text{arc}\sin x$.

4. Einige geometrische Aufgaben.

1. **Reduktionswinkel.** Sollen viele Strecken in einem konstanten (Fig. 2) Verhältnis φ reduziert werden, so konstruiert man den Winkel O so, daſs $\frac{MP}{MO} = \varphi$. Jeder nach MO gemessenen Strecke entspricht eine nach MP, welche zu der ersten in dem Verhältnis φ steht. Ist $\varphi > 1$, so benutzt man einen Winkel, wo $\frac{MP}{2\,MO} = \varphi$, oder $\frac{MP}{3\,MO} = \varphi$, usw.

Fig. 2.

2. Die Entfernung eines Punktes von einer Geraden berechnet man am besten folgendermaſsen. Die Fläche A (Fig. 3) ist gleich der Differenz der Flächen B und C (man hat auch: $2A = Hy - Vx$). Dividiert man sie durch die halbe Länge der groſsen Diagonale, so erhält man in der Höhe des Dreieckes die gesuchte Entfernung.



Fig. 3.

3. Ist ein Körper von den durch die Ordinaten a, b, c, d (Fig. 4) bestimmten Ebenen begrenzt, so ist, falls $m // n$, und l deren senkrechte Entfernung bedeutet, der Körperinhalt:

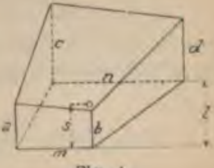


Fig. 4.

[redacted]

$$V = \frac{l}{12}\left[(a+b)\,m + (c+d)\,n + (a+b+c+d)\,(m+n)\right].$$

Das statische Moment in bezug auf m ist:

$$S = V\,s = \frac{l^2}{12}\left[(a+b+c+d)\frac{(m+n)}{2} + (c+d)\,n\right].$$

4. Soll die Fläche zwischen zwei schrägen Geraden und den Ordinaten a und b (Fig. 5) in n Teile geteilt werden, welche alle unter sich geometrisch ähnlich sind, so ist: $\frac{a_1}{a} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$ $= \ldots\ldots = \varrho = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$;

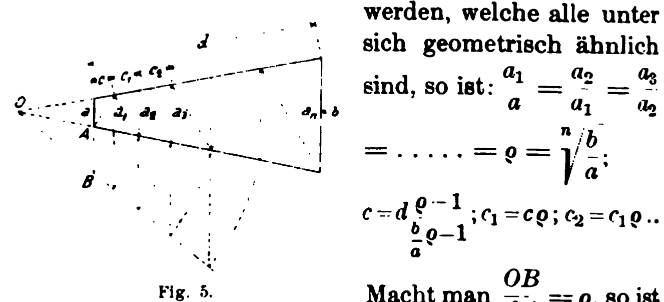


Fig. 5.

$$c = d\,\frac{\varrho - 1}{\frac{b}{a}\varrho - 1};\; c_1 = c\,\varrho;\; c_2 = c_1\,\varrho \ldots$$

Macht man $\frac{OB}{OA} = \varrho$, so ist man imstande mit Hilfe der Geraden OB alle Teile zu bestimmen. Die durch die punktierten Diagonalen entstehenden Dreiecke sind ebenfalls alle unter sich ähnlich.

Für die Praxis empfiehlt es sich, alle Gröfsen c durch Rechnung zu ermitteln (am besten logarithmisch).

5. Die kürzeste (bzw. die längste) Gerade XY (Fig. 6) zwischen zwei Kurven, welche durch einen gegebenen Punkt A gezogen werden kann, ist diejenige, für welche die Normalen in X und Y und die $AZ \perp YX$ in einem Punkt zusammenlaufen. Die Konstruktion ist nur durch Versuche möglich.

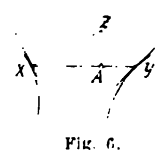


Fig. 6.

6. Konstruktion des Korbbogens (Fig. 7). Gegeben die Punkte A und B und die beiden Geraden AO und BO, auf welchen die Mittelpunkte C und D liegen müssen.

Man macht $BE = AO$, und $EF = FO$. Konstruiert man nun den in dem Dreieck OEF eingeschriebenen

Kreis, so bestimmt jede Tangente zu demselben zwei Punkte C und D, die als Mittelpunkte für die Kreisbögen gewählt werden können.

Setzt man $AC = r$, $BD = R$, $OA = a$, $OB = b$, $AB = c$, $AP = p$, $BQ = q$, so findet man folgende Be-

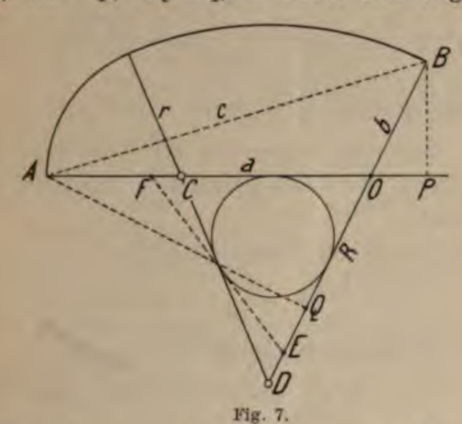


Fig. 7.

dingungsgleichung, welche gestattet, die Aufgabe analytisch zu lösen, indem man einen der beiden Halbmesser beliebig annimmt und den anderen rechnerisch bestimmt:

$$c^2 + 2\,r\,R\left(\frac{q-b}{a} + 1\right) = 2\,r\,p + 2\,R\,q.$$

Es ist $\dfrac{q-b}{a} = \dfrac{p-a}{b}$.

Ist der Winkel in O ein rechter, so erhält man: $c^2 + 2\,r\,R = 2\,r\,a + 2\,R\,b$. In diesem Falle wird die Gerade EF parallel zur OF.

5. Die wichtigsten Kurven.

I. Der Kreis.

1. Ist R der Halbmesser und φ der Zentriwinkel in Grad, so ergibt sich:

a) die Sehnenlänge $s = 2\,R \sin\dfrac{\varphi}{2}$;

b) die Bogenhöhe

$$f = R\left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{s}{2}\,\mathrm{tg}\,\frac{\varphi}{4} = 2\,R\sin^2\frac{\varphi}{4};$$

c) die Bogenlänge $b = \pi\, R\frac{\varphi}{180} = 0{,}017\,453\;\; R\,\varphi \approx$

$$\sqrt{s^2 + \frac{16}{3}f^2}, \text{ oder: } b = \left(s + \frac{4f^2}{s}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\left(\frac{2f}{s}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{2f}{s}\right)^4 - \frac{1}{7}\left(\frac{2f}{s}\right)^6 + \ldots\right)$$

Für den Bogen von 60^0 hat man mit drei Gliedern der Reihe genügende Annäherung (1 ‰ Fehler).

d) der Inhalt des Kreisabschnittes

$$F = \frac{1}{2}R^2\left(\varphi\frac{\pi}{180} - \sin\varphi\right);$$

e) der Inhalt des Kreisausschnittes:

$$F_1 = \varphi\frac{\pi}{360}R^2 = 0{,}008\,727\,\varphi\,R^2;$$

$$\pi = 3{,}1415927;\quad \pi^2 = 9{,}86960.$$

2. Bei gegebener Sehne und Pfeilhöhe ist der Halbmesser $R = \frac{4f^2 + s^2}{8f}$. Der Winkel, den die Endtangente mit der Sehne bildet, ist bestimmt durch:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{4\frac{s}{f}}{\frac{s^2}{f^2} - 4}.$$

Fig. 8.

3. Ist die Neigung einer Tangente durch die Verhältnisse $a : b : c$ gegeben (Fig. 8), so ist ihre Länge $t = R\frac{b}{a + c}$ $= R\frac{c - a}{b}$. Der Aufsenpfeil ist:

$$f = R\sqrt{\frac{2c}{a + c}} - R \approx R\frac{c - a}{4c} \approx R\frac{b^2}{8ac}.$$

Ist die Neigung sehr klein und durch den Bruch $\frac{1}{n}=\frac{b}{a}$ gegeben, so ist die Länge der Tangente:

$$t=\frac{R}{2\,n}-\frac{R}{2\,n}\left(\frac{1}{2\,n}\right)^2$$ und der Aufsenpfeil:

$$f=\frac{R}{2}\left(\frac{1}{(2\,n)^2}-\frac{2}{(2\,n)^4}\right).$$

4. Ein Kreisbogen kann konstruiert werden, wenn man eine Tangente nebst Berührungspunkt T und ausserdem noch einen Punkt A kennt (Fig. 9). Man findet leicht (durch die Senkrechte auf der Mitte von AT oder durch Versuche) den Punkt B so, dass $BA = BT$; die AB ist die Tangente in A. Nun ermittelt man (am einfachsten durch Versuche) den Linienzug AC, CD, DT derart, dass $AC = CM = MD = DT$ wird; man hat dann in CD eine neue Tangente mit M als Berührungspunkt. So fährt man fort, indem man weitere Tangenten konstruiert, bis man den Bogen mit voller Sicherheit zeichnen kann. Die Mitteltangente eines Bogens ist stets parallel zur Sehne; bei flachen Bögen halbiert sie die Entfernung zwischen der Sehne und dem Schnittpunkt der Tangenten.



Fig. 9.

Fig. 10.

5. Konstruktion des Kreisbogens durch Punkte von der Tangente aus (Fig. 10).

Man benutzt die Formel $y=\frac{x^2}{2\,R}+\frac{y^2}{2\,R}$ indem man, zuerst unter Vernachlässigung des letzten Gliedes, y berechnet; nun setzt man den erhaltenen Wert ein und verbessert alsdann das Resultat so lange, bis die Gleichung stimmt. Werden die y zu grofs, so kann man nach 4. eine neue Tangente ermitteln und die gerechneten Ordinaten noch einmal benutzen.

Die Länge der Tangente (Fig. 9) ist gegeben durch die Formel: $MD = MT = \frac{1}{2}\left(x + \frac{y^2}{x}\right)$.

II. Die Parabel.

Gleichung: $y = \frac{4fx(l-x)}{l^2}$.

Jede Tangente (Fig. 11) schneidet auf der Achse $ST = SP = f - y$ ab.

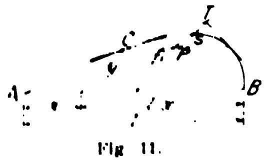


Fig. 11.

Bogenlänge angenähert: $b = l\left[1 + \frac{8}{3}\left(\frac{f}{l}\right)^2 - \frac{32}{5}\left(\frac{f}{l}\right)^4\right]$; hier wird angenommen, daſs das Achsenkreuz rechtwinklig ist.

Die Koordinaten des Berührungspunktes einer Tangente parallel zu einer gegebenen Geraden sind (Fig. 12):

Fig. 12.

$x = \left(1 - \frac{M}{4f}\right)\frac{l}{2}$; $y = \left[1 - \left(\frac{M}{4f}\right)^2\right]f$.

Die Ordinate bis auf die Schräge ist: $y' = \left(1 - \frac{M}{4f}\right)^2 f$.

Für M negativ wechselt man das betreffende Vorzeichen in den Formeln für x und y'. Graphisch, wennn die Parabel durch die beiden Tangenten in A und B (Fig. 13) gegeben ist und MN (durch O gehend) die Richtung der Tangente hat. AM und BN parallel BO und AO; RS gesuchte Tangente, T Berührungspunkt.

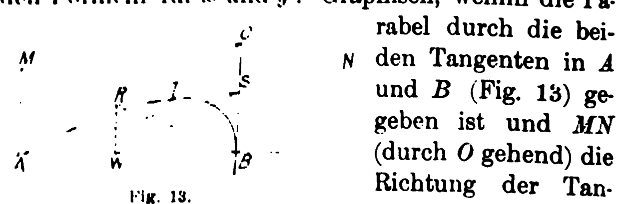


Fig. 13.

Konstruktion der Parabel durch Tangenten.

1. Die Parallele zur Sehne AB in halber Entfernung zwischen O und der Sehne AB ist eine Tangente. Der

Halbierungspunkt der von OA und OB eingeschlossenen Strecke ist der Berührungspunkt. So kann man zwei neue Sehnen ermitteln, zwei neue Tangenten usw.

2. Zieht man von einem beliebigen Punkt W der Sehne AB (Fig. 14) die Geraden WR und WS parallel zu BO und AO, so ist RS eine Tangente.

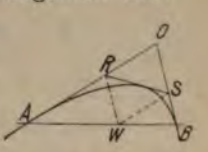


Fig. 14.

3. Teilt man die Strecken AO und BO in eine gleiche Anzahl von gleichen Teilen (man kann auch die Teilung weiter hinaus auf beiden Seiten fortsetzen), und numeriert man die Teilungspunkte auf einer Tangente von O ausgehend, auf der andern nach O hin, so sind alle zugeordnete Punkte verbindende Geraden Tangenten zur Parabel.

4. Gegeben drei Tangenten und die Achsrichtung (Fig. 15). Zieht man EF parallel zur Achse, $DF//c$ und $FC//a$, so ist C der Berührungspunkt. Ähnlich bestimmt man einen zweiten Berührungspunkt, wobei die Lösungen 1, 2, 3 anwendbar sind. Das Parallelogramm $BECG$ über den Berührungspunkten zweier Tangenten hat stets die Diagonale EG parallel zur Achse.

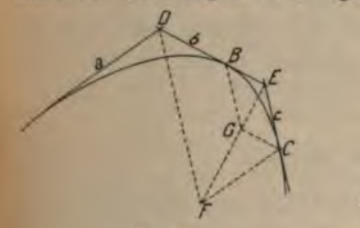


Fig. 15.

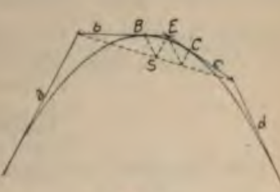


Fig. 16.

5. Gegeben 4 Tangenten (Fig. 16). Zieht man $ES//a$, $SB//d$, so ist B ein Berührungspunkt. Ähnlich bestimmt man C usw.

Konstruktion durch Punkte.

6. Gegeben drei Punkte A, B und C und die Achsrichtung (Fig. 17). Ist CE die Achsrichtung, so ziehe

[redacted]

man durch einen beliebigen Punkt D von AC aus $DE // AB$ und eine Parallele zur Achsrichtung; dann schneidet die Gerade BE diese letztere im Punkt F, der zur Parabel gehört. Rechnerisch:

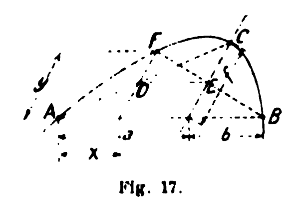


Fig. 17.

$$y = \frac{f}{a\,b}\, x \left(a + b - x\right).$$

7. Gegeben vier Punkte A, B, C und D. (Fig. 18.) Man zieht $AE // BD$, macht $OX = \pm \sqrt{OE \cdot OC}$; alsdann

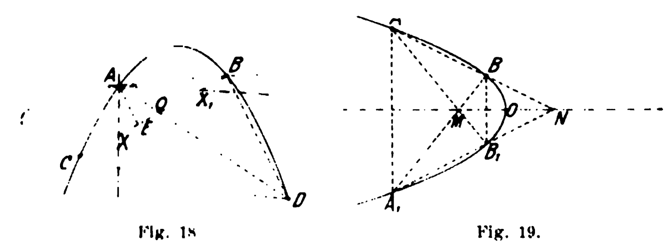


Fig. 18 Fig. 19.

ist AX die Achsrichtung. Weiter wie unter 6; zwei Lösungen möglich.

8. Gegeben zwei Punkte A, B und die Achse. (Fig. 19.) Man ermittelt die symmetrisch liegenden Punkte A_1 und B_1 und bestimmt M und N. Der Scheitel O halbiert dann die Strecke MN.

Andere Aufgaben.

9. Gegeben die Achsrichtung und drei Punkte A, B und C, die drei Tangenten sind zu konstruieren. (Fig. 20.) Durch die gegebenen Punkte zieht man die Parallelen zur Achse und $DE // BC$, $DF // AC$. EF ist die Tangente in C. Halbiert man EC in T, so ist AT die Tangente in A usw.

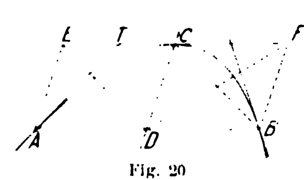


Fig. 20

10. Gegeben eine Tangente nebst Berührungspunkt A, ein anderer Punkt B und die Achsrichtung (Fig. 21); gesucht die zweite Tangente. Zieht man durch den Halbierungspunkt M von AB, $MT//$ zur Achse, so ist TB die zweite Tangente.

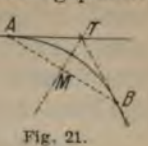


Fig. 21.

11. Bestimmung des Scheitels einer durch drei Punkte und die Achsrichtung gegebenen Parabel. Man zieht eine willkürliche Gerade rechtwinklig zur Achsrichtung und behandelt die Aufgabe, wie auf Seite 39 angegeben.

III. Die Ellipse.

Mittelpunktsgleichung: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. a und b sind die Halbachsen.

Die Ordinaten der Ellipse lassen sich aus denjenigen eines Kreises durch Multiplikation mit einem konstanten Faktor ableiten, oder durch Neigung um einen konstanten Winkel, oder durch beide Operationen gleichzeitig.

Konstruktion der Ellipse in einigen Fällen.

1. Gegeben ein Durchmesser und eine Tangente mit Berührungspunkt. (Fig. 22.)

Man zieht die Normale TN und eine beliebige Gerade OB durch den Mittelpunkt O. Nun macht man $TB = OA$, zieht BN rechtwinklig zu BO, NC rechtwinklig zu OA. Bewegt man nun das Dreieck TBC so, daſs die Punkte B und C immer auf den Geraden OB und OA bleiben, so beschreibt der Punkt T die gesuchte Ellipse.



Fig. 22.

In jeder Lage kann die Normale konstruiert werden durch die zwei Geraden NB und NC, die rechtwinklig zu den OB und OA liegen und den Punkt N bestimmen: TN ist die Normale.

Nur in besonderen Fällen schrumpft das Dreieck *TBC* zu einer Geraden zusammen. Bemerkenswert ist der Fall, wo beide Achsen gegeben sind; alsdann geht das Dreieck in eine Gerade über und zwar werden die Strecken *TC* und *TB* gleich den Halbachsen.

2. Gegeben eine Tangente nebst Berührungspunkt, die Achse und der Scheitel *A*. (Fig. 23.)

Rechnerisch: $PO = \frac{AP^2}{AS - AP}$; *O* ist der Mittelpunkt.



Fig. 23.

Graphisch: $PR = AS, TY // RP$. Ist *TN* die Normale, so bestimmt man *N* durch die Senkrechte *XN*, *Y* durch die Wagerechte *NY*, wodurch *O* auch bestimmt ist. Die Halbachsen sind *TX* und *TY*. Läfst man die Gerade *TXY* so gleiten, dafs X und *Y* stets auf *OA* bzw. *OB* bleiben, so beschreibt der Punkt *T* die Ellipse.



Fig. 24.

3. Gegeben zwei Punkte *B* und *C*, die Achse und der Scheitel *A*. (Fig. 24.) Man bestimmt *B'* symmetrisch zu *B*, zieht *CB'* und macht $QR = SA$; zieht dann *ST* rechtwinklig zu *QR* und *TO* rechtwinklig zu *ST*. *O* ist der Mittelpunkt; die Ellipse ist die Projektion des Kreises *OT*.

IV. Die Hyperbel.

Mittelpunktsgleichung auf die Hauptachsen bezogen:

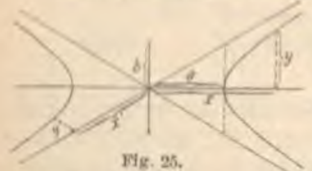


Fig. 25.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. (Fig. 25.) Gleichung auf die Asymptoten bezogen: $x' y' =$ Konstante $= \frac{a^2 + b^2}{4}$. Die beiden Abschnitte jeder Hyperbelsekante, welche zwischen der

Kurve und den Asymptoten liegen sind einander gleich. Hieraus folgt eine einfache Konstruktion der Kurve, wenn die Asymptoten und ein Punkt gegeben sind.

Das zwischen den Asymptoten liegende Stück einer senkrechten Geraden wird durch einen Ast der Kurve in zwei Teile geteilt, deren Produkt gleich b^2 ist.

Das zwischen den beiden Kurvenästen liegende Stück einer wagerechten Geraden wird durch eine Asymptote in zwei Teile geteilt, deren Produkt gleich a^2 ist.

Das zwischen den Asymptoten liegende Stück einer beliebigen Tangente wird in dem Berührungspunkt halbiert.

Sämtliche Dreiecke, gebildet durch die Asymptoten und eine beliebige Tangente, haben denselben Flächeninhalt.

Sind drei Punkte und die Richtungen der Asymptoten bekannt (Fig. 25), so zieht man durch die drei Punkte Parallelen zu den Asymptoten; für jedes Punktpaar liefert die andere Diagonale des Parallelogrammes eine Gerade, die durch den Mittelpunkt O der Hyperbel geht.

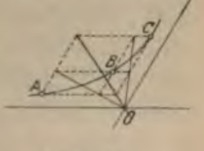


Fig. 26.

Die Konstruktion der Kurve durch Punkte oder Tangenten ist nach den oben erwähnten Eigenschaften der Kurve leicht durchzuführen.

6. Affinität.

Zwei beliebige Figuren in einer Ebene heifsen **affin**, wenn alle zugeordneten Punkte auf parallelen Geraden liegen und alle zugeordneten Geraden sich auf einer Geraden schneiden (Affinitätsachse) (Fig. 27). Aus einer Figur läfst sich die affine konstruieren, sobald die Affinitätsachse und ein



Fig. 27.

Punkt der neuen Figur bekannt sind. Anstatt der Affinitätsachse kann auch ein Paar zugeordnete Geraden benutzt werden.

Das Verfahren ist bequem, um Seilpolygone, Momentendiagramme, Einflufslinien u. dgl. in einem neuen Mafsstab und auf eine neue Schlufslinie bezogen, umzuzeichnen.

Kommen nur parallele Kräfte in Betracht, so läfst sich hierdurch das Seilpolygon durch drei gegebene Punkte legen, indem man zuerst ein beliebiges Polygon $A' B' C'$ konstruiert, und aus diesem das gewünschte ABC ableitet.

7. Parallel-Perspektive.

Zur übersichtlichen Darstellung eines Körpers ist es oft vorteilhaft, ihn durch Parallel-Projektion zu zeichnen. Die Bilder, besonders wenn der Körper senkrecht zur Zeichnungsebene eine grofse Tiefe hat, machen einen etwas störenden Eindruck, weil einer Schar von Parallelen ein Parallel-Strahlenbüschel entspricht, nicht ein konvergierender; sie sind aber viel leichter herzustellen als richtige Perspektiven, und gestatten die Dimensionen nach den Hauptrichtungen direkt abzugreifen. Man nimmt drei zueinander rechtwinklige Achsen an (die Z-Achse meist vertikal), auf welche man den Körper bezieht, und in jeder einen Mafsstab. Man projiziert die Achsen mit den Mafsstäben und trägt alle Strecken, die in dem Körper einer Achse parallel sind, parallel zur Projektion der Achse und in dem zugehörigen Mafsstab auf.

Bei senkrechter Projektion bestimmen die Verhältnisse der Mafsstäbe die Winkel der Achsen, und umgekehrt.

Hat man die Verhältnisse der Mafsstäbe untereinander gewählt, so sind dieselben durch Lösung der Gleichungen $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 2, \frac{m_x}{m_y} = s, \frac{m_x}{m_z} = t$ leicht

zu bestimmen. Die Winkel der Achsen sind gegeben durch: $\cos xy = \frac{\pm \sqrt{(1 - m_x^2)(1 - m_y^2)}}{m_x m_y}$; analog für die anderen Winkel.

Für die meisten Fälle empfiehlt sich die sogenannte dimetrische Projektion, wo zwei Reduktionsverhältnisse gleich sind. Praktisch gute Verhältnisse sind folgende:

Fig. 28.

$$m_x : m_y : m_z = 1 : \frac{1}{2} : 1 \qquad \text{ctg}\ \alpha = {}^1/_8 \quad \text{ctg}\ \beta = {}^7/_8$$

$$m_x : m_y : m_z = 1 : \frac{2}{3} : 1 \qquad \text{ctg}\ \alpha = {}^5/_{22} \quad \text{ctg}\ \beta = {}^4/_5$$

Bei schiefer Projektion können die Maſsstäbe sowie die Achsrichtungen beliebig gewählt werden, was gewisse Annehmlichkeiten bietet, aber oft zu wenig naturgetreuen Bildern führt. Diese Projektion wird deshalb hauptsächlich da Verwendung finden, wo es darauf ankommt, Diagramme einer Funktion von zwei Veränderlichen darzustellen.

8. Diagramme.

Zur übersichtlichen Darstellung des Ganges irgend einer Funktion ist die Konstruktion einer Kurve, deren Abszissen den Werten der Veränderlichen und die Ordinaten den Werten der Funktion in beliebig gewähltem Maſsstabe entsprechen, sehr geeignet. Diese Darstellung gestattet die Interpolation auch, wenn die Werte der Veränderlichen in keiner regelmäſsigen Reihenfolge vorliegen. Um die nötige Genauigkeit zu erzielen, empfiehlt es sich, die gegebenen Zahlen um eine Konstante (die für die Ordinaten und die Abszissen verschieden sein kann) zu verkleinern, damit die Veränderlichkeit recht deutlich zum Ausdruck kommt.

Ist eine Gröfse von zwei Veränderlichen abhängig, so kann man sie noch graphisch darstellen. Man wählt drei willkürliche Achsen x, y, und f (die letzte am besten vertikal), worauf die betreffenden Werte aufgetragen werden (Fig. 29). Man erhält so zwei Kurvenscharen, welche den Gang der Funktion sehr übersichtlich zeigen und jede Interpolation ermöglichen.

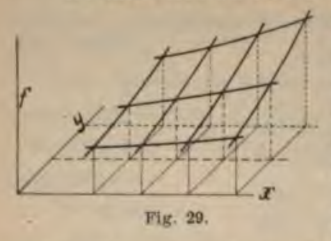


Fig. 29.

Dasselbe Verfahren läfst sich mit drei oder mehr Veränderlichen anwenden, verliert aber an Klarheit, so dafs es dann nicht mehr zu empfehlen ist.

9. Gleichungen.

I. Systeme von Gleichungen ersten Grades.

a) Lösung von Gaufs.

Man dividiert jede Gleichung durch den eigenen Koeffizienten einer Unbekannten, z. B. x; durch Subtraktion ist diese nun leicht zu eliminieren. So fährt man fort, bis nur eine Gleichung übrig bleibt. Das Verfahren ist sehr bequem, erfordert aber (besonders bei einer grofsen Anzahl von Unbekannten) die Bestimmung der Quotienten mit vielen Dezimalstellen, damit das Endresultat genau genug wird.

b) Methode der Eliminations-Koeffizienten.

Man denke sich die erste Gleichung mit α, die zweite mit β, die dritte mit γ usw. multipliziert und dann alle zusammen addiert. Nun bestimme man die Werte der Zahlen α, β, γ, so dafs in der endgültigen Gleichung die Koeffizienten aller Unbekannten gleich Null werden, mit Ausnahme desjenigen einer einzigen Unbekannten, welcher gleich -1 werden soll. Alsdann ist diese Unbekannte gleich der Summe aller bekannten

Glieder der Gleichungen, jedes mit dem betreffenden Eliminations-Koeffizienten multipliziert.

Am besten bestimmt man jede Unbekannte für sich, wobei die Arbeit, um die eine zu ermitteln, zum grofsen Teil für eine andere wieder zu verwerten ist. Auch empfiehlt es sich, die Eliminations-Koeffizienten als gewöhnliche, nicht als Dezimalbrüche auszudrücken, um Fehler zu vermeiden (besonders bei sehr kleinen Zahlen). Das unter b) gegebene Verfahren ist besonders geeignet, wenn in jeder Gleichung nur einige, nicht alle Unbekannten vorkommen, um so mehr für den Fall, dafs man den bekannten Gliedern der Gleichungen nacheinander verschiedene Werte zuschreiben soll, wie dies besonders bei den Elastizitätsgleichungen statisch unbestimmter Systeme geschieht. Die Eliminations-Koeffizienten sind alsdann immer wieder zu benutzen. (Siehe ein Beispiel im Kap. 64, III.)

c) Bei symmetrischen Gleichungen,

d. h. wenn die Koeffizienten der ersten und der letzten, der zweiten und der vorletzten, usw. Unbekannten unter sich gleich sind, ist es vorteilhaft, als neue Unbekannten die Summe und die Differenz von je zweien einzuführen. Durch Addition und Subtraktion der gegebenen Gleichungen kommt man zu Ausdrücken, in denen nur die neuen Unbekannten enthalten sind; diese neuen Gleichungen lassen sich in zwei Gruppen teilen, jede mit halb so viel Unbekannten als man ursprünglich hatte. Jede Gruppe wird für sich gelöst, und schliefslich werden durch Addition und Subtraktion aus den neuen die ursprünglichen Unbekannten ermittelt.

II. Graphische Lösung von Systemen von Gleichungen.

a) Zwei Gleichungen: $ax + by + c = o$
$a_1 x + b_1 y + c_1 = o.$

Man betrachtet die gegebenen Gleichungen als Gleichungen zweier Geraden; die Koordinaten des Schnitt-

punktes dieser Geraden sind die Werte von x und y. Die Achsen können ganz willkürlich gewählt werden, auch schiefwinklig. Im allgemeinen konstruiert man am besten die Geraden nach ihren Schnittpunkten mit den Achsen (Fig. 30). Man hat:

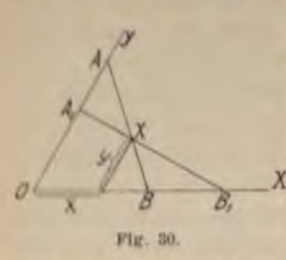


Fig. 30.

$$OA = -\frac{c}{b} \quad OB = -\frac{c}{a}$$

$$OA_1 = -\frac{c_1}{b_1} \quad OB_1 = -\frac{c_1}{a_1}.$$

Fällt der Punkt X sehr weit, so ist es empfehlenswert für jede Gerade, statt eines Schnittpunktes mit den Achsen einen Punkt in der Nähe von X zu bestimmen, um Ungenauigkeiten zu vermeiden.

Das graphische Verfahren hat dem rechnerischen gegenüber den Vorteil der Übersichtlichkeit, da man gleich erkennen kann, ob die Lösung durch kleine Fehler in den Koeffizienten stark beeinflufst wird, denn in diesem Falle schneiden sich die Geraden unter einem sehr spitzen Winkel. Alsdann sollte man versuchen, auf einem andern Weg zu besser anwendbaren Gleichungen zu gelangen.

b) Drei Gleichungen:

$$ax + by + cz + d = o$$
$$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = o$$
$$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = o.$$

Jede dieser Gleichungen stellt eine Ebene dar; der Schnittpunkt der drei Ebenen hat als Koordinaten die Werte der drei Unbekannten. Die drei Ebenen bestimmt man zuerst durch die Schnittpunkte mit den

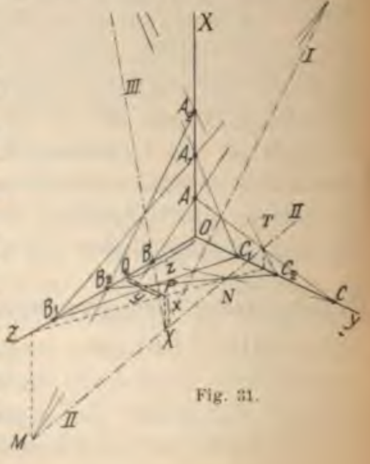


Fig. 31.

drei willkürlich gewählten Achsen OX, OY, OZ (Fig. 31). Man hat: $OA = -\frac{d}{a}$, $OB = -\frac{d}{b}$, $OC = -\frac{d}{c}$; $OA_1 = -\frac{d_1}{a_1}$ usw.

Die Schnitte der Geraden A_1B_1 und AB, A_1C_1 und AC, B_1C_1 und BC liegen auf der (strichpunktierten) Geraden I. Ähnlich bestimmt man eine zweite und eine dritte der strichpunktierten Geraden II und III. Dieselben müssen durch den gemeinschaftlichen Punkt X gehen. Um dessen Koordinaten zu ermitteln, projiziert man die Spuren M und T der Geraden II mit den Ebenen auf die Achsen OZ und OY. Die Verbindung der beiden Projektionen (die durch die dritte Spur N gehen mufs) ist die Projektion der Geraden II auf die Ebene OZY, und enthält auch den Fufs P der Ordinate von X.

PQ ist parallel OY. Die drei Strecken XP, PQ und QO stellen die Werte von x, y und z dar. Zu demselben Resultat kommt man, wenn man von der Geraden II oder III ausgeht.

Die drei strichpunktierten Geraden sind durch je drei Punkte bestimmt. Der Punkt X durch drei Gerade; es ist also leicht, die Lösung mit genügender Genauigkeit zu zeichnen.

Sollte der Punkt X sehr weit fallen, so kann man für jede der drei Ebenen einen Punkt in dessen Nähe durch Rechnung bestimmen. Einfacher ist es jedoch, für jede der drei Ebenen die Spuren durch Rechnung so zu bestimmen, dafs die Konstruktion mit voller Genauigkeit geschehen kann. Will man z. B die Spuren auf der XY-Ebene bestimmen, so setzt man in die Gleichung der betreffenden Ebene $z = o$, wählt x nicht sehr verschieden von dem schon angenähert ermittelten Wert dieser Unbekannten, und rechnet y usw.

c) Für ein System von 4 Gleichungen

ist dieses Verfahren nicht direkt anwendbar; man kann sich jedoch folgendermafsen helfen:

Man denkt sich die zweite Gleichung mit α, die dritte mit β, die vierte mit γ multipliziert und zu der ersten addiert. Die Zahlen α, β und γ bestimmt man nun so, daſs drei der Unbekannten verschwinden. Das so entstehende System von drei Gleichungen kann man graphisch lösen.

Für Systeme von mehr als vier Gleichungen ist die graphische Lösung nicht mehr zu empfehlen.

III. Überbestimmte Systeme von Gleichungen.

Hat man mehr Gleichungen als Unbekannte, so ist das System überbestimmt. Dieser Fall ergibt sich häufig, wenn es darauf ankommt, eine Formel aufzustellen, welche eine Funktion innerhalb gewisser Grenzen möglichst genau wiedergibt; die Koeffizienten dieser Formel treten als Unbekannte auf.

Die Unbekannten eines überbestimmten Systems von Gleichungen sollen die Bedingung erfüllen, daſs die Summe der Quadrate der Fehler, die man erhält, wenn man sie in alle Gleichungen einsetzt, zu einem Minimum wird. Das Verfahren, um diese Lösung zu erhalten, ist folgendes: Man multipliziert jede Gleichung mit dem eigenen Koeffizienten der ersten Unbekannten und addiert sämtliche Gleichungen. Nun multipliziert man jede mit dem eigenen Koeffizienten der zweiten Unbekannten und addiert wieder alle. So fährt man fort und erhält schlieſslich so viel Gleichungen wie Unbekannte; letztere können alsdann bestimmt werden. Es soll hierzu bemerkt werden, daſs das auf Seite 34 angegebene Lösungsverfahren hier meist schlecht anzuwenden ist, es sei denn, daſs man alle Quotienten mit sehr vielen Dezimalstellen rechnet.

Hat man beliebig viele Gleichungen mit zwei Unbekannten, so liefert das graphische Verfahren (S. 35) ein vorzügliches Mittel zur Lösung, wenn auch die eben erwähnte Bedingung nicht mathematisch genau erfüllt wird. Man erhält eine Schar von Geraden, welche

eigentlich alle durch einen Punkt gehen müfsten; es ist leicht, einen Punkt zu wählen, der mit einem möglichst kleinen Fehler behaftet ist. Vorteile: grofse Übersichtlichkeit, klare Vorstellung von der Genauigkeit der Lösung (die bei dem rechnerischen Verfahren fehlt), Unschädlichkeit eventueller Fehler in der Lösung. Ein ähnliches Verfahren kann auch für den Fall dreier Unbekannten verwendet werden.

10. Maxima und Minima.

Um das Maximum bzw. Minimum einer unentwickelten Funktion zu bestimmen, ist folgende angenäherte Methode gut brauchbar:

Man rechnet drei Werte der Funktion und trägt sie als Ordinaten auf den entsprechenden Abszissen von einer Nullinie auf; die Kurve, welche die Funktion darstellt, betrachtet man als eine Parabel mit vertikaler Achse und bestimmt den Scheitel.

1. Fall. Die berechneten Werte entsprechen drei in arithmetischer Reihe liegenden Abszissen. Die drei Punkte A, B, C (Fig. 32) stellen drei berechnete Werte der Funktion dar. Man zieht AC, macht $BE = DB$, zieht FG wagrecht und verbindet FC und AG. Diese beiden Geraden schneiden sich in dem Punkt X, welcher dem Maximum bzw. Minimum der Funktion entspricht und dessen Koordinaten genau gemessen werden können.

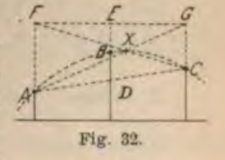


Fig. 32.

2. Allgemeiner Fall. (Fig. 33.) Man zieht AD horizontal, $DE//AB$ bis zum Schnitt mit der Geraden BCF, halbiert FE in M und zieht nun $MG//AB$. Der Punkt X, welcher das Maximum bzw. Minimum angibt, liegt auf dem Schnitt der Geraden AG mit der Senkrechten durch M.

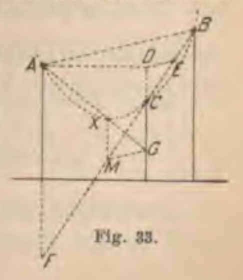


Fig. 33.

Die hier angegebenen Lösungen sind zwar ohne jede Beschränkung richtig, um den Scheitel einer durch A, B, C gehenden Parabel zu finden; damit sie aber mit genügender Annäherung das Maximum bzw. Minimum der Funktion angeben, soll dieses womöglich zwischen den gerechneten Ordinaten liegen oder jedenfalls nicht sehr weit aufserhalb derselben. Die Lösung gilt mit derselben Annäherung, mit welcher die betreffende Funktion innerhalb der in Betracht kommenden Grenzen als eine parabolische angesehen werden darf.

Das hiermit bestimmte Maximum bzw. Minimum ist in dem Sinne der Differentialrechnung zu verstehen, d. h. der Wert der Funktion ändert sich nicht für eine sehr kleine Änderung des Argumentes.

11. Inhalt von Flächen und Körpern.

a) Flächen ebener Gebilde.

1. **Parallelogramm.** Sind a und b die Seiten, h der Abstand der Seiten b, γ der stumpfe oder spitze Winkel, D und D_1 die Diagonalen, so ist:

$$F = b\,h = a\,b\sin\gamma = \sqrt{a^2 b^2 - \left(\frac{D_1 + D_2}{2} \cdot \frac{D_1 - D_2}{2}\right)^2}.$$

2. **Trapez.** Sind a und b die parallelen Seiten, h die Höhe, so ist $F = \frac{a+b}{2}\,h$.

3. **Viereck.** Sind D_1 und D_2 die Diagonalen, φ der von ihnen gebildete Winkel, so ist $F = \frac{1}{2}\,D_1\,D_2 \sin\varphi$.

4. Die Differenz F der Flächen A und B in Fig. 34 ist $F = \frac{1}{2}\,h\,(n - m)$. Die Fläche A ist gleich $\frac{h}{2}\,\frac{n^2}{m+n}\cdot$ (Anwendung für Einflufslinien).

5. **Parabel.** (Fig. 35.) Innere Fläche (schraffiert) $^2/_3\,ab$, äufsere Fläche $^1/_3\,ab$.



Fig. 34.

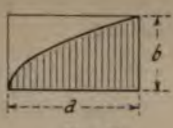


Fig. 35.

Parabel-Dreieck. (Fig. 36.) Die (schraffierte) Fläche der Kurve ist $^2/_3$ der Fläche des Dreiecks aus den Tangenten und der Sehne. Die Aufsenfläche ist $^1/_3$ der Fläche des Dreiecks.


Fig. 36.

Eine flache Kurve kann meistens als eine Parabel betrachtet werden; die betreffenden Sätze sind dann ohne weiteres anwendbar.

6. **Simpsonsche** Regel für beliebige Flächen (Fig. 37). Man teilt die Grundlinie in eine gerade Anzahl gleicher Teile h, errichtet in den Teilpunkten die Ordinaten $y_0, y_1, y_2 \ldots y_n$. Man erhält den Flächeninhalt aus der Formel:

$$F = \frac{1}{3} h (y_0 + 4 y_1 + 2 y_2 + 4 y_3 + 2 y_4 + \ldots y_n).$$

Das Ergebnis ist mathematisch genau, wenn y eine

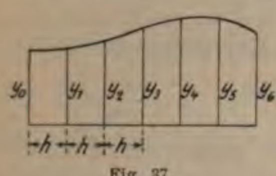


Fig. 37.

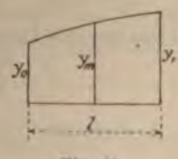


Fig. 38.

ganze Funktion höchstens dritten Grades ist; in diesem Fall genügt es, die Endordinaten und die mittlere Ordinate zu messen; man erhält: $F = \frac{1}{6} l (y_0 + 4 y_m + y_1)$. (Fig. 38.)

Diese Formeln, sinngemäfs angewendet, liefern den Inhalt eines Körpers, ein statisches Moment, ein Träg-

[redacted]

heitsmoment, den angenäherten Wert eines bestimmten Integrals usw.

b) Inhalt von Körpern.

1. **Pyramide** und **Kegel.** V = Grundfläche mal ein Drittel der Höhe.

2. **Abgestumpfte Pyramide** bzw. **Kegel.** F und f seien die parallelen Endflächen, h deren Abstand:

$$V = \frac{1}{3} h (F + f + \sqrt{Ff}).$$

3. **Obelisk, Keil** und ähnliche Körper, welche von zwei parallelen Ebenen begrenzt sind. Bezeichnen F_0, F_1 und F_m die Flächen der parallelen Endquerschnitte und des in gleichem Abstand von beiden geführten, h die Entfernung von F_0 und F_1, so ist

$$V = \frac{1}{6} (F_0 + 4 F_m + F_1).$$

Vgl. S. 21, Formel 3.

4. **Kugelkalotte** mit der Höhe h, Halbmesser r, aus einer Kugel mit Halbmesser R geschnitten:

$$V = \frac{1}{6} \pi h (3 r^2 + h^2) = \frac{1}{3} \pi h^2 (3 R - h).$$

5. **Umdrehungsparaboloid.** Halbmesser der Grundfläche r, Höhe h: $V = \frac{1}{2} \pi r^2 h$.

Abgestumpftes Paraboloid. Halbmesser der Endflächen R und r. $V = \frac{1}{2} \pi h (R^2 + r^2)$.

6. **Buckelplatte** mit Seiten a und b und Stichhöhe h: $V = \frac{1}{2} a b h$.

c) Flächen räumlicher Gebilde.

1. **Kugelkalotte.** $F = 2 \pi r h$.

2. **Buckelplatte.** Seiten a, b, Stichhöhe h:

$$F = a b + 2 h^2 \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right).$$

II. ABSCHNITT

MECHANIK.

---

12. Grundbegriffe.

Die Mechanik zerfällt in zwei Teile: **Statik** oder Lehre von der Wirkung der Kräfte auf ruhende Körper und **Dynamik** oder Lehre von der Wirkung der Kräfte auf Körper, die sich in Bewegung befinden.

Unter **Geschwindigkeit** versteht man den Quotienten: $\frac{\text{zurückgelegter Weg}}{\text{entsprechende Zeit}}$; wenn die Geschwindigkeit veränderlich ist, so kann man die mittlere Geschwindigkeit während eines Zeitabschnittes in Betracht ziehen, oder die Geschwindigkeit in einem bestimmten Augenblick, wozu sowohl Weg als Zeit unendlich klein zu nehmen sind. Die Dimension einer Geschwindigkeit ist immer $\frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}$, z. B. $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$.

Unter **Beschleunigung** versteht man den Quotienten: $\frac{\text{Veränderung der Geschwindigkeit}}{\text{entsprechende Zeit}}$ mit der Dimension: $\frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}^2}$. Wie bei der Geschwindigkeit kann man eine mittlere Beschleunigung in Betracht ziehen, oder die Beschleunigung in einem bestimmten Augenblicke. Eine negative Beschleunigung wird sehr oft **Verzögerung** genannt.

Handelt es sich um eine drehende Bewegung um eine feste Achse, so wird die Geschwindigkeit der Punkte betrachtet, die um die Längeneinheit (z. B. 1 m) von der Achse entfernt liegen; oder es wird anstatt des zurückgelegten Weges der entsprechende Winkel in Bogenmaſs gemessen. Man hat so die **Winkelgeschwindigkeit** und die **Winkelbeschleunigung**; die Dimensionen sind dieselben wie für eine gerade Bewegung.

Die **Masse** eines Körpers ist sein Gewicht, durch die Beschleunigung g eines in luftleerem Raume frei fallenden Körpers dividiert. Die Gröſse g ist auf der Erdoberfläche ziemlich konstant und hat den mittleren Wert: $g = 9{,}81$ kg/sek².

Eine **Kraft** wird in der Mechanik durch das Produkt Masse $\times$ Beschleunigung eines frei fallenden Körpers gemessen, d. h. sie wird einfach durch ein Gewicht angegeben, welches in kg oder in t ausgedrückt ist.

Beispiel. Welche Kraft ist erforderlich, um einer Last von 50 t eine Geschwindigkeit zu erteilen, welche in 30 Sek. von 0 allmählich bis auf 10 m/sek steigt? Die Beschleunigung ist $\frac{10}{30}$ m/sek², also die nötige Kraft $P = \frac{50}{9{,}81} \cdot \frac{10}{30} = 1{,}70$ t.

Die mittlere Geschwindigkeit ist 5 m/sek, folglich der von der Last zurückgelegte Weg: $l = 5 \cdot 30 = 150$ m. Dieselbe Kraft (negativ genommen) kann die Last von der Geschwindigkeit 10 m/sek in 30 Sekunden zum Stillstand bringen; der zurückgelegte Weg ist ebenfalls 150 m.

Wirken auf den Körper andere Kräfte (positiv oder negativ), so sind dieselben mit dem richtigen Vorzeichen in die Rechnung einzuführen. Hat man z. B. eine widerstehende Kraft von 0,40 t, so muſs man, um dieselbe Endgeschwindigkeit in derselben Zeit zu erreichen, die Gesamtkraft $1{,}70 + 0{,}40 = 2{,}10$ t wirken lassen; der zurückgelegte Weg bleibt unverändert. Die widerstehende Kraft 0,40 t würde allein die Geschwindigkeit in s Sekunden auf 0 herabsetzen; es ist also $\frac{10}{s} = \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ die Beschleunigung, folglich $\frac{50}{9{,}81} \cdot \frac{10}{s} = 0{,}40$, woraus $s = 128$ Sekunden. Der zurückgelegte Weg ist ähnlich wie oben: $l = 5 \cdot 128 = 640$ m. — Soll ein Körper vertikal gehoben werden, so hat man als negative Kraft das Gewicht des Körpers selbst zu rechnen. In unserem Falle müſste man also $1{,}70 + 50{,}0 = 51{,}7$ t leisten.

Solange die Geschwindigkeit unveränderlich bleibt, ist nur so viel Kraft erforderlich, als Widerstand zu überwinden ist.

Nach dem hier angegebenen Verfahren berechnet man die Beschleunigungskraft und den Beschleunigungsweg bzw. die Bremskraft und den Bremsweg.

Zwei gleiche, parallel und entgegengesetzt gerichtete Kräfte bilden ein **Kräftepaar**, welches durch das Produkt einer der beiden Kräfte mit deren Abstand (Hebelarm) angegeben wird. Dieses Produkt heiſst das **Moment** des Kräftepaares und hat die Dimension Kraft × Länge. Sein Vorzeichen drückt die Richtung aus, nach welcher eine Drehung vom Kräftepaar hervorgerufen wird (meistens im Sinne des Uhrzeigers als positiv angenommen). Man ersieht, daſs ein Moment unverändert bleibt, wenn man die Kraft mit einer beliebigen Zahl multipliziert und den Hebelarm durch dieselbe Zahl dividiert. In den dynamischen Aufgaben über sich drehende Körper wird das Moment dem Produkt Trägheitsmoment × Winkelbeschleunigung gleich gesetzt. (Unter **Trägheitsmoment** versteht man hier die Summe der Produkte der Massen aller Körperteilchen mit dem Quadrate ihrer Entfernung von der Achse). So ist man imstande, ähnliche Aufgaben zu behandeln wie für gerade Bewegung.

Zusammengesetzte Bewegungen behandelt man getrennt und addiert schlieſslich die Ergebnisse.

Das Produkt einer nach Gröſse und Richtung unveränderlichen Kraft mit dem von ihrem Angriffspunkt in ihrer Richtung zurückgelegten Weg heiſst ihre **Arbeit**, und wird als positiv aufgefaſst, wenn die Kraft dabei in ihrer Richtung fortgeschritten ist. Die Verschiebung des Angriffspunktes muſs also auf die Kraftrichtung projiziert werden; steht die Kraft senkrecht zur Verschiebung, so ist die Arbeit gleich 0. Die Arbeit eines Kräftepaares ist gleich seinem Moment, multipliziert mit dem in Bogenmaſs ausgedrückten Drehungswinkel, und ist je nach dem Sinn der Drehung positiv oder negativ.

Die Dimension der Arbeit ist immer Länge × Kraft.

Leistung oder **Arbeitsstärke** heifst die Arbeit in der Zeiteinheit. Man kann sie durch das Produkt Kraft $\times$ Geschwindigkeit ausdrücken oder durch den Bruch $\frac{\text{Kraft} \times \text{Länge}}{\text{Zeit}}$. Die gebräuchlichen Einheiten sind:

a) das **Kilogrammeter pro Sekunde** kgm/sek;

b) die **metrische Pferdestärke**: PS = 75 kgm/sek;

c) in der Elektrotechnik das **Watt** = Volt $\times$ Ampère;
1 Watt = 0,102 kgm/sek,
1 PS = 736 Watt,
1 Kilowatt = 1000 Watt = 102 kgm/sek = 1,36 PS.

Wirkt eine Kraft P unmittelbar auf eine Fläche F, so nennt man den Quotienten $\frac{P}{F} = \sigma$ die **Spannung**, welche der gleichmäfsig verteilt angenommenen Kraft entspricht. Ihre Dimension ist $\sigma = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Länge}^2}$, also z. B. t/cm^2 oder kg/m^2 usw.

13. Schwerpunkte.

a) Schwerpunkte von Flächen.

1. **Dreieck.** Der Schwerpunkt liegt auf $^1/_3$ jeder Mittellinie von der halbierten Seite ab, oder von irgend einer Seite als Grundlinie auf $^1/_3$ der Höhe.

2. **Trapez** mit den Parallelseiten a und b, Höhe h. Der Schwerpunkt liegt auf der Höhe $h_o = \frac{a + 2b}{a + b} \frac{h}{3}$ von der Seite a.

Graphisch findet man den Schwerpunkt, indem man jede der Parallelseiten sowohl rechts wie links um die Länge der anderen verlängert, und die erhaltenen Punkte kreuzweise verbindet. Der Schwerpunkt mufs auf der Geraden liegen, welche die Mittelpunkte der Parallelseiten verbindet. — Das nachstehende Verfahren für das Viereck ist auch gut anwendbar.

3. **Viereck** (Fig. 39). Macht man auf den Diagonalen $AE = CG$ und $BF = DG$, so liegt S im Schnittpunkt von FM und EM, wenn M und M_1 die Mitten der Diagonalen sind. Auch ist

$$MS = \frac{1}{3}\,MF \text{ und } M_1 S = \frac{1}{3}\,M_1 E.$$



Fig. 39.

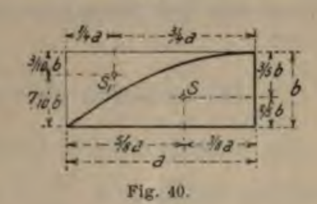


Fig. 40.

4. **Kreissegment** mit Flächeninhalt F und Sehne s. Die Entfernung des Schwerpunktes vom Zentrum ist:

$$h_o = \frac{s^3}{12\,F}.$$

5. **Parabelfläche.** (Fig. 40.)

6. In der Praxis wird oft eine beliebig begrenzte Fläche durch Parallelen in schmale Streifen geteilt, die als Trapeze (bzw. Dreiecke) betrachtet werden. Man hat meistens nur nötig, die durch die Schwerpunkte gehenden Parallelen zu den Teilungsgeraden zu konstruieren. Man macht (Fig. 41) $EG = BF$. Die Gerade durch den Schwerpunkt geht durch den Drittelpunkt von FG, welcher von F fern liegt.

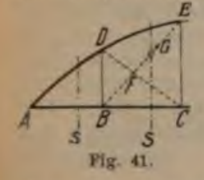


Fig. 41.

Ist eine Abteilung dreieckig, so geht die Gerade durch den Drittelpunkt von BA.

b) Schwerpunkte von Körpern.

1. **Pyramide** und **Kegel**. Der Schwerpunkt liegt auf der Geraden, welche den Schwerpunkt der Grundfläche mit der Spitze verbindet, auf $\frac{1}{4}\,h$ von der Grundfläche.

2. Obelisk, Keil und ähnliche Körper. Es ist die auf Seite 22 angegebene Formel zu verwenden, nachdem nötigenfalls die Grundfläche in Trapeze zerlegt worden ist, worauf die Formel für jeden einzelnen Teil gültig ist. Man ermittelt das statische Moment des ganzen Körpers und nachher die Entfernung des Schwerpunktes von der gewählten Ebene.

14. Leistung tierischer Motoren.

Ein Mann (mittleres Gewicht 75 kg) leistet bei andauernder Arbeit $6—9 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{sek}} = \frac{1}{12}—\frac{1}{8}$ PS, für kurze Zeit mit Zwischenpausen das Doppelte. An der Kurbe ($r = 30—40$ cm) ist der Druck 8—10 kg bei fortwährender Arbeit mit der Geschwindigkeit 0,75—0,90 m (20—24 Umdrehungen in einer Minute); für sehr kurze Zeit kann man das 2—3 fache rechnen bei gleicher Geschwindigkeit. Für sehr kurze Zeit kann ein Mann einen Druck oder Zug von 50—80 kg leisten und eine Last von 100—150 kg heben.

Ein Pferd (Gewicht 300—450 kg) leistet auf längere Zeit $30—50 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{sek}} = 0{,}4—0{,}6$ PS; entsprechende Zugkraft 30—55 kg, Geschwindigkeit 0,9—1,2 m/sek. Die gröfste Zugkraft für eine sehr kurze Zeit beträgt das 6—8 fache.

Ein Ochse leistet am Göpel etwa 0,5 PS. Zugkraft 50—70 kg, Geschwindigkeit 0,5—0,6 m/sek.

15. Reibungs- und Widerstandskoeffizienten.

a) Allgemeine Angaben.

Der Widerstand, den man überwinden mufs, um eine Last auf einer horizontalen Bahn zu bewegen (gleitende Reibung) wird proportional dem Gewicht an-

genommen, also gleich αP. Die wichtigsten Werte von α sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

	Für den Anfang der Bewegung	Für die Fortsetzung der Bewegung
Metall auf Metall, trocken	0,40	0,20
» » » geschmiert . . .	0,16	0,10
Holz auf Holz, trocken	0,50	0,35
» » » eingefettet	0,16	0,10
Hanfseil auf Holz, trocken	0,60	0,40
Stein auf Metall	0,50	0,40
» » Holz	0,60	0,45
» » Stein od. auf hartem Boden	0,70	0,50

Der Reibungskoeffizient der Zapfen ist je nach der Schmierung und der Beschaffenheit der Flächen 0,05 bis 0,10 während der Bewegung und 8—10 mal soviel beim Anfang derselben.

Der Widerstand, den man überwinden mufs, um eine belastete Walze auf einer horizontalen Bahn zu rollen (rollende Reibung) wird durch das entsprechende Moment gegeben $M = Pf$; der Hebelarm f (in cm) ist bei ganz glatten Flächen $\frac{1}{20}$ für Metalle und $\frac{1}{12}$ für Holz.

Der Koeffizient der Gesamtreibung für Strafsenfuhrwerke ist:

auf Steinpflaster . . . . $\frac{1}{60} - \frac{1}{30}$

auf Asphalt . . . . $\frac{1}{100}$

auf Holzpflaster . . . . $\frac{1}{50}$

auf chaussierten Strafsen . . . . $\frac{1}{45} - \frac{1}{35}$

auf Erdwegen . . . . $\frac{1}{20} - \frac{1}{12}$

auf losem Sand . . . . $\frac{1}{6} - \frac{1}{3}$.

Ist dabei eine Steigung von n ‰ zu überwinden, so kommt noch hinzu der Koeffizient $\frac{n}{1000}$.

b) Widerstand der Eisenbahnzüge.

Man kann rechnen (P in t, W in kg):

für Güterzüge ($V = 15 - 30$ km/St):

$$W = (1{,}7 + 0{,}05\ V)\ P$$

für Personenzüge ($V = 30 - 50$ km/St):

$$W = (1{,}8 + 0{,}08\ V)\ P + \frac{48\ V^2}{1000}$$

für Schnellzüge ($V = 60 - 80$ km/St):

$$W = (1{,}8 + 0{,}08\ V)\ P + \frac{32\ V^2}{1000}.$$

Für die Steigungen siehe oben.

Für Kurven mit Halbmesser r in m etwa $\frac{750}{r}$ kg/t für Normalspur.

Für Strafsenbahnen ist der Widerstand etwa 5 kg/t; mit Rücksicht auf den mangelhaften Zustand der Gleise, auf die Unebenheit der Bahn usw. rechnet man 2—3 mal soviel. Auf Kurven erhöht sich der Widerstand um $\frac{500\ d}{r}$ kg/t, wo d = Radstand in m (bei normaler Spurweite).

Der Luftwiderstand wird zu: $p = \frac{1}{8} v^2$ kg/m² angenommen, wo v = Fahrgeschwindigkeit in m/sek.

Nach dieser Formel wird mitunter der Winddruck berechnet, unter Annahme von $v = 30 - 40$ (die Seewarte in Hamburg hat bis 42 m/sek gemessen); es ist aber nicht sicher, dafs die mathematische Theorie, welche

zu der Formel führt, den wirklichen Verhältnissen entspricht.[1])

16. Eigenschaften der Baumaterialien.

Wird ein gerader prismatischer Stab vom Querschnitt F durch eine Längskraft P belastet, so daſs die Spannung σ entsteht, so verlängert er sich direkt proportional seiner ursprünglichen Länge und der eintretenden Spannung. Die Dehnung ist also:

$$\Delta l = l \frac{\sigma}{E} = \frac{P l}{E F}.$$

Die Gröſse E, welche hier als Koeffizient vorkommt, heiſst der **Elastizitätsmodul** und hat die Dimension $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$, genau wie eine Spannung. Gleichzeitig findet eine Querkontraktion statt, d. h. eine Dimension des Querschnitts (z. B. der Durchmesser bei einem kreisförmigen, oder die Seite bei einem quadratischen Querschnitt) wird kleiner, und zwar ist: $\Delta d = d \cdot \frac{\Delta l}{l} \cdot \frac{1}{m} = d \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot \frac{1}{m}$. Die Gröſse m, die als Koeffizient aufzufassen ist, hat theoretisch für alle homogenen elastischen Körper den Wert 4; aus zahlreichen Versuchen leitete man den Wert $m = \frac{10}{3}$ für die meisten Metalle (für Guſseisen nicht konstant, etwa = 9 im Mittel).

Für Druckkräfte gilt, sinngemäſs geändert, dasselbe.

Trägt man bei einem Festigkeitsversuch die Spannungen als Ordinaten, die spezifischen Dehnungen

---

[1]) Nach den bei den Schnellfahrten Zossen—Marienfelde gemachten Beobachtungen wäre $p = \frac{1}{15} v^2$ zu setzen. Die am vorderen Teil des Wagens angebrachten Windschneiden (die einen Winkel von 80° bildeten) hatten eine Verminderung des Luftwiderstandes um 8 % zur Folge. Die Luftverdünnung auf der Rückseite des Wagens war kaum merklich.

$\left(\text{d. h. } \frac{\Delta l}{l}\right)$ als Abszissen auf, so erhält man die in Fig. 42 dargestellte Linie. Dieselbe verläuft gerade bis auf den Punkt A; die entsprechende Spannung heifst die **Proportionalitätsgrenze** oder die **Elastizitätsgrenze.** Zwischen A und B wird die Linie auf einmal viel flacher und krumm; dem Punkt B entspricht die **Streckgrenze** (bzw. **Quetschgrenze**), d. h. bis auf diese Grenze geht die Formänderung bei der Entlastung zurück (in der Praxis allerdings nicht vollständig). Jenseits von B treten bleibende Formänderungen ein, die Kurve wird immer flacher, erreicht in C das Maximum (Bruchspannung); der Bruch erfolgt erst bei D.

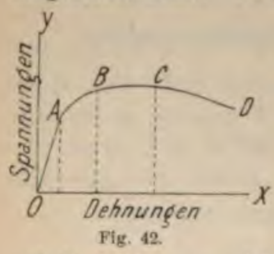


Fig. 42.

Kräfte, welche parallel zu einem Querschnitt wirken, rufen eine Schiebung hervor; ein ursprünglich rechter Winkel ist nach der Formänderung kein rechter mehr. Das Verhältnis $\frac{\text{Schiebung}}{\text{Schubspannung}}$ hat einen konstanten Wert, dessen reziproke Gröfse mit G bezeichnet und **Gleitmodul** genannt wird. Aus theoretischen Betrachtungen erhält man $G = \frac{m}{2(m+1)} E$; daher, mit $m = \frac{10}{3}$, $G = \frac{5}{13} E = 0{,}385\, E$.

Schubspannungen, sowie Gleitmodul haben die Dimension $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$.

Die eben geschilderten Eigenschaften sind bei wenigen Baumaterialien in voller Schärfe vorhanden; im allgemeinen nehmen die Dehnungen schneller als die Belastungen zu, und ist das Verhalten sehr verschieden, je nachdem Druck oder Zug in Frage kommt.

Bei Biegungs- und Schubbeanspruchungen sind die Verhältnisse so verwickelt, daſs sie theoretisch nicht einmal annäherungsweise festgestellt sind. Die zulässigen Beanspruchungen sind aus Versuchen abgeleitet, doch lassen sie sich meistens mit den Ergebnissen einfacher Zugproben nicht in Einklang bringen.

Folgende Tabelle enthält einige Angaben über die wichtigsten Metalle (in t/cm²):

Materia	Elastizitäts-modul	Gleit-modul	Proportionalitätsgrenze	Streckgrenze	Bruchspannung	
					Zug	Druck
Schweiſseisen .	2000	770	1,3–1,7	2,2–2,8	3,3–4,0	3,3–4,0
Fluſseisen	2150	830	2,0–2,4	2,5–3,0	3,4–4,4 bis 6,4	3,4–4,4
Stahlguſs	2150	830	2,0–2,2	2,8–3,0	3,5–4,8	3,5–4,8
Guſseisen	750—1050	290—400	—	—	1,2–1,8	7,0–8,0
Rotguſs .	800—900	310–350	0,7–0,9	—	1,7–2,0	1,7–2,0
Delta-Metall.	1000	385	1,8–2,2	?	3,6–5,8	3,6–5,8

Für andere Baustoffe muſs man sich darauf beschränken, den Elastizitätsmodul und die Bruchspannung anzugeben.

Material	Elastizitätsmodul	Bruchspannung	
		Zug	Druck
Holz parallel zu den Fasern . .	100—120	0,7-0,8	0,25—0,35
Granit und Basalt	300	—	1,2—1,6
Gneis	—	—	1,0—1,4
Sandstein	200	—	0,3—0,9
Kalkstein	—	—	0,4–1,8
Mauerwerk aus Bruchsteinen in Kalkmörtel	60	—	0,08
Mauerwerk aus Ziegelsteinen in Kalkmörtel	28		0,12
Mauerwerk aus Klinkern in verlängertem Zement . . .	—	—	0,16

[redacted]

Material	Elastizitätsmodul	Bruchspannung	
		Zug	Druck
Reiner Portland-Zement, 1 Woche Erhärtung . . .	140	0,016	0,16
Reiner Portland-Zement, 1 Jahr Erhärtung	320	—	0,36
Portland-Zement mit Sand gemischt	—	—	0,16—0,20
Stampfbeton aus Portland-Zement	200—300	—	0,16—0,32
Moniergewölbe	330	—	—
Guter Kalkmörtel	—	—	0,04

Die zulässige Beanspruchung beträgt ungefähr $^1/_4$ der Bruchspannung für Metalle, $^1/_8$ für Holz, $^1/_{10}$ bis $^1/_{15}$ für Steine und ähnliche Materialien (vgl. Kap. 95).

III. ABSCHNITT

STATIK.

---

17. Grundlagen.

Eine beliebige Anzahl von Kräften im Raum be-
nden sich im Gleichgewicht, wenn folgende Bedingungen
rfüllt sind:

1. Die Summen der Projektionen aller Kräfte
uf drei beliebige nicht in einer Ebene liegende
eraden (Achsen) müssen gleich Null sein;

2. Die Summen der Momente aller Kräfte in
ezug auf drei beliebige nicht in einer Ebene
iegende Achsen müssen gleich Null sein.

In der Ebene hat man statt sechs nur drei Glei-
hungen, denn es genügt, die Projektionen auf zwei
chsen und die Momente in bezug auf einen beliebigen
unkt zu betrachten.

Der Angriffspunkt einer Kraft darf in ihrer Wir-
ungsgeraden willkürlich verlegt werden. Ein Moment
at auf jeden beliebigen Punkt einer Ebene die gleiche
Virkung und kann deshalb auf jeden Punkt bezogen
erden.

Zur Zusammensetzung von Kräften in der Ebene
ann man ein rechnerisches Verfahren (aus den Bedin-
ungen für das Gleichgewicht abgeleitet) anwenden, oder
ine der folgenden graphischen Methoden:

1. Man läſst zwei Kräfte in dem Schnittpunkt ihrer Wirkungslinien angreifen (Fig. 43); die Mittelkraft R ist die Diagonale des aus P_1 und P_2 gebildeten Parallelogrammes. Die Kraft R wird mit der dritten Kraft P_3 nach gleichem Verfahren zusammengesetzt usw. Diese Methode ist nur für eine mäſsige Anzahl von Kräften mit Vorteil anwendbar; sind die Kräfte parallel, so muſs man durch Umwege zum Ziele kommen, z. B. indem man dem System eine passende Anzahl von gleichen und entgegengesetzten Kräften hinzufügt.

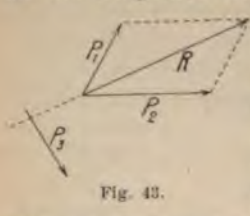


Fig. 43.

2. Die einzelnen Kräfte werden aneinandergereiht (Fig. 44); die Schluſslinie R des Kräftezuges gibt die Mittelkraft nach Gröſse und Richtung an. Um ihre Wirkungslinie zu finden, projiziert man sämtliche Ecken von einem beliebigen Punkte O und konstruiert das sog. Seileck oder Seilpolygon 1, 2, 3, dessen Seiten

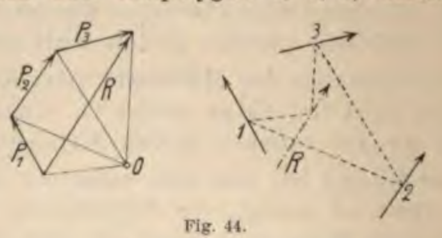


Fig. 44.

parallel zu den Projektionsstrahlen sind. Zwei Strahlen, die irgendeine Kraft projizieren, entsprechen zwei Seiten des Seilpolygons, die sich in einem Punkte der betreffenden Wirkungslinie schneiden; der Schnittpunkt der ersten und der letzten Seite liegt auf der Wirkungslinie der Resultanten, die parallel zu R liegt und hiernach leicht konstruiert werden kann. Der Ausgangspunkt 1 kann willkürlich gewählt werden.

Will man eine Kraft P, deren Wirkungslinie gegeben ist, auf einen Punkt A wirken lassen, so denkt

man sich in A zwei entgegengesetzte Kräfte gleich P wirkend; die eine vereinigt man mit P zu einem Kräftepaar, die andere bleibt frei und greift in A an; sie hat gleiche Gröfse, Richtung und Vorzeichen wie P.

Jedes System von Kräften, in der Ebene wie im Raume, läfst sich auf eine in einem gegebenen Punkt angreifende Kraft und auf ein Kräftepaar zurückführen. Das Kräftepaar ist durch sein Moment (Gröfse einer der Kräfte $\times$ Entfernung der beiden voneinander) und seine Ebene (oder eine dazu rechtwinklige Gerade, die sog. Achse des Kräftepaares) gegeben.

Bei der Untersuchung der Wirkung von äufseren Kräften auf einen beliebigen Körper mufs man zuerst die Auflagerreaktionen bestimmen, welche im Zusammenhang mit den angreifenden Kräften ein für sich im Gleichgewicht befindliches System bilden. Durch jeden zu untersuchenden Querschnitt denkt man sich alsdann einen Schnitt so gelegt, dafs der Körper in zwei Teile getrennt wird; den einen Teil denkt man sich mit allen daran angreifenden Kräften entfernt; die übrigen setzt man zu einer im Schwerpunkt des Querschnittes angreifenden Mittelkraft und einem Kräftepaar zusammen. Die Mittelkraft wird nun in eine senkrecht und eine parallel zum Querschnitt liegende Komponente zerlegt; die erste ist die **Normalkraft**, die zweite die **Querkraft** oder **Schubkraft**.

Das Kräftepaar (dessen Moment mafsgebend ist, weshalb einfach nur die Benennung **Moment** gebräuchlich ist) wird in zwei Momente zerlegt; das eine, dessen Achse in dem Querschnitt liegt, heifst das **Biegungsmoment**, das andere, dessen Achse rechtwinklig zur Ebene des Querschnitts liegt, heifst das **Torsionsmoment** oder das **Drehmoment**.

Diese Zerlegungen können auch mit den Angriffskräften und Auflagerreaktionen vorgenommen werden. Betrachtet man alle auf einer Seite des Querschnitts liegenden Kräfte, so erhält man:

Die **Normalkraft**, indem man alle Kräfte auf einer Normalen zum Querschnitt projiziert;

die **Querkraft**, indem man alle Kräfte auf die Ebene des Querschnittes projiziert und sie dann zusammenstellt;

das **Biegungsmoment**, indem man alle Momente in bezug auf zwei (meistens sich rechtwinklig schneidende) im Querschnitt liegende Achsen algebraisch addiert und nachträglich zusammenstellt;

das **Drehmoment**, indem man alle Momente in bezug auf eine zum Querschnitt rechtwinklig stehende Achse algebraisch addiert.

Für ein Gitterwerk tritt an Stelle des Schwerpunktes eines Querschnittes ein Knotenpunkt, den man sich durch einen geeigneten Schnitt von dem Rest des Systems getrennt denkt. Die Aufgabe kann nach demselben Verfahren behandelt werden, indem man alle Komponenten der äufseren Kräfte parallel zu den Richtungen dreier sich in dem Punkt schneidenden, aber nicht in einer Ebene liegenden Stäbe benutzt, und ebenso für die Momente drei passend gewählte Drehachsen. In der Ebene vereinfacht sich die Aufgabe wesentlich.

Das Produkt einer Kraft mit ihrem Hebelarm wird oft ihr **statisches Moment** genannt, das Produkt einer Kraft mit dem Quadrat ihres Hebelarmes heifst ihr **Trägheitsmoment**, das Produkt einer Kraft mit den Hebelarmen in bezug auf zwei Achsen heifst ihr **Zentrifugalmoment**.

Sind die Kräfte parallel, so werden ihre Hebelarme einfach durch die Entfernung ihrer Wirkungslinien von einer zu derselben parallel liegenden Geraden angegeben; diese Gerade führt oft auch den Namen **Achse**.

Wenn man die Momente aller Flächenteilchen eines Querschnittes als Kräfte auffafst, so kann man das **statische**, das **Trägheits-** und das **Zentrifugalmoment** des Querschnittes bestimmen und zwar in bezug auf eine

bzw. zwei Achsen. Diese Funktionen spielen in der Theorie der Biegung eine wesentliche Rolle.

Das statische Moment in bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende Achse ist immer gleich Null.

Das statische Moment einer Fläche in bezug auf eine beliebige Achse ist gleich dem Flächeninhalt, multipliziert mit der Entfernung des Schwerpunktes von der Achse.

Auf dieses Prinzip stützt sich die Bestimmung des Schwerpunktes; man zerlegt die Fläche in Teile, deren Flächeninhalte und Schwerpunkte leicht zu bestimmen sind, und berechnet die statischen Momente dieser Flächen in bezug auf eine beliebige Achse. Die Summe dieser Momente (unter Berücksichtigung der Vorzeichen), durch die Gesamtfläche des Querschnittes dividiert, ergibt die Gröſse, um welche man die gewählte Achse parallel zu sich selbst verschieben muſs, damit sie durch den Schwerpunkt geht.

Durch Wiederholung des Verfahrens in bezug auf eine andere Achse ermittelt man schlieſslich die genaue Lage des Schwerpunktes. Diese Bestimmung kann auch graphisch geschehen (vgl. Seite 61).

Die Flächenteilchen können im allgemeinen schmale Streifen sein, parallel zur gewählten Achse.

Ähnlich können die Trägheitsmomente berechnet werden; die Flächeninhalte der einzelnen Streifen werden mit dem Quadrat der Entfernungen von einer Achse multipliziert und die Resultate addiert. Nur müssen hier die Streifen ziemlich schmal sein, damit das Verfahren nicht allzu ungenau wird, oder man muſs die eigenen Trägheitsmomente der einzelnen Streifen zum Resultat addieren.

Kennt man das Trägheitsmoment einer Fläche in bezug auf eine Schwerachse, so ist das Trägheitsmoment in bezug auf eine zweite zu dieser parallel liegenden Achse gleich der

Summe aus dem ersten Trägheitsmoment und dem Produkte des Flächeninhaltes mit dem Quadrate der Entfernung der beiden Achsen.

Bezeichnet man mit J das Trägheitsmoment einer Fläche in bezug auf eine beliebige Schwerachse, welche mit der X-Achse den Winkel α einschliefst (Fig. 45), mit J_x und J_y die Trägheitsmomente in bezug auf zwei rechtwinklige Schwerachsen, mit C das Zentrifugalmoment für dieses Achsenpaar, so ist $J = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - C \sin 2\alpha$. Diejenigen zueinander rechtwinklig stehenden Schwerachsen, für welche J ein Maximum bzw. ein Minimum wird, heifsen die **Hauptachsen.** Ist eine Symmetrieachse vorhanden, so ist sie eine der Hauptachsen. Im allgemeinen ist die Lage der Hauptachsen durch die Gleichung bestimmt:

Fig. 45.

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2C}{J_x - J_y};$$

dieselbe liefert für 2α zwei Werte, die um 180^0 voneinander abweichen, also für α zwei um 90^0 verschiedene Winkel.[1])

Die äufsersten Werte von J sind:

$$J_{\substack{max\\min}} = \frac{1}{2}\left(J_x + J_y\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(J_x - J_y\right)^2 + C^2}.$$

Zur Berechnung der Trägheitsmomente kann man das bereits angegebene Verfahren anwenden. Man kommt aber meistens schneller zum Ziele, wenn man die Figur in möglichst grofse Teile zerlegt, für welche Trägheitsmoment, Fläche und Schwerpunkt leicht zu

[1]) Eine solche Berechnung ist erforderlich, z. B. um das kleinste Trägheitsmoment des nebenan skizzierten Querschnittes zu ermitteln: Die strichpunktierten Linien sind nicht die Hauptachsen, und das zu berücksichtigende Trägheitsmoment kann wesentlich kleiner als J_x werden, falls b gegenüber a groß ist.



Fig. 46.

nitteln sind. Es ist dabei nur zu erwähnen, dafs an tunlichst die Einführung grofser negativer Flächen-schnitte vermeiden soll, um nicht gezwungen zu sein, hr grofse Zahlen genau zu berechnen, um ein kleines esultat zu finden. Zusammengesetzte Querschnitte erden am besten nach den einzelnen dazu verwendeten rofilen zerlegt; dieses Verfahren bietet den Vorteil, afs man die Berechnung leicht kontrollieren und ventuelle Änderungen ohne grofse Arbeit einführen ann. Ist der Querschnitt unsymmetrisch, so ist es oft orteilhaft, das Trägheitsmoment in bezug auf diejenige chse zu bestimmen, für welche der gröfste Teil der nzelnen Profile symmetrisch liegt; in bezug auf diese chse ermittelt man leicht den Schwerpunktsabstand. on dem berechneten Trägheitsmoment mufs nur der lächeninhalt der ganzen Figur, multipliziert mit dem uadrat des Schwerpunkt-Abstandes, abgezogen werden.

Für solche Fälle ist auch das allgemeine graphische erfahren von Mohr sehr gut anwendbar (Fig. 47).

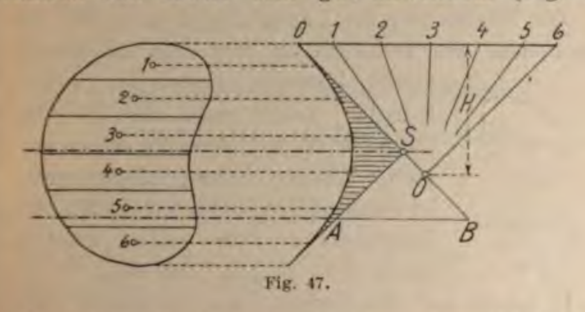


Fig. 47.

Man teilt die Figur in Streifen, betrachtet deren lächen als Kräfte, die man mittels eines Seilpolygons ısammensetzt. In das Seilpolygon wird nun eine etige Kurve eingeschrieben, und die schraffierte Fläche ' gerechnet. Das Trägheitsmoment in bezug auf die chwerachse ist $J = 2\,H\,F$. Hier wird H in dem lafsstab der Flächen gemessen. Die einzelnen Streifen önnen bis zu 1 cm und mehr angenommen werden;

nimmt man sie sehr schmal, ca. 5 mm oder weniger, so braucht man die Kurve kaum zu zeichnen. Bei der Abrundung der Ecken des Seilpolygons achte man darauf, dafs die Berührungspunkte in der Verlängerung der Trennungsgeraden der Streifen liegen. Will man das Trägheitsmoment in bezug auf eine andere Achse haben, z. B. AB, so kommt noch die Fläche des Dreiecks SAB hinzu.

Das Verfahren liefert auch unmittelbar den Schwerpunkt und ist deshalb für einige Aufgaben sehr geeignet, z. B. für die Untersuchung verschiedener I — Querschnitte mit oben und unten ungleicher und veränderlicher Anzahl von Lamellen. Die Genauigkeit ist für die Praxis vollständig genügend.

Sind die Hauptachsen eines Querschnittes von vornherein nicht bekannt, so benutzt man am besten den Trägheitskreis (Seite 74), nachdem man zur Berechnung der dazu nötigen Momente ein passendes Achsenkreuz gewählt hat.

Zur Ermittelung der Zentrifugalmomente ist im allgemeinen das rechnerische Verfahren am besten geeignet. Dasselbe stützt sich auf folgendes Prinzip: kennt man das Zentrifugalmoment einer Fläche in bezug auf ein rechtwinkliges Schwerachsenkreuz, so ist das Zentrifugalmoment für ein anderes Achsenkreuz zum ersten parallelen: $C_A = C_S + F s_1 s_2$ (Fig. 48).

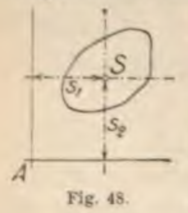


Fig. 48.

In bezug auf die Hauptachsen ist immer $C_S = o$. Für ein rechtwinkliges Dreieck ist z. B. $C_S = \frac{1}{72} b^2 h^2$ (Fig. 55), für ein Rechteck $C_S = o$. Man zerlegt die Figur in Rechtecke und rechtwinklige Dreiecke (was immer mit genügender Annäherung möglich ist) und rechnet nach obiger Formel die einzelnen C_A, die man schliefslich addiert. Dafs man dabei das Vorzeichen berücksichtigen mufs, versteht sich von selbst.

Die Berechnung kann aber stets umgangen werden, wenn man zu den zwei Trägheitsmomenten ein drittes rechnet, und die Formel auf Seite 60 oder den Trägheitskreis nach Seite 74 benutzt.

Die Funktion $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$, welche eine Länge darstellt, wird der **Trägheitshalbmesser** des Querschnittes genannt und zur Behandlung gewisser Aufgaben mit Vorteil verwendet.

Addiert man die Produkte aus sämtlichen Flächen, bzw. Volumen- oder Massen-Elemente mit den Quadraten ihrer Entfernungen von einem Punkt bzw. einer Achse, so erhält man das sogenannte **polare Trägheitsmoment.** Dasselbe ist immer gleich der Summe zweier Trägheitsmomente in bezug auf zwei Achsen bzw. zwei Ebenen, die sich rechtwinklig im gegebenen Punkt bzw. Achse schneiden.

Momente höherer Ordnung kommen in der Statik nicht vor.

18. Momente ebener Gebilde.

a) Trägheits- und Widerstandsmomente.

1. **Dreieck.** (Fig. 49.) $J_o = \frac{1}{36} b h^3$.

$W' = \frac{1}{24} b h^2$; $W'' = \frac{1}{12} b h^2$; $J_b = \frac{1}{12} b h^3$.

Fig 49.

2. **Rechteck.** (Fig. 50.) $J_o = \frac{1}{12} b h^3$;

$W = \frac{1}{6} b h^2$; $J_b = \frac{1}{3} b h^3$.

Fig 50.

3. **Kreis.** $J = \frac{\pi d^4}{64} = 0{,}049\, d^4$ $W = \frac{\pi d^3}{32} = 0{,}098\, d^3$.

Kreisring. $J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$; $W = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$.

Viertelkreis. $J_o = 0{,}055\, r^4$. (Fig. 51.)

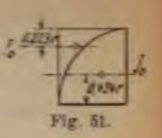


Fig. 51.

Aufsenfläche. $J_o = 0{,}0075\, r^4$.

4. **Parabel.** $J_x = \frac{8}{175}\, l\, f^3$;

$J_y = \frac{1}{30} f\, l^3$. (Fig. 52.)

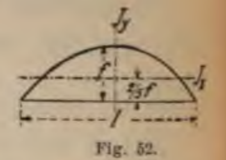


Fig. 52.

5. **Wellblech.** (Figur 53.) Das Widerstandsmoment für 1 m Breite ist annäherungsweise $W = \left(19{,}6 + 35{,}4\,\frac{h}{b}\right) h\,\delta$, und das Gewicht $g = W\left(\frac{3}{h} + \frac{0{,}6}{b}\right)$ kg/m² (alle Mafse in cm). Diese Formeln sind auch für flaches Wellblech anwendbar.



Fig. 53.

b) Zentrifugalmomente.

1. **Rechtwinkliges Dreieck.** (Fig. 54.)

$$C_{xy} = -\frac{1}{72}\, b^2 h^2;\quad C_{bh} = +\frac{b^2 h^2}{24}.$$



Fig. 54.

2. **Rechteck.** (Fig. 55.)

$$C_{xy} = o;\quad C_{bh} = +\frac{b^2 h^2}{4}.$$

Fig. 55.

3. Eine **beliebig gestaltete Fläche** wird durch Parallelen zu der X- bzw. Y-Achse in Rechtecke und Dreiecke geteilt, worauf durch Anwendung obiger Formeln die Berechnung von C_{xy} möglich ist.

19. Festigkeitslehre.

I. Allgemeines.

Mit genügender Annäherung für die Praxis sind die Formänderungen direkt proportional den Belastungen, und die Wirkungen verschiedener Belastungen dürfen einfach addiert werden; dieses Gesetz ist aber nur gültig, so lange die Spannungen die Elastizitätsgrenze nicht überschreiten.

Eine rechtwinklig zu einem Querschnitt wirkende Kraft N ruft die Normalspannung σ hervor. Es ist: $\sigma = \frac{N}{F}$ positiv, wenn Zug. Die entsprechende Längenänderung eines homogenen Prismas der Länge l ist: $\Delta l = \frac{Nl}{EF} = \sigma \frac{l}{E}$, wo E den **Proportionalitäts-Koeffizienten** oder das **Elastizitätsmodul** bedeutet. Die Längenänderung, auf die Längeneinheit bezogen, ist: $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$. Die Querzusammenziehung, wenn σ positiv (Zug), bzw. die Ausbauchung, wenn σ negativ (Druck), ist $\frac{\varepsilon}{m}$.

Wirkt die Kraft Q auf einen sehr kleinen Querschnitt in seiner Ebene, so wird die Schubspannung $\tau = \frac{Q}{F}$. Die Formänderung eines Prismas der Länge l ist: $\Delta t = \frac{lQ}{FG} = \tau \frac{l}{G}$; für die Längeneinheit: $\gamma = \frac{\tau}{G}$. Hier ist G der **Schubelastizitäts-Koeffizient** oder das **Gleitmodul.**

Die Wirkung einer Schubbeanspruchung besteht in einer Verschiebung der einzelnen Querschnitte parallel zueinander. Ursprünglich rechtwinklig zueinander stehende Seitenflächen des Körpers bilden nach der Formänderung schiefe Winkel.

Es wird meistens angenommen, daſs für den Bruch nicht die gröſste in einem Punkt vorkommende Spannung, sondern die gröſste spezifische Dehnung maſsgebend ist; wird dieselbe mit Hilfe von E in eine Spannung umgerechnet, so ergibt sich die sogenannte **reduzierte Spannung**, σ_{red}, welche für die Anstrengung des Materials maſsgebend ist.

Für jeden Punkt eines Körpers und für jeden Belastungszustand gibt es drei rechtwinklig zueinander stehende Ebenen, nach welchen die Schubspannungen Null sind; die Spannungen in diesen Ebenen heiſsen die **Hauptspannungen**. Für die Hauptspannungen σ_1, σ_2, σ_3 ist die Dehnung: $\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{m} + \frac{\sigma_3}{m}\right)$ und die reduzierte Spannung: $\sigma_{red} = \sigma_1 + \frac{1}{m}(\sigma_2 + \sigma_3)$. Die Bezeichnungen σ_1, σ_2, σ_3 sind auf die Hauptspannungen so zu verteilen, daſs der gröſste Wert für σ_{red} entsteht.

Die Hauptspannungen für den reinen Schub sind ebensogroſs wie τ und haben entgegengesetztes Vorzeichen. Unter den zulässigen Spannungen σ und τ besteht demnach die Beziehung: $\sigma = \tau + \frac{\tau}{m}$, woraus $\tau = \frac{m}{m+1}\,\sigma$ und für $m = 10/3$, $\tau = 0{,}77\,\sigma$. Im allgemeinen nimmt man an, daſs die zulässige Schubspannung 0,8 der zulässigen Zug- bzw. Druckspannung betragen darf (wie es für $m = 4$ wäre); doch gibt es hierüber verschiedene Vorschriften (vgl. Kap. 95).

Kommen Spannungen nur in zwei Richtungen vor, so heiſst der Belastungszustand ein ebener, und es ist: $\sigma_{red} = 0{,}35\,\sigma + 0{,}65\sqrt{4\,\tau^2 + \sigma^2}$. Der Fall kommt vor z. B. bei einer Welle, die gleichzeitig auf Drehung und auf Biegung beansprucht wird, bei dem Steg eines I-Eisens, der auf Biegung und Schub in Anspruch genommen wird, usw.

II. Zugfestigkeit.

Wenn ein prismatischer Körper vom Querschnitt F eine Last N trägt, so wird er auf $\sigma = \frac{N}{F}$ t/cm² beansprucht. Ist die Länge eine sehr beträchtliche, so dafs das Eigengewicht des Körpers mit berücksichtigt werden mufs, so berechnet man die Spannung in verschiedenen Querschnitten; den Körper setzt man nötigenfalls aus verschiedenen Teilen mit zunehmendem Querschnitte zusammen (Anwendung bei Förderseilen, bei Zugstangen zur Bewegung der Pumpen in tiefen Schächten usw.).

Die Widerstandsfähigkeit von Drähten gegen Zug ist von ihrem Querschnitt und ihrem Umfang abhängig. Nach Karmarsch ist die Bruchlast in kg: $P = \alpha d + \beta d^2$, wo d in mm zu setzen ist; die Werte von α und β sind folgender Tabelle zu entnehmen:

	Ungeglüht		Geglüht	
	α	β	α	β
Stahldraht	21	50	3	45
Bester Eisendraht	12,5	50	3	26
Gewöhnlicher Eisendraht	18	36	5	22,5
Messingdraht	8	43	5,5	22,5
Kupferdraht	7,5	27,5	0	18,5

Drahtseile aus Tiegelgufsstahldrähten, 1,8—2,0 mm stark, zeigen eine Bruchlast von 11—13 t/cm², wenn nur der metallische Querschnitt gerechnet wird.

Die Festigkeit von Ketten ist wegen der eintretenden Biegungsspannungen wesentlich geringer als die des betreffenden Rundeisens. Die zulässige Belastung des Rundeisens ist 0,5 t/cm², sogar nur 0,4 t/cm² für Ketten, welche Stöfsen ausgesetzt sind (bei Dampfwinden), oder wo man schädliche Dehnungen vermeiden will (bei kalibrierten Ketten).

Stegketten sind widerstandsfähiger, ungefähr im Verhältnis 9/7.

Schrauben werden gewöhnlich nicht mehr als auf 0,4 bis 0,6 t/cm² beansprucht, höchstens 0,8 t/cm². Die zu rechnende Fläche ist diejenige des Kernes; das Material ist fast immer Schweifseisen, selten Flufseisen.

Hanfseile weisen eine Bruchfestigkeit von 0,60 bis 0,80 t/cm² auf, je nachdem sie einmal oder zweimal gezwirnt sind.

III. Druckfestigkeit.

Insofern die Knickfestigkeit nicht in Frage kommt, gelten für die Dimensionierung dieselben Regeln wie für die Zugfestigkeit.

Für die Längenänderung sind immer dieselben Formeln gültig wie bei Beanspruchung auf Zug; das Vorzeichen wird im allgemeinen negativ angenommen.

IV. Schubfestigkeit.

Wirkt die Kraft Q auf einen sehr kleinen Querschnitt F in seiner Ebene, so ist die Schubspannung $\tau = \frac{Q}{F}$ t/cm².

Auf Querschnitte endlicher Gröfse verteilt sich die Kraft nach einem weniger einfachen Gesetze. Am Rande des Querschnittes ist die Spannung immer tangential zu der Begrenzungslinie gerichtet; in allen Ecken ist sie gleich Null. Ist TO (Fig. 56) die Richtung der Querkraft, und nennt man J das Trägheitsmoment des ganzen Querschnitts, S das statische Moment des schraffierten Teiles, beide auf die rechtwinklig zu TO stehende Schwerachse bezogen, so ist die Spannung am Rande $\tau = \frac{Q\,S}{J\,z\cos\alpha}$. Man nimmt an, dafs die Spannungen aller Punkte der Sehne z nach T gerichtet sind, und dafs ihre Projektionen auf TO alle denselben

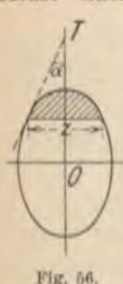


Fig. 56.

Wert $\frac{Q}{J}\frac{S}{z}$ haben. Diese Spannungen sind im allgemeinen am gröſsten für die Schwerachse, wo S den gröſsten Wert hat. Für ein Rechteck ist $\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{Q}{F}$, für einen Kreis $\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{Q}{F}$, für einen Kreisring mit sehr geringer Wandstärke $\tau_{max} = 2\frac{Q}{F}$, für ein Quadrat, welches übereck liegt, $\tau_{max} = 1{,}59\frac{Q}{F}$. Für I-, ⊏- und ⌝⌞-förmige Querschnitte mit dünnem Steg ist mit genügender Annäherung: $\tau = \frac{Q}{F'}$, wo F' den Querschnitt des Steges bezeichnet; τ ist in diesem Falle ziemlich konstant für den ganzen Steg.

Für solche Querschnitte ist die Biegungslinie infolge der Schubkräfte durch die entsprechende Momentenlinie dargestellt, deren Ordinaten durch $F'G$ dividiert werden müssen. Für $E = 2150$ t/cm² ist $G = 830$ t/cm².

V. Drehungsfestigkeit.

Wird ein gerader stabförmiger Körper durch ein Kräftepaar beansprucht, dessen Achse mit der Achse des Körpers zusammenfällt, so hat man den Fall der reinen Verdrehung (Torsion). In dem Körper entstehen nur Schubspannungen, deren gröſster Wert nach der Formel $\tau = \frac{M}{W_d}$ gerechnet wird. Hier ist M das Moment des angreifenden Kräftepaares, W_d das sogenannte **Widerstandsmoment der Drehung.** Für die meist vorkommenden Querschnitte hat W_d folgende Werte:

Kreis mit Durchmesser d . $W_d = \frac{\pi}{16} d^3$

Kreisring . . . . $W_d = \frac{\pi}{16} \frac{(D^4 - d^4)}{D}$

Rechteck mit Seiten

a und b $(a > b)$ . . . . . $W_d = \frac{2}{9} a\, b^2$

Hohles Rechteck . . . . $W_d = \frac{2}{9} \frac{a\, b^3 - a_1\, b_1^3}{b}$

I- und [-Querschnitte mit konstanter Stärke s, Flanschbreite b, Steghöhe h . . . $W_d = \frac{2}{9}\, s^2\, [h + 2\,(b - s)]$

Kreuz- und winkelförmige Querschnitte, b, h und s, wie oben . . . . $W_d = \frac{2}{9}\, s^2\, (h + b - s)$.

Der Verdrehungswinkel eines prismatischen Stabes mit der Länge l und den Hauptträgheitsmomenten J_x und J_y ist: $\Theta = \psi \frac{J_x + J_y}{4\, J_x\, J_y} \frac{M}{G}\, l$ (in Bogenmaſs);

für eine Ellipse $\Theta = \frac{\psi}{\pi} \frac{M}{G} \frac{b^2 + c^2}{b^3\, c^3}\, l$;

für einen Kreis $\Theta = \psi \frac{32}{\pi} \frac{M}{G\, d^4} = \psi \frac{2}{\pi} \frac{M}{G\, r^4}\, l$;

für ein Rechteck $\Theta = \psi \frac{9}{2} \frac{M}{G} \frac{b^2 + c^2}{b^3\, c^3}\, l$.

Letztere Formel kann verwendet werden, um die Formänderung eines auf Torsion beanspruchten Bleches zu berechnen.

Ist ein stabförmiger Körper auf beiden Enden eingespannt und in der Entfernung a vom linken, b vom rechten Ende durch ein drehendes Moment beansprucht, so verteilt sich dieses auf beide Seiten in umgekehrtem Verhältnis der Längen a und b; der Torsionswinkel wird also ermittelt, indem man in die oben angegebene Formel für Θ das ganze Moment M einführt, die Länge des Stabes aber nicht $= a + b$, sondern $= \frac{a\, b}{a + b}$ setzt.

Der Koeffizient ψ ist nach Grashof = 1 für kreisförmige Querschnitte, = 1,2 für quadratische und ellip-

tische Querschnitte, = 1,2 — 1,5 für mehr und mehr längliche, rechteckige Querschnitte, wobei der erste Wert ziemlich unverändert gültig bleibt bis $\frac{a}{b} = 7,6$.

Ein ⊤ oder ⊏-förmiger Balken kann Drehmomente aufnehmen, wenn er auf beiden Enden so aufgelagert ist, dafs jeder Flansch für sich als ein biegungsfester Balken betrachtet werden kann. Das Drehmoment wird einem Kräftepaar gleichgesetzt, dessen Kräfte den oberen bzw. unteren Flansch belasten; die Berechnung erfolgt dann auf Biegung. Jeder Flansch mufs für sich an jedem Ende aufgelagert werden. Diese Bauart ist für die Praxis empfehlenswert, indem sie kleinere Nachgiebigkeit und bessere Auflagerung bedingt. Sehr geeignet dazu sind die breitflanschigen Profile (Grey-Träger und ähnliche). Der Verdrehungswinkel wird aus den Durchbiegungen der beiden Flansche berechnet.

Eine dreiwandige Säule mit I-, ⊏- oder ⅂L-förmigem Querschnitt kann nur dann als torsionsfest gelten, wenn ihr Fufs und Kopf keine Drehung um die vertikale Achse machen können; nur dann sind die Auflagerungsbedingungen erfüllt. Mufs eine solche Säule in jeder Richtung pendeln können, so sind Kugelgelenke nicht zulässig, vielmehr sind zwei übereinanderliegende Bolzen am Platz. Zwei sauber angepafste Knaggen leisten auch dieselben Dienste. Eine derartige Säule mit Kugellagern könnte gefährdet werden, auch ohne dafs ein merkbares Drehmoment vorhanden ist, vielmehr genügt hierzu eine im Vergleich zu den vorhandenen Querschnitten starke Druckbelastung. Es liegt hier ein Fall vor, der mit der Knickfestigkeit gerader Stäbe zu vergleichen ist. Die Gefahr ist nur für sehr schlanke Säulen vorhanden bzw. für Konstruktionen, die gegen Windschiefwerden mangelhaft gesichert sind.

Räumliche Fachwerke können so konstruiert werden, dafs die Gurtungen sehr wenig belastet sind und die Übertragung der Kräfte fast ausschliefslich durch die

Diagonalen der Wände geschieht. Besonders vorteilhaft sind in diesem Falle die Fachwerke, welche auf einem regelmäfsigen Grundrifs (Dreieck, Quadrat usw.) gebaut sind. (Vgl. S. 233.) In der Praxis kommt aber eine reine Torsionsbeanspruchung niemals vor.

VI. Biegungsfestigkeit.

Es soll zuerst vorausgesetzt werden, dafs der stabförmige Körper nur von Kräften angegriffen wird, welche in einer Ebene liegen, die alle Querschnitte in einer Hauptachse schneidet. Längs- oder Achsialkräfte seien nicht vorhanden.

Bezeichnet man mit:

J das Trägheitsmoment des Stabquerschnittes auf die Schwerachse bezogen,
M das Biegungsmoment,
σ die Normalspannung,
y die Entfernung einer Faser von der Schwerachse,

so lautet die Grundgleichung der Biegungsfestigkeit:

$$\sigma = M \frac{y}{J}.$$

Auf der Schwerachse sind demnach die Biegungsspannungen gleich Null.

Ist die gröfste Entfernung der Faser von der neutralen Achse gleich e, so ist die gröfste Spannung: $\sigma_{max} = M \frac{e}{J} = \frac{M}{W}$, wenn man mit W das Widerstandsmoment $\frac{J}{e}$ des Querschnittes bezeichnet. Für unsymmetrische Querschnitte hat man für e und folglich auch für W zwei Werte, einen für die gedrückten und einen für die gezogenen Fasern.

In jedem Querschnitt treten aufserdem auch Schubspannungen auf, welche direkt proportional der Querkraft Q sind und sich je nach der Gestalt des Quer-

schnittes verschieden über denselben verteilen. Sie kommen immer paarweise vor, und zwar gleichzeitig in der Ebene des Querschnittes und senkrecht dazu, parallel zur Achse des Körpers; diese Spannungen sind stets einander gleich und erreichen ihren gröſsten Wert auf der Nullachse, wo S am gröſsten ist. Hiernach ist die Spannung im allgemeinen in keinem Punkt so groſs wie in den äuſsersten Fasern, wo $\tau = 0$ und $\sigma_{red} = \sigma_{max}$. Eine Ausnahme machen I- und [-Querschnitte mit dünnem Steg, wenn die Länge des Trägers nicht groſs ist und die Belastung dagegen sehr hoch, so daſs das Biegungsmoment einen hohen Wert annimmt; in solchen Fällen ist der Anschluſs des Flansches an den Steg am meisten gefährdet.

Im allgemeinen Fall liegen die angreifenden Kräfte in verschiedenen Ebenen. Man tut wohl am besten, sämtliche Kräfte nach den Ebenen der Hauptachsen zu zerlegen, die beiden Belastungen getrennt zu untersuchen und die zusammengehörenden Spannungen algebraisch zu addieren.

Ein oft vorkommender Fall ist der, wo die Kräfte zwar alle in einer Ebene liegen, diese aber die Balkenquerschnitte nicht nach einer Hauptachse schneidet (z. B. bei Z-Eisen und bei schrägliegenden [- und I-Eisen als Fetten von Dächern usw.). Das Moment wird immer auf den Schwerpunkt des Querschnittes bezogen, und die Nullinie geht durch den Schwerpunkt, so lange keine Längskräfte auftreten, aber sie liegt nicht mehr rechtwinklig zur Belastungsebene.

Man kann die eintretenden Spannungen durch die Formel $\sigma = M \frac{e}{J'}$ ausdrücken, wo J' ein vorläufig nicht bestimmtes Trägheitsmoment darstellt, und e die Entfernung der in Frage kommenden Faser von der Nulllinie bedeutet. Die Ermittelung von J' und der Lage der Nullinie geschehen am besten graphisch (nach Mohr) mit Hilfe des Trägheitskreises.

Um ihn zu konstruieren, wählt man zwei rechtwinklig zueinander liegende Achsen OX und OY (Fig. 57)

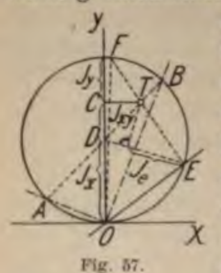


Fig. 57.

parallel zu den Richtungen der bekannten Trägheitsmomente J_x und J_y, und trägt in einem beliebigen Maſsstab: $OC = J_x$, $CY = J_y$, $CT = J_{xy} =$ Zentrifugalmoment in bezug auf die zu OX und OY parallelen Schwerachsen. Diese Strecke (welche positiv oder negativ sein kann) muſs nach der Seite aufgetragen werden, für welche die parallel zu OX gemessenen Längen das entsprechende Vorzeichen erhalten haben.

Auf OY als Durchmesser legt man einen Kreis; zieht man den Durchmesser durch TD, so sind OA, OB die Richtungen der Hauptachsen; die entsprechenden Trägheitsmomente sind TA und TB. Für eine beliebige Achse OE ist das Trägheitsmoment gleich der Projektion von TE auf den Halbmesser durch E. Das Zentrifugalmoment für zwei beliebige Achsen durch O ist gleich dem Abstand der zugehörigen Kreissehne von T.

Zwei Achsen, für welche das Zentrifugalmoment gleich Null ist, heiſsen **konjugiert** oder **zugeordnet**, die zugehörige Sehne muſs demnach durch T gehen; wie z. B. EF. Das auf eine Achse OE bezogene Trägheitsmoment J_e ist gleich der Projektion von TE auf den Halbmesser ED.

Die Richtung der Nullinie ist zur Kraftlinie konjugiert; der Kraftrichtung OF entspricht also die Nullinie OE. Jetzt ist man imstande, die oben angegebene Formel anzuwenden.

Fig. 58.

Etwas einfacher ist folgende Konstruktion der Spannung. Man denkt sich O in den Schwerpunkt des Querschnittes verlegt (Fig. 58); ist

GO die Richtung der Kraft, so ist OH die Nullinie. Man macht $OK = TH$ rechtwinklig zu OH, KL parallel OH und gleich dem angreifenden Moment M. Die schraffierte Fläche stellt die Spannungen in dem für M und für die Figur gewählten Maſsstab dar. Wie man die Kantenspannung findet, geht aus der Figur deutlich hervor.

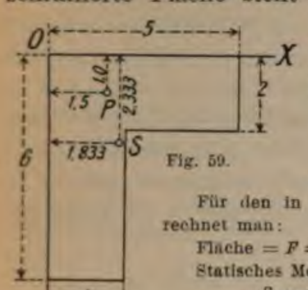


Fig. 59.

Zur Erläuterung dieses Verfahrens sei ein ganz allgemeiner Fall behandelt. Für den in Fig. 59 dargestellten Querschnitt berechnet man:

Fläche $= F = 18$ cm².

Statisches Moment in bezug auf OY:

$$S_1 = 4 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 \cdot 2{,}5 = 33 \text{ cm}^3.$$

Statisches Moment in bezug auf OX:

$$S_2 = 2 \cdot 6 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 42 \text{ cm}^3.$$

Es folgen die Koordinaten des Schwerpunktes:

$$x = \frac{33}{18} = 1{,}833 \text{ cm}; \; y = \frac{42}{18} = 2{,}333 \text{ cm}.$$

Die Trägheitsmomente sind: $J_x = \frac{1}{3}\,(2 \cdot 6^3 + 3 \cdot 2^3) - 18 \cdot 2{,}333^2 = 54 \text{ cm}^4$

$$J_y = \frac{1}{3}\,(4 \cdot 2^3 + 2 \cdot 5^3) - 18 \cdot 1{,}833^2 - 33{,}5 \text{ cm}^4.$$

Schlieſslich ist das Zentrifugalmoment:

$$C = 12 \cdot 0{,}667 \cdot 0{,}833 + 6 \cdot 1{,}333 \cdot 1{,}667 = 20 \text{ cm}^4.$$

Danach konstruiert man den Trägheitskreis (Fig. 60). Auf den Querschnitt seien die Momente M_x und M_y und die Normalkraft P wirksam. Man reduziert diese Belastung auf einen exzentrischen Zug (bzw. Druck), indem man die Kraft P in einem Punkt angreifen läſst, dessen Koordinaten

$$x = \frac{M_x}{P} \text{ und } y = \frac{M_y}{P}$$

sind. Nun zieht man die Gerade SP bis zum Schnitt in V mit dem Trägheitskreis, und VU durch den Punkt T. Die Nullinie ist parallel zur Geraden SU. Das angreifende Biegungsmoment ist hier

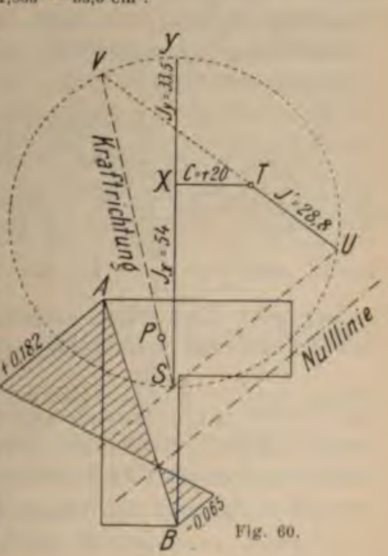


Fig. 60.

$M = 1{,}22\,P$, die Entfernungen der Punkte A und B von der SU sind 2,97 bzw. 2,86, das in Betracht kommende Trägheitsmoment ist $J = 28{,}5$. So erhält man die Grenzspannungen:

$$\sigma_A = \frac{P}{18} + P \cdot 1{,}22\,\frac{2{,}97}{28{,}5} = +\,0{,}182\ P\ \mathrm{t/cm^2};$$

$$\sigma_B = \frac{P}{18} - P \cdot 1{,}22\,\frac{2{,}86}{28{,}8} = -\,0{,}065\ P\ \mathrm{t/cm^2}.$$

Auf Grund dieser Zahlen wurde das Spannungsdiagramm konstruiert und die Lage der Nullinie bestimmt.

Die schräge Lage der Angriffskraft muſs auf alle Fälle berücksichtigt werden, denn eine kleine Neigung genügt schon, um die Beanspruchungen wesentlich zu erhöhen. Es ist deshalb empfehlenswert, die Träger in

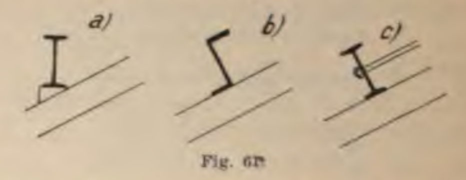


Fig. 61.

der richtigen Lage anzuordnen oder sie an jeder seitlichen Ausbiegung zu hindern. (Fig. 61.) Im Falle c) muſs die Zugstange die seitliche Komponente der vertikalen Belastung aufnehmen und ist darnach zu dimensionieren.

Die Biegungslinie.

Die Kurve, in welche die ursprünglich gerade Achse des Körpers bei der Formänderung übergeht, heiſst die **Biegungslinie**. Nennt man ϱ ihren Krümmungshalbmesser, so hat man $\frac{1}{\varrho} = \frac{M}{EJ}$. Da die Ordinaten dieser Linie immer sehr klein sind, so kann man die Bogenlänge mit der Abszisse vertauschen; so kommt man zur Gleichung: $\frac{d^2 y}{d x^2} = \pm \frac{M}{EJ}$. Hierbei ist das positive Vorzeichen gültig, wenn die Biegungslinie der positiven Seite der X-Achse ihre konvexe Seite zukehrt.

Die Formänderung infolge der Biegung ist meistens vorwiegend, so daſs man nicht stark fehlt, wenn man

die Gleichung, die man aus der obigen durch zweifache Integration erhält, als die der richtigen Biegungslinie ansieht. Auf dieses Prinzip stützen sich die meisten Berechnungen statisch unbestimmter Systeme, die Grundformeln von Seite 276 und ihre Anwendungen. Für die Berechnung der Durchbiegung belasteter Träger empfiehlt es sich aber, auf die Formänderung infolge der Schubkräfte Rücksicht zu nehmen, weil dieselbe leicht 10 % und mehr ausmacht.

Z. B. ein I-Eisen N. P. 36, 300 cm lang, mit 15 t in der Mitte belastet, biegt sich um 0,20 cm infolge der Momente, und um 0,03 cm infolge der Schubkräfte; die letzte Durchbiegung macht hiermit 13 % der gesamten aus.

Näheres über die Konstruktion der Biegungslinie, Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Trägheitsmomente usw. findet man auf Seite 251.

Für gewöhnliche Untersuchungen, welche nur den Zweck haben, nachzuweisen, dafs die Durchbiegung die zulässige Grenze nicht überschreitet, genügt meistens eine angenäherte Berechnung; auch ist ohne weiteres zulässig, einen mittleren Wert des Trägheitsmomentes einzuführen, durch kleine Änderungen des Momentendiagrammes den Fall auf einen einfacheren zurückzuführen, für welchen bequeme Formeln bestehen u. dgl. m. Die Berechnung mit dem Rechenschieber genügt stets; um sich in der Anzahl der Stellen nicht zu irren, schreibt man den gesuchten Wert als Produkt von mehreren Brüchen, welche alle leicht im Kopf gerechnet werden können.

Im vorigen Beispiel:

$\delta_1 = \frac{15 \cdot 300^3}{48 \cdot 2150 \cdot 19576} = \frac{15}{48} \cdot \frac{2700}{2150} \cdot \frac{10000}{19576} = 0{,}20$ cm; mit grober Annäherung im Kopf gerechnet $\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = 0{,}17$ cm.

Eine Berechnung weiter durchzuführen als bis zum Zehntel-Millimeter, ist ganz zwecklos und höchstens geeignet, einen falschen Begriff von der Genauigkeit unserer Theorie zu geben; im allgemeinen begnügt man sich mit der Annäherung auf ein Millimeter.

VII. Zusammengesetzte Beanspruchung.

a) Biegung und Druck bzw. Zug.

Hat ein Stab ein Biegungsmoment und eine normale (achsiale) Kraft aufzunehmen, so ist die oben angegebene Formel für reine Biegung noch gültig; es kommt aber hinzu die Spannung infolge der Normalkraft N. Da diese in dem Schwerpunkt angreift[1]), so verteilt sie sich gleichförmig auf den ganzen Querschnitt; es is also:

$$\sigma = \frac{My}{J} + \frac{N}{F}.$$

Die Spannungsverteilung ist hiernach immer noch eine lineare, nur geht die Nullinie nicht mehr durch den Schwerpunkt, vielmehr ist ihre Entfernung davon: $z = -\frac{N}{F} \cdot \frac{J}{M}$; sie kann auch ganz aufserhalb des Querschnittes liegen, in welchem Fall nur Spannungen gleichen Vorzeichens eintreten. Auf alle Fälle ist die Spannung im Schwerpunkt $\frac{N}{F}$, gleich der mittleren Spannung des ganzen Querschnittes.

Für den Fall, dafs die Ebene des Momentes den Querschnitt in einer Trägheitshauptachse schneidet, läfst sich eine übersichtliche Formel aufstellen, um die gröfste eintretende Spannung zu berechnen. Man kann sich immer das Moment als Produkt der Kraft N mal einer gewissen Länge a vorstellen. Die gröfste Spannung tritt am Rande des Querschnittes ein; drückt man sie mit Hilfe der Entfernung des in Frage kommenden Punktes von der neutralen Achse aus, so ergibt sich mit $M = aN$:

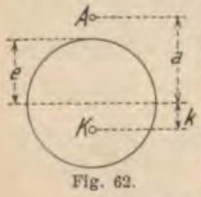


Fig. 62.

$$\sigma = aN \cdot \frac{e}{J} + \frac{N}{F} = \frac{aN}{W} + \frac{N}{F} = \frac{N}{W}\left(a + \frac{W}{F}\right).$$

[1]) Ist das nicht der Fall, so kann man sie immer bis dorthin parallel zu sich selbst verschieben, wobei ein Moment gleich Kraft × Verschiebung hinzukommt.

Rechnet man die Gröfse $k = \frac{W}{F}$ (welche eine Länge darstellt), und trägt man den Wert k nach der entgegengesetzten Seite von A auf (Fig. 62), so ist:

$$\sigma = \frac{M}{W}(a + k).$$

Die Formel für den Fall einfacher Biegungsbeanspruchung ist also auch hier gültig, wenn man nur das Moment auf den Punkt K bezieht. Es ist alsdann: $\sigma_{max} = \frac{N}{W}(a + k)$[1]. Für den allgemeinen Fall ist eine so übersichtliche Berechnungsart nicht einfach auszuführen wegen der umständlichen Bestimmung des Widerstandsmomentes; man zerlegt dann am besten das Moment in zwei Momente nach den Richtungen der Hauptachsen, und behandelt getrennt die beiden Komponenten und die Normalkraft.

Für gewisse Aufgaben ist es wichtig, die Nullinie zu konstruieren, um gleich zu übersehen, ob die Spannungen auf dem ganzen Querschnitt gleiches Vorzeichen haben (z. B. bei Untersuchungen von Mauerpfeilern, Fundamenten u. dgl.). Im allgemeinsten Fall verwendet man am besten den Trägheitskreis (Seite 74), um die Richtung der Nullinie zu finden; ihre Entfernung von dem Schwerpunkt ist: $s = \frac{J'}{a\,F}$; J' entspricht der auf Fig. 58 mit TH bezeichneten Strecke, a bedeutet die Entfernung des Angriffspunktes der Kraft vom Schwerpunkt, F die Fläche des Querschnittes. Die Nullinie liegt immer auf der entgegengesetzten Seite der Kraft.

Für einfache Fälle, wie beim rechteckigen Querschnitt, kommt man schneller zum Ziel, wenn man die Spannungen für drei Punkte rechnet, woraus die Lage

---

[1]) Indem die Ebene des angreifenden Momentes eine vollständige Umdrehung macht, umläuft der Punkt K eine geschlossene Linie, welche den sogenannten **Kern** des Querschnittes begrenzt, deshalb nennt man K einen **Kernpunkt**.

der Nullinie rechnerisch oder graphisch leicht gefunden wird. Z. B. trägt man (Fig. 63) die drei Spannungen σ_a, σ_b, σ_c in einem beliebigen Mafsstab auf drei Paral-

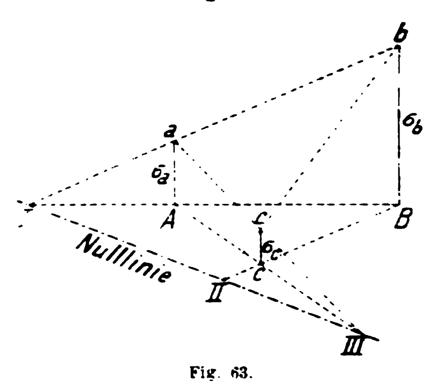


Fig. 63.

lelen auf (deren Richtung gleichgültig ist) und zieht die Geraden ab, AB, ac, AC, bc, BC, wodurch drei Punkte der Nullinie bestimmt werden. Analytisch findet man z. B. den Punkt I mittels der Formel:

$$AI = AB \frac{\sigma_a}{\sigma_a - \sigma_b}.$$

Am besten wählt man die Punkte A, B, C sehr weit voneinander, womöglich in den Ecken, wo die gröfsten bzw. die kleinsten Spannungen vorkommen. Öfter kann man ohne grofse Arbeit 4 Spannungen ermitteln, was eine zuverlässigere Konstruktion ermöglicht; indessen hat eine übertriebene Genauigkeit in diesem Falle keinen besonderen Wert.

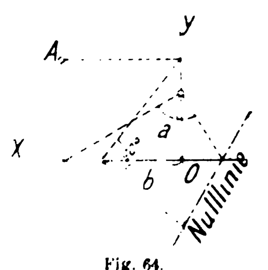


Fig. 64.

Die Lage der Nullinie kann auch nach dem Verfahren von Mohr (Fig. 64) bestimmt werden. Auf den Hauptachsen des Querschnittes trägt man die Trägheitshalbmesser a und b auf und zwar $a = \sqrt{\frac{J_x}{F}}$, $b = \sqrt{\frac{J_y}{F}}$.

In gleichem Maſsstab trägt man nach seinen Koordinaten den Angriffspunkt A der Normalkraft auf. Die aus der Figur ersichtliche Konstruktion liefert die Nullinie.

Umgekehrt kann man den zu einer gegebenen Nulllinie entsprechenden Angriffspunkt A bestimmen.

b) Beanspruchung durch Normal- und Schubspannungen.

Kennt man die drei Hauptspannungen, die im allgemeinen Fall in jedem Punkte eines belasteten Körpers vorkommen, so lassen sich die auf Seite 66 angegebenen Formeln unmittelbar anwenden. Die Bestimmung der Hauptspannungen erfordert aber im allgemeinen eine komplizierte Berechnung, welche in der Praxis auf viele Schwierigkeiten stöſst.

Für den meist vorkommenden Fall des ebenen Belastungszustandes vereinfachen sich die Formeln derart, daſs ihre Anwendung leicht wird (vgl. auch Seite 67).

VIII. Knickfestigkeit.

a) Eulersche Formel.

Zur Berechnung derjenigen Last P, welche gerade ein Ausknicken des Stabes hervorrufen würde, sind verschiedene Formeln aufgestellt worden, von denen am häufigsten die Eulersche zur Verwendung gelangt. Streng genommen gilt sie nur für sehr schlanke Stäbe, z. B. bei Spitzenlagerung, wenn $\frac{l}{i} = \frac{\text{Länge}}{\text{Trägheitshalbmesser}} \geq 80$ für Guſseisen, 112 für Schweiſseisen, 105 für Fluſseisen, 110 für Holz. Für gröſsere Längen wird bei der Knickbelastung die Elastizitätsgrenze nicht überschritten. Wenn man aber, wie üblich, nur $^1/_4$ bis $^1/_5$ der Knicklast zuläſst, so ist allerdings ein Stab auch bei einer ganz allgemeinen Verwendung der Eulerschen Formel gegen Ausknicken sicher; allein der Sicherheitsgrad ist kleiner als der gerechnete.

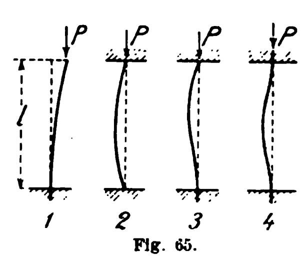


Fig. 65.

Bezeichnet man mit
l die Länge des Stabes in cm;
J das kleinste Trägheitsmoment seines Querschnittes in cm^4;
E den Elastizitätsmodul des Materials in t/cm^2,

so beträgt die Knicklast nach Euler in folgenden Fällen:

1. Ein Ende des Stabes fest eingespannt, das andere frei: $P = \frac{\pi^2}{4} \frac{EJ}{l^2}$;

2. beide Enden frei und in der ursprünglichen Richtung geführt (Grundfall): $P = \pi^2 \frac{EJ}{l^2}$;

3. ein Ende fest eingespannt, das andere in der ursprünglichen Richtung geführt: $P = 2\pi^2 \frac{EJ}{l^2}$;

4. beide Enden fest eingespannt: $P = 4\pi^2 \frac{EJ}{l^2}$.

Für π^2 wird hier oft $\backsim 10$ gesetzt.

In den meisten Anwendungen dürfte Fall 2 vorliegen, der auch dann anzunehmen ist, wenn eine Säule auf einem breiten Fufs ruht. Das Verhältnis der Knicklast zur wirklichen Belastung pflegt man anzunehmen: 8 für Gufseisen, 10 für Holz, 5 für Flufs- und Schweifseisen.[1])

Als Knicklänge eines nach Fall 2 zu berechnenden Stabes ist im allgemeinen die geometrische Länge zwischen den theoretischen Knotenpunkten zu setzen. Wird das Resultat dadurch auch zu ungünstig, so er-

[1]) Es wäre richtiger, nicht die wirklich eintretende Kraft, sondern $\frac{1}{5}$ F bzw. $\frac{1}{14}$ F bzw. F als mafsgebend für diese Berechnung zu betrachten, wobei F die theoretisch erforderliche Querschnittsfläche bedeutet, und die sich ergebende Zahl eine Kraft in t darstellt. So würde man am einfachsten dem Umstand Rechnung tragen, dafs die einfache Beanspruchung auf Druck nicht immer die 8-, bzw. 10-, bzw. 5-fache Sicherheit bedingt.

scheint wohl diese Annahme gerechtfertigt mit Rücksicht auf die eventuelle Ungültigkeit der Eulerschen Formel, sowie auf die etwa vorhandene Exzentrizität der Kraft bzw. Krümmung des Stabes usw. Nur bei besonderer Steifigkeit der anschliefsenden Glieder kann man bis auf etwa 0,8 l heruntergehen, ein Fall, der bei Windverbänden vielfach vorkommt.

Das in die Berechnung einzuführende Trägheitsmoment ist das kleinste derjenigen, die bei der Ausbiegung des Stabes in Betracht kommen; sollte die Ausbiegung in einer gewissen Richtung nur bei gleichzeitiger Verdrehung der an sich steifen Anschlufsglieder möglich sein, so gilt für diese Richtung der Stab als eingespannt. So sind im allgemeinen Stäbe, die aus einem einzigen Winkeleisen bestehen, nicht nach dem absolut kleinsten Trägheitsmoment zu wählen, sondern nach dem Trägheitsmoment in bezug auf eine parallel zu den Schenkeln liegende Schwerachse.

Ähnlich wie die Eulerschen Formeln wurden folgende abgeleitet, wo P immer die gröfste in dem Stab vorkommende Druckkraft bedeutet.

5. Befestigung wie bei 1, achsiale Last auf der ganzen Länge des Stabes gleichmäfsig verteilt (z. B. Eigengewicht): $P = 7{,}90\ \frac{E\,J}{l^2}$;

6. Befestigung wie bei 2, Belastung wie bei 5: $P = 18{,}75\ \frac{E\,J}{l^2}$;

7. Befestigung wie bei 1, Last zunehmend nach dem eingespannten Ende hin, und zwar proportional den Ordinaten einer Parabel, welche dort den Scheitel hat: $P = 16{,}2\ \frac{E\,J}{l^2}$;

8. Befestigung und Belastung wie bei 2; das Trägheitsmoment sei im allgemeinen J, auf einer kurzen Strecke in der Mitte jedoch $J' < J$. Alsdann hat man

6*

in der Formel statt l zu setzen: $l + l''$, wo $l'' = \frac{J - J'}{J'} l'$ ist. Für l' ist die Länge einzuführen, nach welcher schätzungsweise das volle Trägheitsmoment wieder zur Geltung kommt (Föppl).

9. Befestigung und Belastung wie bei 2, aufserdem Führung des Stabes in der Entfernung $^1/_4\, l$ von jedem Ende: $P = 80{,}8\, \frac{E\, J}{l^2}$.

10. Befestigung und Belastung wie bei 2, aufserdem Führung des Stabes in der Entfernung $^1/_3\, l$ von jedem Ende: $P = 33{,}5\, \frac{E\, J}{l^2}$.

11. Ist das Trägheitsmoment des Stabes veränderlich und zwar von beiden Enden nach der Mitte zunehmend, so ist angenähert das mafsgebende Trägheitsmoment gleich: $J_{mittel} + \frac{1}{20}\, J_{max}$. Der Wert von J_{mittel} entspricht der mittleren Ordinate der Kurve, welche die Veränderung von J veranschaulicht. Sinngemäfs geändert wird diese Berechnungsart auch für sprungweise veränderliche Querschnitte angewendet.

So ist z. B. ein Stab, der aus zwei, an den Enden übereinander liegenden, in der Mitte auseinander gezogenen [- Eisen besteht, etwa mit dem den Viertelpunkten seiner Länge entsprechenden Trägheitsmomente zu berechnen.

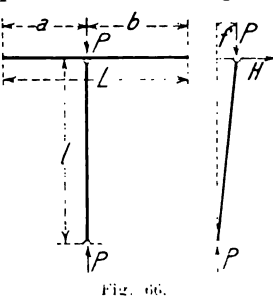


Fig. 66.

Eine genaue Ermittelung der Knicksicherheit ist nur nach dem graphischen Verfahren möglich (Seite 86), meistens aber entbehrlich.

12. Damit ein senkrechter Stab durch einen anderen auf seinem Kopf horizontal liegenden als

geführt angesehen werden kann (Fig. 66), mufs für diesen sein: $J = \frac{a^2\,b^2}{3\;E\,L} \cdot \frac{P}{l}$; für $a = b$ ist: $J = \frac{L^3}{48\;E} \cdot \frac{P}{l}$. Zu dieser Formel gelangt man durch folgende Betrachtung. Wird das obere Ende des senkrechten Stabes von seiner ursprünglichen Achse entfernt, so nimmt der Stab infolgedessen eine gewisse Neigung an, und die Kraft P ruft eine horizontale Komponente $H = P\,\frac{f}{l}$ hervor, die von dem führenden Stab aufgenommen werden soll; die Durchbiegung f desselben berechnet man nach H, wobei sich der obige Wert ergibt. — Ähnlich werden folgende Fälle behandelt.

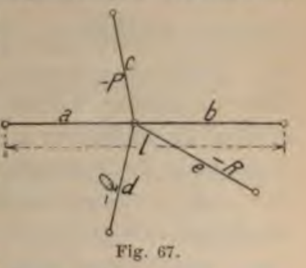


Fig. 67.

13. Sind mehrere Stäbe c, d, e .... durch die Kräfte P, Q, R .... auf Druck beansprucht, und an einen unbelasteten durchgehenden Riegel l gelenkig angeschlossen (Fig. 67), so mufs dessen Trägheitsmoment bei einfacher Knicksicherheit betragen:

$$J = \frac{a^2\,b^2}{3\,l\,E}\left(\frac{P}{c} + \frac{Q}{d} + \frac{R}{e} + \cdots\right).$$

Für die angeschlossenen Stäbe sind alsdann die Längen c, d, e .... mafsgebend. Kommt dabei eine Zugkraft vor, so erhält das entsprechende Glied das negative Vorzeichen. Wird der durchgehende Riegel l selbst auch belastet und zwar durch eine Druckkraft S, so ist angenähert:

$$J = \frac{a^2\,b^2}{3\,l\,E}\left(\frac{P}{c} + \frac{Q}{d} + \frac{R}{c} + \cdots\cdots\right) + S\,\frac{l^2 + a\,b}{12\;E}.$$

14. Für komplizierte Fälle von Knickbelastung (veränderliche Achsialkraft, veränderlicher Stabquerschnitt, besondere Art der Stabbefestigung usw.) ist das nachstehende graphische Untersuchungsverfahren zu empfehlen (Original des Verfassers).

Zu einer nach Gutdünken gezeichneten Biegungslinie als Grundlinie berechnet man die Biegungsmomente für eine Anzahl von Punkten unter Berücksichtigung der in den Befestigungs- bzw. in den mittleren Auflagerungspunkten angreifenden Kräfte. Diese Momente vereinigt man zu einer Momentenfläche und zeichnet dazu nach dem auf Seite 251 angegebenen Verfahren die elastische Linie. Ist G die Fläche der Grundlinie, B diejenige der konstruierten Biegungslinie, so ist die vorhandene Knicksicherheit $k = \frac{G}{B}$, d. h. es müssen sämtliche Kräfte k-mal gröfser werden, damit der Stab zum Ausknicken kommt. — Die konstruierte Biegungslinie in diesem Verhältnis reduziert und auf die ursprüngliche Stabachse aufgetragen, gestattet einen Überblick über die Richtigkeit der angenommenen Grundlinie. Ist die Übereinstimmung beider Linien nicht befriedigend, so kann man auf grund der ermittelten Biegungslinie eine neue Untersuchung vornehmen. Meistens ist eine solche entbehrlich. (Vgl. Z. d. V. d. I. 1898, S. 1436).

b) Formel von Schwarz-Rankine.

Die zulässige Belastung wird gegeben durch:

$$P = F \frac{\sigma}{1 + \alpha\left(\frac{l}{i}\right)^2}.$$

Hierin bedeuten:

F den Querschnitt des Stabes,
σ die zulässige Beanspruchung auf Druck,
l die Stablänge,
i den Trägheitshalbmesser.

Der Koeffizient α wird angenommen zu 0,00016 für Gufseisen, 0,00008 für Schweifs- und Flufseisen, 0,00015 für Holz. — Zu bemerken ist, dafs die nach dieser Formel ermittelten Werte mit den Ergebnissen der direkten Versuche nicht gut übereinstimmen.

c) Formel von Tetmajer.

Für den Grundfall ist die Knicklast:

$$P = aF\left(1 - b\,\frac{l}{i} + c\;\frac{l^2}{i^2}\right).$$

Für die Koeffizienten a und b gelten folgende Werte auf t/cm² bezogen:

Für Holz . . . . $a = 0{,}29$; $b = 0{,}00662 = \frac{1}{151}$; $c = o$

» Schweifseisen . . . $a = 3{,}03$; $b = 0{,}00426 = \frac{1}{235}$; $c = o$

» Flufseisen weich . $a = 3{,}10$; $b = 0{,}00368 = \frac{1}{272}$; $c = o$

» » hart . . $a = 3{,}21$; $b = 0{,}00361 = \frac{1}{277}$; $c = o$

» Gufseisen . . . . . $a = 7{,}76$; $b = 0{,}1546$; $c = 0{,}00007$.

Diese Formel wurde aus zahlreichen zuverlässigen Versuchen abgeleitet; es erscheint daher zulässig, bei ihrem Gebrauch eine kleinere Sicherheit anzunehmen als bei der Eulerschen, etwa 4-fache statt 5-fache. Auch darf man beim Anschlufs an sehr steife Glieder die Knicklänge etwa 0,8 annehmen, sogar 0,5 der theoretischen Stablänge, wie aus den Versuchen von Tetmajer hervorgeht.

Der Unterschied in den Resultaten, je nach Benutzung der verschiedenen Formeln, geht am besten aus einem Beispiel hervor.

Ein Stab von 450 cm Länge sei mit 50 t belastet; die zulässige Druckbeanspruchung betrage 1,0 t/cm².

Nach der Eulerschen Formel ergibt sich das erforderliche Trägheitsmoment bei 5-facher Sicherheit zu: $J = 2490$ cm⁴. — Das kreuzförmige Profil, aus 2 ∟ 130 · 15 bestehend, hat $J = 2(574 + 4{,}25^2 \cdot 37) = 2484$ cm⁴, bei einer Querschnittsfläche von $F = 74$ cm².

Nach Tetmajer, Flufseisen vorausgesetzt, ist die Knicklast 164 t, die Sicherheit also 3,28-fach.

Nach Rankine ist die Tragfähigkeit 73,5 t. Hiernach könnte also der Stab 47 % mehr Last tragen, während in der Tat die Sicherheit nur etwa 3⅓-fach ist.

d) Praktische Angaben.

In der Praxis rechnet man, wie bereits erwähnt, meistens nach der Eulerschen Formel; sie ergibt in

dem Grundfall, bei Anwendung von Flufseisen mit $E = 2150$ t/cm² und 5facher Sicherheit für das erforderliche Trägheitsmoment den Ausdruck: $J = 2{,}36\, Pl^2$ (l in m, J in cm⁴ und P in t).

Genietete Profile behandelt man, solange das Trägheitsmoment konstant ist, wie einfache Walzprofile; die Nietlöcher werden nicht abgezogen, wenn die Abschwächung 12 % nicht übersteigt.

Als **freie Knicklänge** (kurzweg **freie Länge**) bezeichnen wir diejenige Länge eines Stabes, bei welcher er (nach der Eulerschen Formel) eine 5fache Sicherheit gegen Ausknicken aufweist, unter der Annahme einer Druckkraft, die in einem bestimmten Verhältnis zur Querschnittsfläche steht. Also im allgemeinen: $l = \frac{100\, i}{\sqrt{2{,}36\, \sigma}}$ wo $i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ den Trägheitshalbmesser bedeutet. Mit $\sigma = 1$ t/cm² ist $l = 65\, i$. Hier sind l und i in cm ausgedrückt.

Werden zwei Profile, z. B. zwei ⊏-Eisen durch Gitter oder Querplatten miteinander verbunden, um ein knicksicheres Glied zu bilden, so darf die Entfernung der Verbindungen niemals gröfser als $65\, i$ sein, wo für i der kleinste Trägheitshalbmesser eingeführt wird. Im allgemeinen findet man diese Entfernung etwa $50\, i$. Wird die Verbindung durch Querplatten hergestellt, so müssen diese durch mindestens zwei Niete mit jedem Profil verbunden werden; es ist besonders wichtig, dafs sie bei den Enden des Stabes gut angeschlossen sind, also möglichst mit drei Nieten auf jeder Seite.

Bei Vergitterungen mufs man auf die freie Knicklänge der Gitterstäbe Rücksicht nehmen. Bei Flacheisen ist $i = \frac{s}{\sqrt{12}} = 0{,}289\, s$ (wo s = Eisenstärke), also $l = 18{,}8\, s \sim 19\, s$. Können die Stäbe als eingespannt betrachtet werden, so ist l doppelt so grofs, d. i.

$l = 37{,}6\,s$. — Näheres über vergitterte Stäbe siehe Kap. 77.

Der Materialaufwand zur Herstellung der erforderlichen Knicksicherheit wird sehr verschieden, je nach der Wahl des Profils.

Bezeichnet φ das Verhältnis der erforderlichen Querschnittsfläche für einfachen Druck zur tatsächlich verwendeten wegen der Knicksicherheit, so ist z. B. für einen Stab von 600 cm Länge bei 26 t Belastung und einer zulässigen Druckbeanspruchung von 1,0 t/cm²:

1 Rohr, 0,8 cm stark, $d = 200$, $d_1 = 184$ mm	$\varphi = 1{,}86$
2 ┐└ 130 · 15 (1 cm Zwischenraum)	$\varphi = 2{,}85$
4 ╬ 110 · 12 (Futter 1 cm stark)	$\varphi = 4{,}69$ mit Futter
2][NP 18, $J_x = J_y$	$\varphi = 2{,}15$
2 II NP 17	$\varphi = 1{,}94$
4 Quadranteisen $NP\,7\frac{1}{2}$	$\varphi = 3{,}08$
2 Belageisen NP 11 (Futter 1 cm)	$\varphi = 2{,}17$ mit Futter.

e) **Knicksicherheit eines auf Biegung beanspruchten Stabes.**

Auf einem prismatischen Stab sollen außer einer achsialen Druckkraft noch senkrecht zu seiner Längsrichtung Kräfte wirken, welche ihn auf Biegung beanspruchen; die Befestigung des Stabes entspreche dem Grundfall.

Es bezeichne:

- M das Biegungsmoment infolge der normalen Belastung,
- P die achsiale Druckkraft,
- δ die Gesamtdurchbiegung des Stabes,
- n die Knicksicherheit nach der Eulerschen Formel, also $n = \frac{2{,}12\,J}{P\,l^2}$ (wo i in cm, P in t und l in m einzusetzen sind).

Das Maximalmoment in der Mitte ist:

$$M' = M + P\,\delta.$$

Berechnet man δ aus der Momentenfläche unter der Annahme einer parabolischen Biegungslinie[1]), und

[1]) Die Form der Biegungslinie weicht so wenig von einer Parabel ab, daß diese Annahme ohne weiteres statthaft ist und sich aus praktischen Gründen empfiehlt. Für den Grundfall führt sie zum Wert $P = \frac{48}{\delta} \cdot \frac{EJ}{l^2}$, etwa um 3% zu klein.

führt man für EJ den sich aus der Eulerschen Formel ergebenden Wert ein (annähernd $EJ = n \frac{5}{48} P l^2$ bei n facher Sicherheit), so gelangt man zu folgenden einfachen Formeln:

1. Wenn M durch eine gleichmäfsig verteilte Last hervorgerufen wird, so ist: $M' = M \frac{n}{n-1}$, und die Durchbiegung: $\delta = \frac{M}{P} \cdot \frac{1}{n-1}$.

2. Ist M die Folge einer Last in der Mitte, so wird: $M' = M \frac{5n-1}{5(n-1)}$.

Die Durchbiegung ist: $\delta = \frac{4}{5} \frac{M}{P} \cdot \frac{1}{n-1}$.

Die Koeffizienten für M sind in den beiden Fällen so wenig verschieden, dafs man in jedem anderen nach Gutdünken interpolieren kann (bei $n = 5$ ist der Unterschied für M' nur 4 %).

f) Exzentrische Druckbelastung.

Wird ein prismatischer Stab (im Grundfall) parallel zu seiner Achse durch eine Druckkraft P beansprucht, die nicht im Schwerpunkt der Endquerschnitte, sondern um a exzentrisch angreift, so hat er aufser der achsialen Belastung noch das Moment $M = Pa \frac{5n+1}{5(n-1)}$ auszuhalten, wo $n = \frac{2{,}12\, J}{P l^2}$; die Durchbiegung beträgt

$$\delta = \frac{6}{5} \cdot \frac{a}{n-1}.$$

Es soll z. B. ein Stab, 140 cm lang, eine Druckkraft von 12 t übertragen. Wählt man dazu ein Winkeleisen 80 · 8, mit einem 10 mm starken Blech angeschlossen, so ist $n = 6{,}5$; die Exzentrizität beträgt 2,7 cm, und das Moment wird $M = 39{,}5$ tcm. Demnach findet man die Spannung:

$$\sigma = \frac{12{,}0}{12{,}3} + \frac{39{,}5}{72}\, 2{,}2 = 0{,}97 + 1{,}21 = 2{,}18 \text{ t/cm}^2,$$

welche entschieden zu hoch ist. Die Durchbiegung würde 0,59 cm betragen, wäre also nicht so auffallend, dafs man dadurch auf die ungenügende Dimensionierung könnte aufmerksam gemacht werden.

Wählt man ein Winkeleisen 100 · 10, so ist $n = 16$, $a = 3{,}3$ cm und $M = 42{,}5$ tcm. $\sigma = \frac{12{,}0}{19{,}2} + \frac{42{,}5}{177} 2{,}8 = 0{,}63 + 0{,}67 = 1{,}30$ t/cm², $\delta = 0{,}26$ cm.

Diese Ergebnisse sind eher befriedigend. Der Materialaufwand beträgt $\varphi = 1{,}6$.

Für ein ⊏-Eisen NP 16 hätte man: $n = 7{,}7$, $a = 2{,}3$ cm, $M = 32{,}5$ tcm

$$\sigma = \frac{12{,}0}{24} + \frac{32{,}5}{85} 1{,}8 = 0{,}5 + 0{,}69 = 1{,}19 \text{ t/cm}^2.$$

Durchbiegung 0,41 cm, Materialaufwand $\varphi = 2{,}00$.

Bei zentrischer Befestigung genügen 2 ∟ 50 · 7 kreuzförmig miteinander verbunden; hier ist die Knicksicherheit $n = 7{,}2$-fach, und die Beanspruchung: $\sigma = \frac{12{,}0}{13{,}2} = 0{,}90$ t/cm², $\varphi = 1{,}12$.

Hieraus ersieht man, daſs exzentrische Anschlüsse hohe Nebenspannungen hervorrufen und zu nicht unbedeutender Materialverschwendung führen; es erscheint deshalb geboten, sie nach Möglichkeit zu vermeiden, besonders bei gedrückten Stäben. Eine Ausnahme bilden schwach belastete Glieder, bei denen aus anderen Gründen eine Materialverschwendung unvermeidlich ist. (Vgl. auch Kap. 82.)

Der Einfluſs des exzentrischen Anschlusses kann nur in dem Fall vernachlässigt werden, in welchem an jedem Ende eine Einspannung anzunehmen ist.

20. Grundsätze der geometrischen Bewegungslehre.

Wenn eine beliebig geformte starre Scheibe sich in ihrer Ebene bewegt, so kann man die von den einzelnen Punkten beschriebenen Bögen, wenn sie sehr klein sind, als Kreisbögen betrachten, welche alle denselben Mittelpunkt haben; derselbe heiſst der **augenblickliche Drehpunkt** oder **Pol** und wird gefunden, indem man die Normalen zur Bahn von zwei beliebigen Punkten der Scheibe bis zu ihrem Schnitt zieht. Die Normale zur Bahn irgendeines dritten Punktes ist die Gerade, die ihn mit dem augenblicklichen Drehpunkt verbindet.

Die Geschwindigkeiten der einzelnen Punkte verhalten sich zueinander wie die Entfernungen von dem

augenblicklichen Drehpunkt und stehen senkrecht zu den Verbindungsgeraden, die deshalb auch den Namen »senkrechte Geschwindigkeiten« führen.

Beispiel 1. Im gelenkigen Stabzug *C A B D* (Fig. 68) ist *P* der augenblickliche Drehpunkt für den Stab *A B*.

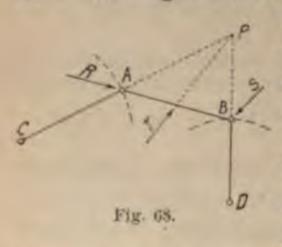


Fig. 68.

Die Geschwindigkeiten von *A* und *B* verhalten sich wie *P A* zu *P B*. Aus der Gleichung der Arbeit folgt, dafs die zwei Kräfte *R* und *S* sich im Gleichgewicht halten, wenn ihre Projektionen auf die Senkrechten zu *A P* bzw. *B P* sich wie *P A* zu *P B* verhalten, d. h. im umgekehrten Verhältnis der senkrechten Geschwindigkeiten. Die Kraft *T* müfste unendlich grofs sein, um der Kraft *R* oder *S* das Gleichgewicht zu halten, weil erstere durch *P* geht.

Ähnliche Gesetze gelten für alle Punkte, welche mit dem Stab *A B* starr verbunden sind.

Diese Betrachtungen setzen uns in den Stand, sofort zu beurteilen, ob die Führung einer Scheibe eine richtige ist, ob ferner die Verbindung mit gewissen festen Punkten genügt, um die Stabilität zu sichern und schliefslich die Kräfte zu ermitteln, welche einer gegebenen Führung der Scheibe entsprechen.

Z. B. würde die Verbindung eines dritten Punktes von *A B* mit einem festen Punkt nicht genügen, um jede Bewegung des Stabes zu hindern, wenn die Verbindungsstange durch *P* ginge, denn eine Drehung um *P* wäre noch immer möglich.

Beispiel 2. Zwei Brücken, *A* und *B* (Fig. 69), sind auf den Wänden *C D*, *E F* und *G H* aufgelagert. Jede Wand ist als eine starre Scheibe zu betrachten, ebenfalls die beiden Brücken, bei welchen der Windverband durchgeführt ist, derart, dafs ein einziges starres System *A B* entsteht. Die horizontale Auflagerung des Systems *A B* ist genügend, denn es kann sich nicht gleichzeitig um P_1 und um P_2 drehen. Es fragt sich, wie sich die

horizontale Kraft W auf die drei Tragwände verteilt. Man hat nur nötig, die Kraft W in drei Komponenten zu zerlegen, welche die Richtungen der drei Tragwände haben; man verlängert ihre Wirkungslinie bis zum Schnitt K mit EF, zerlegt sie nach KP_1 und KP_2, und schliefslich zerlegt man die Komponente KP_2 nach den Richtungen P_2C und P_2G.

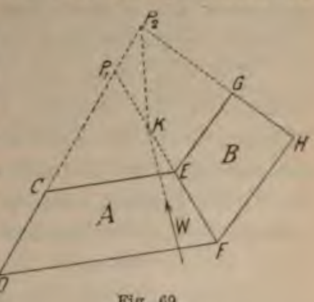


Fig. 69.

Man kann auch das Moment der Kraft W in bezug auf P_2 gleich dem Moment der Komponente EF setzen, wodurch sich diese ermitteln läfst; ähnlich verfährt man für die beiden anderen Tragwände.

Sind mehr als drei Tragwände vorhanden, so ist die Aufgabe statisch unbestimmt.

Besonders nützlich ist diese Theorie für die Ermittelung von Einflufslinien.

21. Definition und Erklärung der Einflufslinien.

Eine Linie, deren Ordinaten die Gröfse eines Momentes, einer Querkraft, einer Auflager- oder Stabkraft, oder einer ähnlichen Funktion darstellen, für den Fall, dafs eine Last gleich eins auf dem Bauwerk von einem Ende zum anderen wandert, heifst die **Einflufslinie** dieser Funktion. Man erhält sie, indem man den Wert der Funktion unter der Stelle aufträgt, wo die Last sich befindet. Die Fläche, welche die Einflufslinie mit ihrer Nullinie einschliefst, heifst die Einflufsfläche; sie kann positiv oder negativ sein. Zu jeder Einflufslinie gehört entweder eine **Einheit**, durch welche die Ordinaten zu dividieren sind, oder ein **Multiplikator**, mit welchem sie multipliziert werden.

Die Einflufslinien statisch bestimmter Systeme bestehen immer aus Geraden; diejenigen statisch unbestimmter aus Kurven bzw. aus Polygonen, welche in Kurven eingeschrieben sind.

Um den Wert einer Funktion mit Hilfe der betreffenden Einflufslinien zu bestimmen, werden die Ordinaten unter den Einzellasten mit deren Gröfsen multipliziert und die Produkte addiert; schliefslich führt man noch die Einheit oder den Multiplikator ein. Für eine gleichmäfsig verteilte Last p t/m multipliziert man einfach die in Betracht kommende Einflufsfläche mit p, und führt nachher die Einheit bzw. den Multiplikator ein; unregelmäfsig verteilte Last wird am besten durch eine Reihe von Einzellasten ersetzt.

Ist ein Bauwerk nicht mit einer Einzellast, sondern mit einem Kräftepaar in einem bestimmten Punkt belastet, und soll mit Hilfe einer Einflufslinie der entsprechende Wert einer Funktion (Moment oder Kraft,

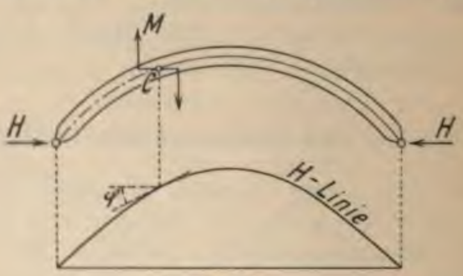


Fig. 70.

oder Verschiebung eines Punktes, o. dgl.) ermittelt werden, so multipliziert man das Moment des Kräftepaares mit der trigonometrischen Tangente der Neigung der Einflufslinie unter dem Angriffspunkt. Selbstverständlich mufs dieses Produkt durch die betreffende Einheit dividiert werden.

Beispiel: Für den in Fig. 70 skizzierten Bogenträger mit Kämpfergelenken sei die Einflufslinie des Horizontalschubes H bekannt. Ein in C angreifendes Moment erzeugt: $H_M = M \operatorname{tg} \varphi$.

Für die numerische Berechnung dieses Ausdruckes kommt noch die Einheit der Einflußlinie in Betracht. Es sei für die Zeichnung der Maſsstab 1:300, für die H-Linie 2 cm = 1 t und das Moment sei in tm ausgedrückt.

Eine Ordinate von 1 cm ist gleich $\frac{1}{2}$ t, und eine Abszisse von 1 cm ist gleich 300 cm, d. h. 3 m; hat man $\operatorname{tg} \varphi = 1$ gemessen, so ist der wahre Wert $\frac{1/2}{3} = \frac{1}{6}$, die Einheit also 6; folglich muſs das Produkt $M \operatorname{tg} \varphi$ durch 6 dividiert werden; H ergibt sich dabei in t.

Einzellasten, die auf einer Strecke liegen, für welche die Einfluſslinie aus einer Geraden besteht, dürfen zu einer einzigen Last vereinigt werden, welche im Schwerpunkt der Gruppe liegt.

Die Vorteile der Berechnung mit Einfluſslinien bestehen in der Übersichtlichkeit und Leichtigkeit der Kontrolle, die Nachteile in der Umständlichkeit und dem Umweg.

Für Systeme mit wechselnder Gliederung (wie z. B. Träger mit schlaffen Gegendiagonalen) sind die Einfluſslinien oft nicht brauchbar.

22. Prinzip der Arbeit.

Das Produkt aus einer Kraft mit der in ihrer Richtung gemessenen Verschiebung ihres Angriffspunktes heiſst ihre **Arbeit** und wird als positiv gerechnet, wenn die Verschiebung in demselben Sinne geschieht, wie die Kraft wirkt. Die Arbeit eines Momentes ist das Produkt des Momentes mit dem Winkel (in Bogenmaſs gemessen), um welchen sich ein Teil des Körpers gegenüber dem anderen unter der Wirkung dieses Momentes dreht.

Befindet sich ein starrer Körper unter der Wirkung mehrerer Kräfte im Gleichgewicht, und erteilt man ihm eine Bewegung, welche den Umständen entsprechend möglich ist, so ist die Summe der Arbeit sämtlicher Kräfte bzw. Momente gleich Null. Dabei sollen alle Bewegungen so klein sein, daſs die Wirkungsart aller

Kräfte bzw. Momente auch nach der Verschiebung als unverändert gelten können.

Da diese Bewegungen im allgemeinen nur gedacht sind, so nennt man sie oft die **virtuellen Verrückungen** und die entsprechende Arbeit die **virtuelle Arbeit.**

Auf das Prinzip der Arbeit gestützt, kann man die Form aller Einflufslinien ermitteln.

Zu diesem Zwecke erteilt man dem System eine solche Bewegung, dafs die Kraft (bzw. das Moment) für welche die Einflufslinie gesucht wird, eine leicht zu rechnende Arbeit leistet. Dabei wird es oft nötig sein, an dem Bauwerk gedachte Änderungen vorzunehmen; damit z. B. bei einem vollwandigen Träger ein Moment in einem bestimmten Querschnitte eine Arbeit leisten kann (Drehung des rechts von dem Querschnitt gelegenen Teiles gegen den linken), denkt man sich in diesem Punkt ein Gelenk eingeschaltet; bei einem Fachwerk mufs der Stab, für dessen Spannkraft die Einflufslinie gesucht wird, durchgeschnitten werden usw.

Nun stellt man die Arbeitsgleichung auf, aus welcher nach dem Zusammenhang der Verschiebungen der Angriffspunkte der einzelnen Kräfte die Form der Einflufslinie bestimmt wird.

Es ist ohne weiteres klar, dafs innerhalb einer starren Scheibe die Einflufslinie eine gerade sein mufs; denn die Bewegung ist immer eine Drehung um einen festen Punkt, folglich sind die Verschiebungen aller Punkte den Ordinaten einer Geraden proportional.

23. Einflußlinien für den einfachen Balken.

a) Einflufslinie einer Auflagerkraft. Denkt man sich die Stütze A (Fig. 71) beseitigt, und läfst an deren Stelle die Auflagerkraft R wirken, so vollzieht der Balken eine kleine Drehung um B, die man stark verzerrt zeichnet. Die Kraft R leistet die Arbeit $+ R \cdot A A_1$, irgendeine Last P leistet: $- P \cdot \eta$. Nach dem Prinzip der Arbeit ist

$R \cdot AA_1 - P\eta = o$, also $R = P\frac{\eta}{AA_1}$. Hiernach ist die Gerade A_1B die gesuchte Einflufslinie, zu welcher die Einheit AA_1 gehört. Da die Gröfse dieser Strecke, welche die Kraft *1* darstellt, vollkommen willkürlich ist, so wählt man sie derart, dafs die Division bequem wird, z. B. 10 cm. Ein ähnliches Verfahren ist anwendbar in dem Fall, dafs die Auflagerkraft von der Belastung eines Systems von einfachen Balken abhängig ist.

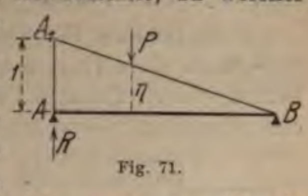


Fig. 71.

b) **Einflufslinie für das Moment in einem beliebigen Querschnitte.** Denkt man sich in C (Fig. 72) ein Gelenk eingeschaltet und ein Moment wirkend, so wird der Balken um einen Winkel ω geknickt. Damit die Auflagerreaktionen keine Arbeit leisten, führt man den Träger durch eine Drehung um A wieder auf seine Stützen A und B zurück. Die endgültige Lage des Trägers ist durch die Schraffierung hervorgehoben. Die Arbeitsgleichung lautet: $M\omega - P\eta = 0$, oder $M = \frac{P\eta}{\omega}$. Die geknickte Linie ist also die Einflufslinie. Es ist zu beachten, dafs die Höhen in den Figuren immer stark verzerrt sind; der Winkel ω soll in der Tat unendlich klein sein; alsdann ist in Bogenmafs: $\omega = \frac{BB_1}{CB} = \frac{AA_1}{AC}$, folglich $M = P\eta\frac{AC}{AA_1}$ bzw. $= P\eta\frac{BC}{BB_1}$. Macht man nun $\omega = 1$, also $AA_1 = AC$ und $BB_1 = BC$, so ist einfach $M = P\eta$. Es ist auch: $y = BB_1\frac{AC}{AB} = \omega\frac{BC \cdot AC}{AB}$,

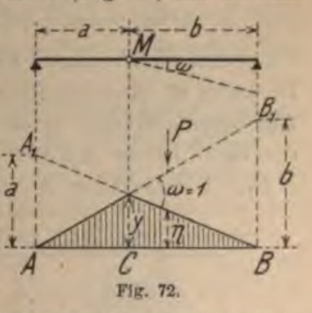


Fig. 72.

wodurch ein anderes Mittel zur Konstruktion der Einflufslinie gegeben wird. Für die Praxis empfiehlt es sich, $\omega > 1$ zu wählen, etwa $= 2$ oder $= 5$.

c) **Einflufslinie für die Querkraft in einem beliebigen Querschnitt** eines Trägers mit parallelen Gurtungen. Die Wirkung einer Querkraft ist eine parallele Verschiebung eines Querschnittes gegenüber dem nächsten (unendlich nahen). Schneidet man den Träger in C durch (Fig. 73), so wird die Querkraft den linken Trägerteil gegen den fest gedachten rechten Teil verschieben. Ist die Querkraft negativ, also nach unten gerichtet, so wird der linke Trägerteil sich senken; führt man A und B durch eine Drehung in ihre ursprüngliche Lage zurück, so dafs die Auflagerreaktionen keine Arbeit leisten, so erhält man die Einflufslinie $AEFB$. Die Einheit ist $FE = AA_1 = BB_1$. Die Geraden A_1B und AB_1 sind parallel.

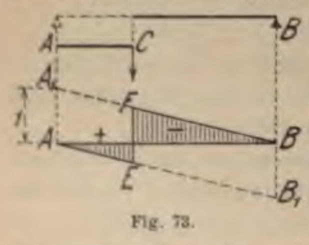


Fig. 73.

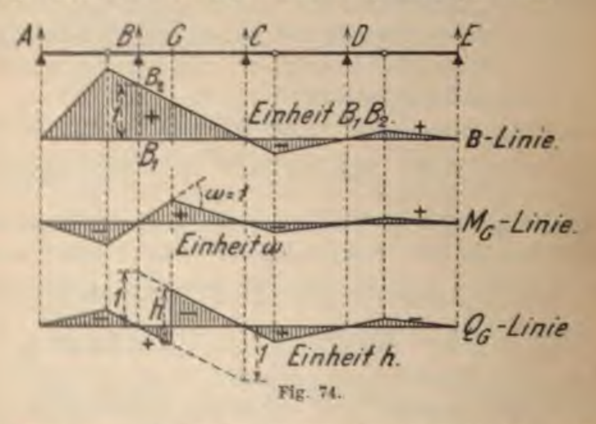


Fig. 74.

Wie man die Einflufslinien für einen Gerberschen Balken ermittelt, braucht nicht weiter auseinandergesetzt zu werden. In Fig. 74 sind die Einflufslinien für den

Auflagerdruck B und für das Moment und die Querkraft in G dargestellt. (Vgl. auch Seite 123.)

24. Der einfache Balken.

Mit diesem Namen bezeichnet man einen geraden Balken, dessen beide Enden einfach gestützt sind.

Das Moment für einen Querschnitt ist die Summe der Momente aller auf einer Seite desselben liegenden Kräfte in bezug auf den Schwerpunkt des Querschnittes selbst.

Die Querkraft für einen Querschnitt ist die Summe aller auf einer Seite desselben liegenden Kräfte, auf den Querschnitt selbst projiziert.

Die Normalkraft ist die Summe aller auf einer Seite des Querschnitts liegenden Kräfte, auf eine Normale zum Querschnitt projiziert.

Da für die Konstruktion die Momente und die Querkräfte mafsgebend sind, so ist es zweckmäfsig, die gröfsten ermittelten Werte als Ordinaten über den betreffenden Querschnitten aufzutragen und so die Diagramme zu zeichnen.

a) Rechnerische Behandlung.

Man ermittelt zuerst die Auflagerreaktionen nach dem Satze, dafs für den Gleichgewichtszustand die Summe der Momente aller äufseren Kräfte in bezug auf irgendeinen Punkt der Ebene gleich Null sein mufs. Schreibt man die Momente in bezug auf B (Fig. 75), so erhält man die Auflagerkraft in $A = \frac{\Sigma Pa}{l}$; diese Kraft gilt als positiv, wenn sie ein Druck ist. Ähnlich berechnet man B; man kann aber auch einfach setzen: $B = P - A$.

Fig. 75.

Für irgendeinen Querschnitt, z. B. C, ergibt sich nun die Querkraft: $Q = A - P_1 - P_2$.

Man nimmt sie gewöhnlich als positiv an, wenn sie auf der linken Seite von unten nach oben, oder auf der rechten Seite von oben nach unten wirkt.

Das Moment in C (Fig. 76) ergibt sich aus der Summe der Momente aller Kräfte auf einer Seite von C, also: $M_C = A\,c - P_1\,p_1 - P_2\,p_2$; es wird als positiv angenommen, wenn unter seiner Wirkung bei Einschaltung eines Gelenkes in C jeder Teil des Balkens sich nach oben dreht.

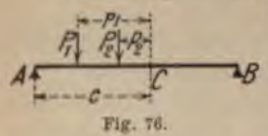


Fig. 76.

Es ist stets zulässig, alle Kräfte, welche innerhalb einer beliebigen Strecke liegen, durch ihre Mittelkraft zu ersetzen, was besonders bei stetig verteilter Last die Berechnung erleichtert.

Bei stetig veränderlicher Last kann man sich helfen, indem man sich den Balken in kleine Teile geteilt denkt und für jeden derselben die Belastung in dem Mittelpunkt konzentriert annimmt; sind die Teile ziemlich grofs, so kommt für jeden der Schwerpunkt der darauf liegenden Last in Betracht.

Bei veränderlicher Belastung ist es wichtig, die gröfsten Querkräfte bzw. Momente zu berechnen.

Die Querkraft ist am gröfsten, wenn die stetig verteilte Last nur den Teil zwischen dem betrachteten Querschnitt und einem der Lager deckt; je nachdem der rechte oder der linke Teil belastet ist, hat die Querkraft das Vorzeichen + oder —.

Das Moment ist stets am gröfsten, wenn der ganze Balken belastet ist. Hat man eine Reihe von Einzellasten, so wird das Moment in einem bestimmten Querschnitt zum Maximum, wenn eine Last, meistens die schwerste, auf ihm selbst liegt, und die übrigen so verteilt sind, dafs die beiden Teile des Trägers rechts und links vom Querschnitt denselben Wert des Quotienten $\frac{\text{Summe der Lasten}}{\text{Länge}}$ aufweisen, also wenn $\frac{\Sigma P}{a} = \frac{\Sigma Q}{b}$ ist.

Ist die Reihenfolge der Lasten eine bestimmte und unveränderliche, so kann man durch folgende einfache Konstruktion die ungünstigste Laststellung finden (Fig. 77). Man trägt die Lasten der Reihe nach auf eine beliebige durch A gehende Gerade auf und zieht $MN // BD$. Der Punkt N bestimmt die Last S, welche über M liegen mufs.

Fig. 77.

Wird nur das gröfste aller Momente gebraucht, so bestimmt man zuerst den Querschnitt, an dem es auftritt; derselbe liegt unter einer der schwersten Lasten und ist von Trägermitte ebensoweit entfernt wie die Trägermitte vom Schwerpunkt des Lastensystems.

In dem Punkt, wo das Moment seinen gröfsten Wert erreicht, wechselt die Querkraft ihr Vorzeichen; bei stetiger Belastung mufs sie dort den Wert Null aufweisen.

Diese allgemeine Eigenschaft wird häufig benutzt, um das gröfste Moment rechnerisch zu bestimmen und zwar sowohl bei stetiger Belastung wie bei Einzellasten, und in dem Fall, dafs beide Belastungsarten gleichzeitig vorkommen. Von einer der Auflagerkräfte ausgehend, zieht man der Reihe nach so viele Lasten ab, bis ein Wechsel im Vorzeichen eintritt. In diesem Punkt tritt das gröfste Moment auf, welches dann besonders durch Rechnung bestimmt wird.

Soll gleichzeitig der Einflufs der ständigen Last und mehrerer Einzellasten berücksichtigt werden, so schreibt man die Gleichung, welche die oben angegebene Bedingung für das Maximum nach der Lage des Schwerpunktes ausdrückt, und bestimmt danach die Lage der beweglichen Lastengruppe. Eine solche Untersuchung wird jedoch nur ausnahmsweise nötig sein; es genügt fast immer, das gröfste Moment infolge der ständigen Last zu demjenigen der beweglichen Lasten zu addieren.

[redacted]

b) Graphische Behandlung.

1. Einzellasten.

Man konstruiert das Kräftepolygon (Fig. 78), indem man die Kräfte P_1, P_2, P_3 . . . der Reihe nach aufträgt; nun projiziert man die Punkte 0, 1, 2, 3 . . . von einem

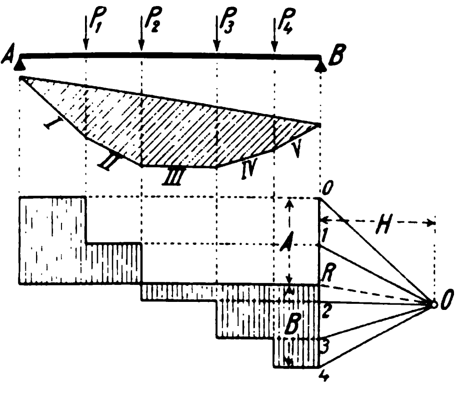


Fig. 78.

beliebigen Punkt O und zieht die Geraden I, II, III, IV.... parallel zu den betreffenden durch O gehenden Strahlen. Die Schlufslinie verbindet die Schnitte der Endseiten mit den Stützvertikalen. Zieht man durch O eine Parallele zur Schlufslinie, so sind die beiden Auflagerkräfte A und B bestimmt.

Die Ordinaten des Seilpolygons (im Mafsstab der Zeichnung gemessen) multipliziert mit der Polentfernung H (im Kräftemafsstab gemessen) liefern die Momente.

Durch Projektion der Punkte 0, 1, 2, 3 . . . . auf die Kräftevertikalen erhält man das schraffierte Diagramm der Querkräfte. Der Angriffspunkt einer Querkraft liegt im Schnittpunkte der zugehörigen Seilpolygonseite mit der Schlufslinie.

Um das Seilpolygon mit horizontaler Schlufslinie zu erhalten, zieht man durch R eine Wagerechte bis zum

Schnitt mit der Senkrechten durch O; mit diesem Schnittpunkt als Pol wiederholt man die Konstruktion. Bequemer ist die Auftragung aller Ordinaten mit einem Zirkel von einer Horizontalen aus oder die Konstruktion einer affinen Figur (Seite 31).

2. Stetige Belastung.

Man zerlegt die Belastungsfläche durch Vertikalen in Streifen (nicht zu schmal), läfst in deren Schwerpunkten die entsprechenden Gewichte angreifen und zeichnet wie oben das Seilpolygon sowie das Diagramm der Querkräfte (Fig. 79). Die Seiten des ersteren sind Tangenten an dem Diagramm der Momente, und zwar liegt jedesmal der Berührungspunkt unter der Trennungslinie zweier Streifen. Auf denselben Vertikalen liegen auch die Punkte des Diagramms der Querkräfte. Ist innerhalb eines Streifens die Belastung konstant, so ist für diesen Teil das Diagramm der Momente durch eine Parabel, das Diagramm der Querkräfte durch eine Gerade begrenzt.

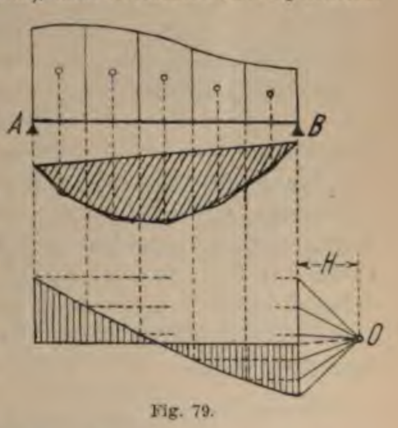


Fig. 79.

3. Partielle gleichmäfsige Belastung.

Die Anwendung des allgemeinen Verfahrens führt zu folgender Konstruktion. Man denkt sich die ganze Last im Mittelpunkt der belasteten Strecke konzentriert und konstruiert das Momentendiagramm, welches für den belasteten Trägerteil nach einer Parabel abgerundet wird (Fig. 80). Die letztere ist durch die Tangenten AC_1 und CB_1 und die Berührungspunkte E und F be-

stimmt. Die Strecke CG wird durch die Parabel halbiert. Das Diagramm der Querkräfte wird mit Hilfe der Auflagerkräfte konstruiert, wie aus der Figur ersichtlich.

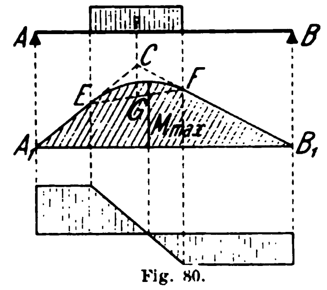


Fig. 80.

Dem Nullpunkt desselben entspricht ein Vorzeichenwechsel der Querkraft und das gröfste Moment in dem Balken.

Bei voller gleichmäfsiger Belastung ist das Momentendiagramm eine Parabel mit der Pfeilhöhe $^1/_8\,pl^2$ und das Diagramm der Querkräfte eine Gerade mit den Endordinaten $+\,^1/_2\,pl$ bzw. $^1/_2\,pl$.

Wenn aber die Last von einem Ende des Balkens anfangend eine beliebige Strecke desselben decken kann, so sind die gröfstmöglichen Querkräfte durch die Ordinaten einer Parabel dargestellt, die unter B ihren Scheitel hat und unter A die Strecke $^1/_2\,pl$ abschneidet. Die Parabel kann als Grenze des A-Polygons (Seite 105) betrachtet werden.

3. Bewegliche Lasten.

Zur Ermittelung der gröfsten Momente bei einer gegebenen Reihe von beweglichen Lasten zeichnet man das Seilpolygon nur einmal (Fig. 81) und verschiebt den Träger so, dafs der Querschnitt C, für welchen das gröfste Moment gesucht wird, über einer der schwersten Lasten liegt, während die übrigen die beiden Teile des Balkens proportional ihrer Länge belasten (vgl. S. 100); alsdann zieht man von den Enden A und B die Senkrechten bis auf das Seilpolygon und danach die Schlufslinie; der Pfeil unter C bestimmt das gesuchte Moment. Diese Untersuchung wird für einige Laststellungen

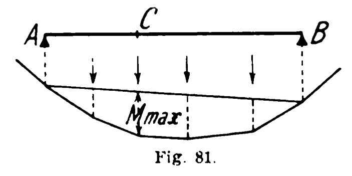


Fig. 81.

durchgeführt, und schliefslich werden die Ergebnisse miteinander verglichen.

Zur Ermittelung der gröfsten Querkräfte benutzt man das sog. A-**Polygon.** Man trägt den Lastenzug in umgekehrter Folge (Fig. 82) mit der ersten Last in B auf und vereinigt die Lasten P_1, P_2, P_3 ..... auf einer Senkrechten durch A zu einem Kräftezuge; alsdann zeichnet man hierzu mit B als Pol ein Seilpolygon. Für den beliebigen Querschnitt C liefert die Ordinate f den Wert der Reaktion in A, wenn die erste Last P_1 in C liegt und die andern, soweit sie auf dem Balken Platz haben, in der gegebenen Reihe folgen. Die Strecke AD ergibt den gröfsten Auflagerdruck auf A.

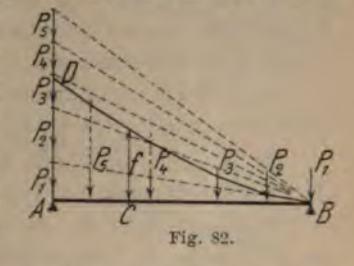


Fig. 82.

Für den Fall, dafs die Belastung eine indirekte ist, also erst durch Zwischenträger auf die Hauptträger nach dem Gesetz des einfachen Balkens übertragen wird, braucht man im Momentendiagramm nur die Ecke des Seilpolygons durch eine Gerade zu brechen, wie aus Fig. 83 ersichtlich.

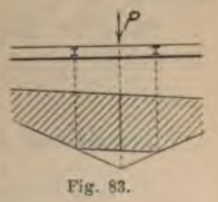


Fig. 83.

Bei Trägern mit verhältnismäfsig grofser Entfernung der Querträger geschieht es oft, dafs die gröfste Querkraft unter einem Stützpunkt vorkommt, wenn die erste Last schon links von ihm und die zweite Last darüber liegt. In diesem Falle ist eine besondere Unter-

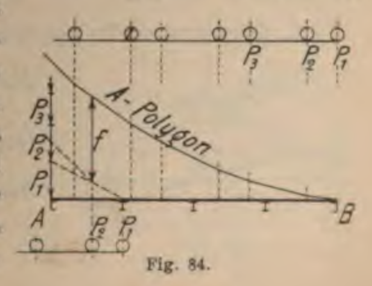


Fig. 84.

suchung nötig (Fig. 84). Man stellt wie beim ganzen Balken in den Einzelfeldern den Lastenzug so, daſs P_1 über dem Anfang des Feldes liegt, zieht die den Lasten P_1, P_2 ... entsprechenden Senkrechten, nimmt die Polentfernung = Feldweite und zeichnet das punktierte kleine Seilpolygon. Es erübrigt nur festzustellen, ob die Ordinate des A-Polygons über C oder eine Ordinate zwischen den beiden Seilpolygonen (welche naturgemäſs mit einer Ecke zusammenfallen muſs) gröſser ist; diese stellt die gesuchte Querkraft Q_{max} dar.

Es ist oft vorteilhaft, nicht die ganze Länge AB als Polweite für das A-Polygon zu wählen, sondern einen Bruchteil davon, z. B. die Hälfte; alsdann erscheinen die Ordinaten in doppeltem Maſsstab. Die Polweite der Polygone der einzelnen Felder muſs in diesem Fall auch halb so lang sein.

Um das Minimum der Querkräfte zu finden, braucht man nur die Konstruktion für das Spiegelbild von AB zu machen. Geht die Belastung in eine gleichmäſsig verteilte über, so wird aus dem A-Polygon eine Parabel.

Sehr zu empfehlen ist auch die Benutzung der Einfluſslinien.

25. Häufig vorkommende Belastungsfälle.

In den folgenden Formeln ist mit P die ganze auf dem Träger liegende Last, mit p die auf der Längeneinheit gleichmäſsig verteilte Last bezeichnet.

1. **Konsolartiger Träger mit Dreiecklast** (Fig. 85).



Fig. 85.

$$M_x = P\frac{x^3}{3\,l^2},\quad M_{max} = P\frac{l}{3}.$$

Durchbiegung $f = \dfrac{P\,l^3}{15\,EJ}$.

Neigung der Endtangente:

$$\varphi = \frac{P\,l^2}{12\,EJ}.$$

2. Konsolartiger Träger mit gleichmäfsig verteilter Last (Fig. 86).

$M_x = P\frac{x^2}{2l}$, $M_{max} = P\frac{l}{2}$.

Durchbiegung $f = \frac{Pl^3}{8EJ}$.

Neigung der Endtangente:

$$\varphi = \frac{Pl^2}{6EJ}.$$



Fig. 86.

3. Einfacher Träger mit Dreiecklast (Fig. 87).

$M_x = \frac{P}{3}x\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)$,

$M_{max} = 0{,}128\,Pl$ für $x = 0{,}577\,l$.

Gröfste Durchbiegung für $x = 0{,}519\,l$.

$$f = \sim\frac{Pl^3}{77\,EJ}.$$



Fig. 87.

Neigungen der Endtangenten: $\varphi_A = \frac{8\,Pl^2}{180\,EJ}$; $\varphi_B = \frac{7\,Pl^2}{180\,EJ}$,

4. Einfacher Träger mit Trapezlast (Fig. 88).

Mit genügender Annäherung können das gröfste Moment und die Durchbiegung nach den Formeln für gleichmäfsige Last berechnet werden.

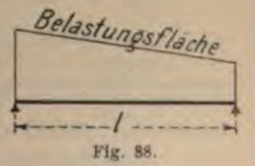


Fig. 88.

5. Einfacher Träger mit Dreiecklast (Fig. 89).

Das gröfste Moment ergibt sich für $x = \sqrt{\frac{l^2-a^2}{3}}$, wenn $a < b$, und hat den Wert:

$$M_{max} = \frac{2}{9}\;P\;\frac{l+a}{l}\sqrt{\frac{l^2-a^2}{3}}$$

Die Auflagerkräfte sind:

$$A = P\frac{b+l}{3\,l},\quad B = P\frac{a+l}{3\,l}.$$



Fig. 89.

10. **Träger mit drei gleichen Lasten in fester Entfernung voneinander** (Fig. 95).

Gröſstes Moment unter der mittleren Last bei

$$z = \frac{b - a}{6}; \; M_{max} = \frac{P}{12\,l}\,(3\,l - b + a)^2 - Pa.$$

Es ist noch zu untersuchen, ob, falls die beiden ersten Lasten, wie in dem vorigen Fall, um den Mittelpunkt des Trägers liegen, sich nicht ein gröſseres Moment ergibt, was eintreten kann, wenn b im Verhältnis zu a sehr groſs ist.

Fig. 95.

26. Der vollwandige Träger.

a) Allgemeines.

Gebräuchlich ist meistens der I-förmige Querschnitt. Andere Formen sind (Fig. 96):

1. der kastenförmige Träger, für schwere Balken geeignet, besonders wenn eine groſse seitliche Steifigkeit erwünscht ist. Nachteile: schwierigere Herstellung, Schwierigkeit, den Querschnitt dem theoretischen Bedarf anzupassen, oft auch unvorteilhafte Verteilung des Materials wegen der Unsymmetrie.

Fig. 96.

2. und 3. besitzen sehr geringe seitliche Steifigkeit und nutzen das Material des Stehbleches schlecht aus. Diese beiden Formen kommen nur ausnahmsweise zur Verwendung.

Maſsgebend für die Dimensionierung ist fast immer das Biegungsmoment M, d. h. man muſs das Widerstandsmoment W danach bestimmen; nur für lange und niedrige Träger ist die Durchbiegung maſsgebend, d. h. das Trägheitsmoment (ohne Nietabzug) muſs ent-

sprechend hoch sein. Es sind dann die Formeln auf Seite 106 zu benutzen. Ist die zulässige Durchbiegung als Bruch der Spannweite angegeben $\frac{l}{k}$, so ist nicht mehr die Festigkeit, sondern die Nachgiebigkeit mafsgebend, wenn $\frac{l}{h} \geqq \frac{4{,}8\,E}{\sigma\,k}$ (unter Voraussetzung einer ziemlich gleichmäfsig verteilten Last).

Z. B. mit den gewöhnlichen Annahmen: $\sigma = 0{,}8$ t/cm², $k = 750$, $E = 2150$ t/cm² erhält man: $\frac{l}{h} \geqq \frac{4{,}8 \cdot 2150}{0{,}8 \cdot 750} = 17{,}2$.

Praktisch vorteilhafteste Höhe $h = 1{,}2 \sqrt{\frac{W}{\delta}}$, wo W = erforderliches Widerstandsmoment in cm³, δ = Stehblechstärke in cm, h = Stehblechhöhe in cm.

Man nimmt im allgemeinen $h = \frac{l}{10}$ bis $\frac{l}{12}$. Ausgeführt wurden vollwandige Träger in Höhe von 2 m und mehr, was indes kaum als günstig zu bezeichnen ist, weil die erforderlichen Versteifungen und Stöfse des Stehbleches zu viel Material erfordern, wodurch der Vorteil der billigeren Herstellung im Vergleich mit Gitterträgern verloren geht. Man kann unter Umständen keine Gitterträger anwenden, z. B. wenn schwere Lasten in jedem Punkt des Obergurtes angreifen können, wie bei Laufkranträgern.

Die Gurtungen werden meistens parallel geführt, nur selten gegen die Enden hin etwas verjüngt. Näheres über diese Konstruktion siehe Seite 118.

b) Querschnittsbestimmung.

Die theoretischen Formeln für die Stärke des Stehbleches liefern zu kleine Werte; praktisch kann man nehmen $\delta = 0{,}7 + \frac{h}{250}$ cm.

Kommen Lamellen zur Verwendung, so macht man mitunter von der besonders in Amerika üblichen Kon-

struktionsweise Gebrauch, beide Stehblechkanten gegen die Gurtplatten um 3—5 mm zurückstehen zu lassen, um das Hobeln der Kanten zu vermeiden. Wo das Eindringen von Wasser nicht zu befürchten ist, erscheint diese Bauart wohl zulässig.

Für den Querschnitt F einer Gurtung kann man annehmen: $F = \frac{Wh}{h_0^2} - \frac{1}{6}\,\delta h$, wo h_0 die Entfernung zwischen den Schwerpunkten der Gurtungen darstellt.

Brauchbar ist auch die Formel:

$$F = 1{,}06 - \frac{W\,\frac{h+3}{h} - \frac{\delta\,h^2}{6}}{h-6}.$$

Zu den Gurtungen werden meistens gleichschenkelige Winkeleisen nicht unter 70 mm Schenkelbreite verwendet, damit sich die Versteifungswinkel bis obenhin durchführen lassen. Sind Stöfse der Gurtwinkel nötig, oder werden in gleicher Höhe kräftige Querträger angeschlossen, so verwende man keine kleineren Winkeleisen als 90 · 9, um Schwierigkeiten beim Nieten zu vermeiden.

Aus praktischen Rücksichten läfst man die Gurtplatten mindestens 0,5 cm seitlich über die Winkel vorstehen; der Überstand soll jedoch zweckmäfsig 1 bis 1,5 cm an jeder Seite nicht überschreiten, um ein Klaffen der Fugen zu vermeiden. Die Anzahl der Gurtplatten beschränke man in jedem Gurte auf drei, höchstens vier, möglichst alle gleich stark. Sind Stöfse der Gurtungen erforderlich, so wird die Stofsbildung erleichtert, wenn die Stärke der Gurtplatten gleich derjenigen der Gurtwinkel ist.

Ist man genötigt, sehr breite Gurtplatten zu verwenden, so wähle man das Stehblech entsprechend stark, damit die Nietteilung nicht zu eng wird. Die Gurtplatten sollen alsdann soviel überstehen, dafs aufserhalb der Winkelschenkel noch je eine Nietreihe möglich ist. Diese Nieten müssen auch in Abzug gebracht werden,

wenn sie nicht mindestens um $2\,d$ gegen die anderen versetzt sind. Für den Druckgurt kann man etwas unter dieser Grenze bleiben.

Vielfach hat man bei breiten Gurtplatten aufserhalb der Winkelschenkel noch schmale Flacheisen untergenietet, eine Anordnung, die man tunlichst vermeiden sollte. Diese Flacheisen dehnen sich nämlich bei der Vernietung aus, bleiben schlaff und nehmen an der Kraftübertragung kaum anteil; die Verstärkung ist demnach illusorisch.

Es wird oft die erste Lamelle (ev. nur 7—8 mm stark) breiter als die anderen gewählt, um den Anschlufs von Flachblechen oder Buckelpatten zu erleichtern. In der Rechnung wird meistens dieser überstehende Rand nicht berücksichtigt.

Die einzelnen Gurtplatten werden nur so weit als nötig geführt, d. h. man läfst sie staffelförmig entsprechend den Maximalmomenten aufhören. Zur Bestimmung der erforderlichen Länge benutzt man das Diagramm der gröfsten Momente; dasselbe wird gedeckt durch horizontale Streifen, die der Reihe nach die Tragfähigkeit des Stehbleches, der Gurtwinkel und jeder Platte darstellen.

Berechnet man die Trägheits- und Widerstandsmomente auf graphischem Wege, so erhält man sie ohne gröfsere Arbeit auch für Profile, welche im Obergurt und Untergurt eine ungleiche Anzahl von Lamellen haben; bei hohen Trägern lohnt es sich, die dadurch gebotene feinere Abstufung zur Deckung des Momentendiagramms auszunutzen.

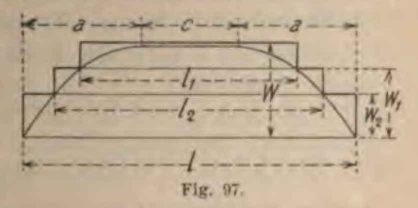


Fig. 97.

Für grobe Berechnungen kann man annehmen, dafs das Momentendiagramm aus einer mittleren horizontalen Geraden von der Länge c besteht, an welche sich auf jeder

Seite eine Parabel anschliefst (Fig. 97); gewöhnlich nimmt man $c = l/_{10}$. Die theoretischen Längen der Gurtplatten sind:

$$l_1 = c + 2a\sqrt{1 - \frac{W_1}{W}},\quad l_2 = c + 2a\sqrt{1 - \frac{W_2}{W}}\ \text{usw.}$$

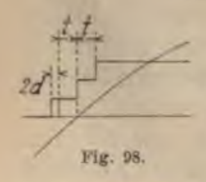


Fig. 98.

Um die wirklichen Plattenlängen zu erhalten, müssen zu den gerechneten auf jeder Seite noch 10—15 cm für den Anschlufs zugeschlagen werden. Will man genau verfahren, so läfst man im Diagramm die Höhe der betreffenden Streifen der Nietzahl entsprechend staffelförmig abnehmen, wie in Fig. 98 angedeutet, wo vorausgesetzt wurde, dafs sechs Niete genügten, um die Lamelle vollständig anzuschliefsen. Dafs man dabei die Nietteilung t so eng wie möglich, also etwa $3\,d$, nimmt, ist selbstverständlich (d = Nietdurchmesser).

c) Nietteilung.

Bedeuten:

e die Teilung der Halsniete in cm,

Q die Querkraft in t,

T die Tragkraft eines Nietes in t (meistens nach dem Leibungsdruck),

S das statische Moment eines Gurtquerschnittes (ausschliefslich des zwischen den Winkeln liegenden Stegteiles) in bezug auf die horizontale Schwerachse des Trägerquerschnittes,

so ist $e = \frac{J}{S} \cdot \frac{T}{Q}$. Für J und S sind hier die Bruttowerte einzuführen. Als Annäherungswert für $\frac{J}{S}$ kann man die Entfernung der Nietreihen der Gurtwinkel setzen (bei doppelter Nietreihe die mittlere Entfernung). Vielfach gebräuchlich ist die angenäherte Formel:

$$e = \frac{T \cdot W}{Q \cdot G}, \text{ wo}$$

W = Widerstandsmoment (netto),
G = Fläche eines Gurtquerschnittes (netto).

Der hiernach gerechnete Wert von e ist etwas kleiner als nach der genauen Formel.

Zur Aussteifung des Stehbleches müssen in gewissen Entfernungen, besonders aber an den Auflagern und dort, wo Einzellasten angreifen, Vertikalwinkel angeordnet werden. Rechnerisch dimensionieren lassen sich diese nicht, man ist lediglich auf das praktische Gefühl angewiesen. Als Schenkelbreite kann man etwa annehmen $s = \frac{h}{20} + 5$ cm und als Entfernung der Winkel voneinander ca. $0{,}7\,h + 40$ cm. Die üblichste Anordnung ist in Fig. 99 dargestellt. Es ist besser, die Winkel zu unterfuttern, als sie zu kröpfen, um sie bis zu den horizontalen Schenkeln der Gurtwinkel zu führen. Nur ausnahmsweise wird man vier Winkel anordnen, um sie kleiner wählen zu können, damit sie nicht über die Gurte hervortreten.

Fig. 99.

Bei kastenförmigen Trägern genügt es, die beiden Stehbleche durch Querwände miteinander zu verbinden, um die seitliche Steifigkeit zu sichern.

In den Angriffspunkten schwerer Lasten soll durch die Versteifungswinkel die Last gleichmäſsig über das Stehblech verteilt werden; hiernach bestimmt man die Anzahl der erforderlichen Niete; genügen zwei Winkeleisen nicht zur Aufnahme der Niete, so nehme man vier. Ähnliches gilt für den Anschluſs von Querträgern, wo man immer gut tut, zwei Winkel zu verwenden, von denen wenigstens einer als Versteifungswinkel durchgeführt wird; auſserdem ist auf der anderen Seite des Stehbleches eine Versteifung anzuordnen.

Bei sehr hohen oder sehr schwer belasteten Trägern empfiehlt es sich, mindestens die Endfelder (bei durch-

gehenden Trägern auch die Felder bei den Mittelstützen) durch besondere Diagonalwinkel zu versteifen, welche so wie Druckdiagonalen in einem Gitterträger angeordnet werden. Eine genaue Dimensionierung derselben ist nicht möglich. Man tut gut, die Halsniete in der Nähe der Enden dieser Winkel etwas dichter als sonst zu setzen.

d) Gewicht der vollwandigen Träger.

Für Träger mit parallelen Gurtungen kann man annehmen: $g = \frac{1}{3}\left(h\ \delta + 7\ \frac{W}{h}\right)$ kg/m (alle Maſse in cm!). Für W ist bei veränderlichem Querschnitt etwa 0,7—0,8 von W_{max} zu setzen.

Träger ohne Lamellen wiegen etwa:

$$\frac{1}{3}\left(\frac{h\ \delta}{3} + 8{,}6\ \frac{W}{h}\right) \text{ kg/m.}$$

Für die Versteifungen des Stehbleches kann man mit grober Annäherung 0,45 h kg/m rechnen; eine Endversteifung wiegt ungefähr $\left(4 + \frac{h}{50}\right)^2$ kg.

e) Durchbiegung.

Bei konstantem Querschnitt und gleichmäſsig verteilter Last ist die Durchbiegung in der Mitte, wo das Moment den Wert M_m hat:

$$f = \frac{5\ M_m}{48\ E\ J}\ l^2 + \frac{M_m}{G\ h\ \delta}.$$

Mit $E = 2150$, $G = 830$ t/cm² wird:

$$f = \frac{M_m\ l^2}{20640\ J} + \frac{M_m}{830\ h\ \delta} \text{ (alle Maſse in cm).}$$

Für eine Einzellast in der Mitte:

$$f = \frac{M_m\ l^2}{12\ E\ J} + \frac{M_m}{G\ h\ \delta} = \frac{M_m\ l^2}{25800\ J} + \frac{M_m}{830\ h\ \delta}.$$

Zwischen beiden Fällen kann man nach Schätzung interpolieren; ist eine gröſsere Genauigkeit erforderlich, so ist die Konstruktion der Biegungslinie nötig (S. 251).

Das zweite Glied der obigen Durchbiegungsformeln berücksichtigt den Einfluſs der Schubkräfte; es macht bei kurzen Trägern 10 % und mehr aus, darf also nicht immer vernachlässigt werden.

Nietabzüge werden nicht berücksichtigt. Zur Ausführung der Rechenarbeiten genügt der Rechenschieber (vgl. S. 79). Ändert sich das Trägheitsmoment eines Trägers mit konstanter Höhe annähernd nach einem parabolischen Gesetze, so ist die Durchbiegung um ∾ 10 % gröſser als nach obigen Formeln.

f) Knicksicherheit des Druckgurtes von Parallelträgern.

Ist ein Parallelträger auf Kugelgelenken aufgelagert, und auf seiner ganzen Länge vollständig frei, so knickt er aus (nach den Versuchen von F. Schüle, Zürich) unter einer gleichförmig verteilten Last, welche die mittlere Spannung von 2,55 t/cm² in dem gedrückten Flansch hervorruft.[1]) Die Gröſse einer in der Mitte konzentrierten Last kann, aus dem Vergleich mit folgendem Falle, zu etwa ³/₄ davon angenommen werden. Eine 2,5-fache Sicherheit dürfte als genügend erachtet werden.

Eine so ungünstige Auflagerung kommt aber nur ausnahmsweise vor; im allgemeinen kann man damit rechnen, daſs die beiden Enden des gedrückten Gurtes festgehalten sind, gerade als ob sie mit festen Kugelgelenken verbunden wären. Vernachlässigt man dabei die Widerstandsfähigkeit des Steges, so liegt ein Fall vor, der mit dem Grundfall der Knickfestigkeit verglichen werden kann, wo die Achsialkraft nach der Mitte hin parabolisch zunimmt. Nennt man J' das Trägheitsmoment der Gurtung in der Querrichtung, h_0 den Schwerpunktsabstand der Gurtungen, so erhält man für die gleichförmig auf der ganzen Länge verteilte Last,

---

[1]) Schweiz. Bauzeitung, Bd. XLIII, Nr. 21 und 22.

welche eben das Ausknicken herbeiführt, den Wert: $Q = 169 \frac{EJ' h_0}{l^3}$.

Ist dagegen diese Last in der Mitte konzentriert, so ergibt sich: $Q = 126 \frac{EJ' h_0}{l^3}$.

Ändert sich das Trägheitsmoment J' proportional den Ordinaten einer Parabel, so ist die Tragfähigkeit bei grober Abstufung um 3 %, bei feiner Abstufung um 6 % geringer.

Die Knicksicherheit sollte mindestens 4fach sein.

Der günstige Einflufs des Steges darf bei sehr niedrigen Trägern mit schmalen Flanschen nicht ohne weiteres vernachlässigt werden, weshalb diese Formeln unter Umständen eine kleinere Tragfähigkeit ergeben, als nach den oben erwähnten Versuchen ohne Zweifel zu erwarten ist. In diesem Falle rechne man nach der gröfsten Druckspannung 2,55 t/cm², wobei man immer sicher geht. Für Gitterträger ist dagegen die Annahme einer Mitwirkung der Füllungsglieder meistens unzulässig (vgl. Kap. 76).

27. Der vollwandige Träger mit nicht parallelen Gurtungen.

Mit den auf Fig. 100 angegebenen Bezeichnungen sind die Gesamtkräfte in den Gurtungen:

$$O = -\frac{M}{h \cos \alpha} \qquad U = \frac{M}{h \cos \beta}.$$

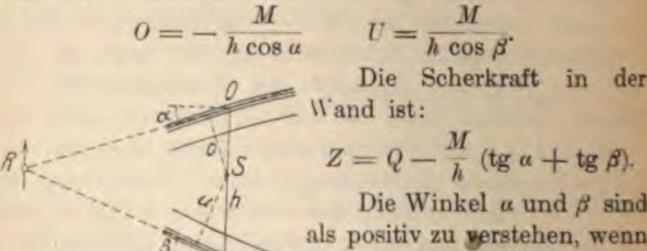


Fig. 100

Die Scherkraft in der Wand ist:

$$Z = Q - \frac{M}{h} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta).$$

Die Winkel α und β sind als positiv zu verstehen, wenn die betreffenden Gurtungen sich der Mittellinie des Trägers

nach der Seite hin nähern, wo das Biegungsmoment abnimmt; bei einem einfachen Balken also im allgemeinen nach dem nächsten Lager hin. Bei derjenigen Belastungsart, bei welcher sich das Moment und die Trägerhöhe in gleichem Verhältnis ändern (d. h. wenn die Gurtungen nach dem Punkt R zusammenlaufen, durch welchen die Querkraft geht), so ist die Scherkraft in der Wand gleich Null. Diese Wand dürfte alsdann fehlen, was durch die Theorie der gegliederten Systeme auch bestätigt wird. Laufen aber die Gurte nach der andern Seite zusammen, so sind die Winkel α und β als negativ zu betrachten, die Scherkraft in der Wand wird gröfser als beim Parallelträger, und die Verbindung von Stehblech und Gurtungen erfordert eine entsprechend engere Nietteilung.

Um die Neigung der Gurtungen angenähert zu berücksichtigen, führt man am einfachsten in die Berechnung des Trägheitsmomentes statt h die Summe $o + u$ der beiden Lote vom Schwerpunkt auf die Tangenten ein.

Für die Scherkraft in der Wand ist obige Formel anzuwenden.

Zur Berechnung der horizontal gemessenen Nietteilung e hat man die angenäherten Formeln:

$$e = \frac{T h_o^2 \cos \alpha}{Q h_o - M (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \text{ für den Obergurt,}$$

$$e = \frac{T h_o^2 \cos \beta}{Q h_o - M (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)} \text{ für den Untergurt.}$$

Hier ist T die Kraft, die ein Niet übertragen kann (meistens nach dem Leibungsdruck); h_o ist die Entfernung der Nietreihen. (Ebenso schnell rechnet man die Gurtkräfte für zwei Querschnitte; die dazwischen liegenden Nieten müssen die Differenz übertragen.)

Es ist vorteilhaft, die Gurtungen über den Lagern eben nur soweit voneinander zu halten, wie der Anschlufs vom Querträger, Windverband usw. es gestattet.

Die Gurtungen sind dort mit so viel Nieten anzuschließen, daß die rechnungsmäßige Kraft übertragen wird.

Ähnliches gilt für Konsolen u. dgl.

28. Der Gerbersche Träger.

Ein durchgehender Träger auf n Stützen kann statisch bestimmt gemacht werden durch Einschaltung von $n-2$ Gelenken. In jedem derselben ist das Biegungsmoment gleich Null, so daß $n-2$ neue Gleichgewichtsbedingungen entstehen.

Es sind stets so viel Gelenke erforderlich, als Mittelstützen vorhanden sind; in keiner Öffnung dürfen mehr als zwei Gelenke liegen.

Durch ein Gelenk muß eine Querkraft, nicht aber ein Moment übertragen werden können. Zweckmäßig wird die Anordnung so getroffen, daß die Querkraft stets in demselben Sinne wirkt. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn auf eine Öffnung mit Gelenken eine ohne Gelenke

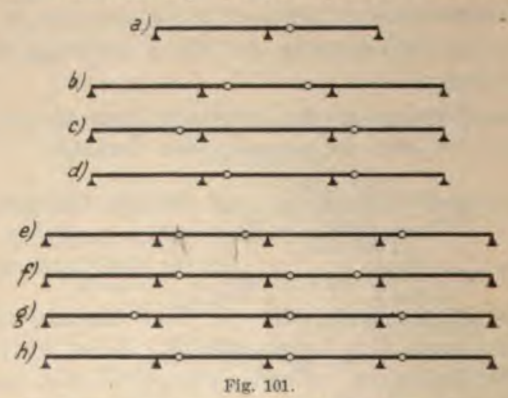


Fig. 101.

folgt. Dadurch wird auch der Vorteil erreicht, daß der Einfluß der Belastung einer Öffnung sich nicht weiter als auf die nächste fortpflanzt.

In Fig. 101 sind verschiedene Anordnungen dargestellt, welche theoretisch ziemlich gleichwertig sind, aber

nicht alle die oben gestellte Bedingung erfüllen. Träger, welche an zwei Gelenken hängen, verhalten sich ganz wie einfache Balken.

Für die Kragträger bestimmt man die Länge der Kragarme nach folgenden Sätzen:

1. Die gröfsten Momente (nach dem absoluten Wert) sollen möglichst gleich ausfallen.

2. Negative Auflagerkräfte sollen nach Möglichkeit vermieden werden.

Besteht die zufällige Last aus einer Reihe von Einzellasten, so ist zu empfehlen, die entsprechende gleichmäfsig verteilte Last zu berechnen und danach die Einteilungen der Öffnungen und die Lage der Gelenke vorläufig festzulegen; die Ergebnisse können ev. mit Hilfe der Einflufslinien gebessert werden.

Bei gleichmäfsiger Verkehrslast läfst sich die Aufgabe immer einfach lösen, wie aus folgendem Beispiel hervorgeht (Fig. 102):

Fig. 102.

Die absoluten Werte der gröfsten Momente sind:

$$M_1 = \frac{p+g}{8} l_1^2 \left(1 = \frac{g}{p+g} \frac{a(a+c)}{l_1^2}\right)^2$$

$$M_2 = \frac{p+g}{2} a(a+c)$$

$$M_3 = \frac{p+g}{8} c^2 = M_7$$

$$M_4 = \frac{p+g}{2} b(b+c) = M_6$$

$$M_5 = \frac{p+g}{8} l_3^2 - \frac{g}{2} b(b+c).$$

$$a + b + c = l_2$$
$$b + c = l_4$$
$$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

Die Auflagerkräfte, welche negativ werden können, sind: S_1, S_3 und S_4. — Die kleinsten Werte sind:

$$S_1 = \frac{g}{2} l_1 \left(1 - \frac{p+g}{g} \frac{a(a+c)}{l_1^2}\right)$$

$$S_2 = \frac{g}{2}(l_3 + c) - \frac{p}{2} c \frac{b}{l_3} = S_4.$$

Durch Gleichsetzung aller gröfsten Momente erhält man eine Anzahl von Gleichungen, welche die Einteilungen der Öffnungen und die Lage der Gelenke bestimmen; es erübrigt noch zu untersuchen, ob negative Auflagerdrücke vorkommen können.

Ganz ähnlich wird die Aufgabe für eine andere beliebige Anordnung behandelt. Im allgemeinen ist aber eine solche Berechnung nicht nötig, denn nicht immer ist man in der Wahl der Öffnungen und der Lage der Gelenke frei, auch kommt sehr selten nur eine gleichmäfsig verteilte Verkehrslast in Frage; man ist daher meist auf Versuche angewiesen, wobei die Benutzung von Einflufslinien besonders zu empfehlen ist (Seite 124).

Zur rechnerischen Ermittelung der Momente und Querkräfte sind die allgemeinen Regeln anzuwenden. Für einen Kragarm führt man einen Schnitt durch das nächste Gelenk und betrachtet man die dort angreifende Querkraft R (Fig. 103) als eine äufsere Kraft. Für

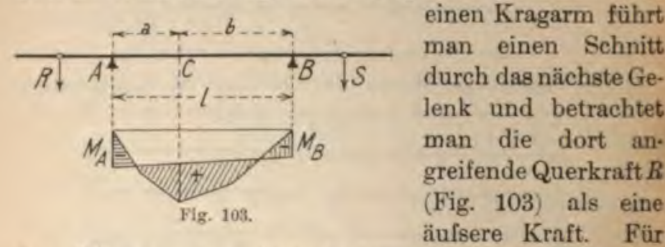


Fig. 103.

eine Öffnung ohne Gelenke berechnet man das Moment M_0 in einem Mittelquerschnitt C genau wie für einen einfachen Balken $A\ B$; die Stützenmomente lassen sich aus den Gelenkdrücken R und S ermitteln. Schliefslich erhält man: $M = M_0 - M_A \frac{b}{l} - M_B \frac{a}{l}$.

Ähnlich berechnet man die Querkräfte, wobei zu beachten ist, dafs zu jeder Stütze zwei Querkräfte gehören, eine unmittelbar vor, die andere unmittelbar nach dem Stützpunkt; die beiden haben entgegengesetztes Vorzeichen, und deren (algebraische) Differenz ist gleich dem Stützendruck.

Beispiel. Es soll der in Fig. 104 dargestellte Träger untersucht werden.

Zuerst ermittelt man die beiden Kräfte R und S:

$$R = \frac{2 \cdot 5}{4} = 2{,}50\ t;\quad S = \frac{1 \cdot 3}{4} = 0{,}75\ t.$$

Die Auflagerkräfte B und C ergeben sich aus den Gleichgewichts-

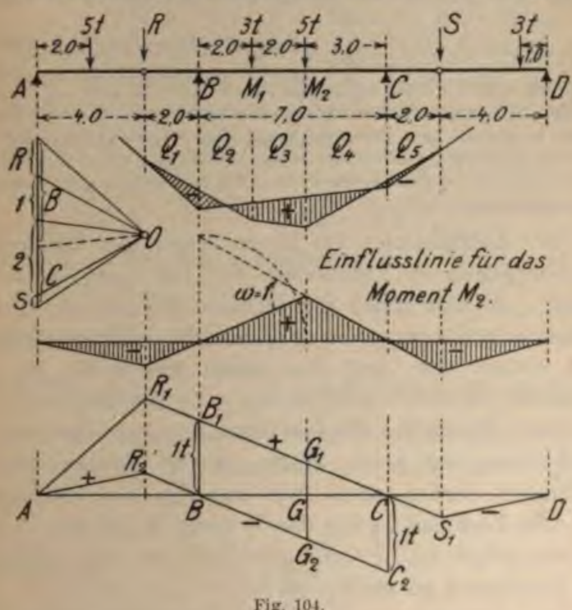


Fig. 104.

bedingungen des Trägers BC bei der angegebenen Belastung, wozu auch die Kräfte R und S gezählt werden.

Aus der Momentengleichung in bezug auf C findet man:

$$B = \frac{2{,}50 \cdot 9 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 3 - 0{,}75 \cdot 2}{7} = +\,7{,}286\ t.$$

Die Momentengleichung in bezug auf B liefert:

$$C = \frac{0{,}75 \cdot 9 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 2 - 2{,}5 \cdot 2}{7} = +\,3{,}964\ t.$$

Die Stützenmomente sind: $M_B = -5{,}00$ tm., $M_C = -1{,}50$ tm. Für den einfachen Balken BC wären die Momente unter den Lasten: $M' = 8{,}58$ tm. $M'' = 11{,}13$ tm.; die Momente für den Kragträger sind also:

$$M_1 = 8{,}58 - \frac{5 \cdot 5 + 1{,}5 \cdot 2}{7} = +4{,}58 \text{ tm.} \quad M_2 = 11{,}13 - \frac{5 \cdot 3 + 1{,}5 \cdot 4}{7} = +8{,}13 \text{ tm.}$$

Dasselbe Resultat kann man aus den Querkräften ableiten, nur mufs man die Berechnung mit mehreren Dezimalstellen durchführen, damit die letzten Zahlen genau genug werden. Da die Querkraft sich nur dort ändert, wo eine Kraft angreift, kommen hier fünf Felder in Betracht:

$Q_1 = -2{,}500\ t$

$M_B = -2{,}500 \cdot 2{,}000 = -5{,}000$ tm.

$Q_2 = -2{,}500 + 7{,}286 = +4{,}786\ t$

$M_1 = -5{,}000 + 4{,}786 \cdot 2 = +4{,}572$ tm.

$Q_3 = +4{,}786 - 3{,}000 = +1{,}786\ t$

$M_2 = +4{,}572 + 1{,}786 \cdot 2 = +8{,}144$ tm.

$Q_4 = +1{,}786 - 5{,}000 = -3{,}214\ t$

$M_C = +8{,}144 - 3{,}214 \cdot 3 = -1{,}500$ tm.

$Q_5 = -3{,}214 + 3{,}964 = +0{,}750\ t.$

Wie man alle diese Gröfsen graphisch ermittelt, geht aus der Figur deutlich hervor. Nach Berechnung der Kräfte R und S werden die Lasten in der richtigen Reihenfolge auf einer Senkrechten aufgetragen und das Seilpolygon konstruiert, dessen Endstrahlen durch ihre Schnittpunkte mit den Vertikalen der Stützen die Schlufslinie des Momentendiagrammes bestimmen.

Die Einflufslinien für einen Träger mit Kragarmen werden genau so konstruiert wie für einen einfachen Balken, nachher über die Stützen hinaus bis zu den Gelenken verlängert, von dort nach den nächsten Stützen und nötigenfalls über diese noch weiter bis zu den folgenden Gelenken geführt usw. Zu beachten ist, dafs die Einflufslinie für die Querkraft in einem Querschnitt unmittelbar bei einer Stütze, auch darüber hinaus, verlängert werden mufs, wie aus Fig. 104 ersichtlich.

Die Einflufslinie für das Moment M_2 ist mit $\omega = 1$ konstruiert, d. h. die Ordinaten sind mit dem Mafsstab der Zeichnung zu multiplizieren.

In dem unteren Teil der Figur sind durch die parallelen Geraden R_1, S_1 und R_2, C_2 und die Schlufsgeraden AR_1, AR_2 und S_1D verschiedene Einflufslinien dargestellt, welche alle die gemeinschaftliche Einheit $B\,B_1 = C\,C_2$ haben. Die Teile oberhalb der Grundlinie sind positiv, unterhalb derselben negativ. Die einzelnen Einflufslinien sind:

für den Auflagerdruck B: Linienzug $A\ R_1\ B_1\ C\ S_1\ D$,

für die Querkraft unmittelbar nach B: Linienzug $A\ R_2\ B\ B_1\ C\ S_1\ D$,

für die Querkraft in G: Linienzug $A\ R_2\ B\ G_2\ G\ G_1\ C\ S_1\ D$.

Einige Einflufslinien für einen Gerberschen Balken sind auch in Fig. 74, Seite 98, dargestellt.

Der vollwandige Gerbersche Träger wird meistens mit parallelen Gurtungen ausgeführt. Die Höhe des Steges wird $\frac{1}{12} - \frac{1}{16}$ der einzelnen Öffnungen gewählt.

Sind alle Öffnungen gleich grofs und kommen eine bleibende gleichmäfsige Belastung g t/m und eine zufällige p t/m in Betracht, so bestimmt man die Länge der Kragarme nach der Formel:

$$\frac{x}{l} = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{g}{p + 2g}}\right).$$

Ist $p = 0$, so hat man angenähert: $x = \frac{l}{7}$. Das gröfste Moment kommt in einem Kragträger vor, und zwar negativ über den Stützen und positiv in der Mitte; man findet $M = \frac{(p+g)^2}{p+2g} \cdot \frac{l}{8}$. In den Endöffnungen ist dieses Moment etwas gröfser, und zwar für den eingehängten Balken zwischen der Endstütze und dem ersten Gelenk (Länge $l - x$) hat man:

$$M_{max} = \frac{\left(1 + \sqrt{\frac{g}{p+2g}}\right)^2 (p+g)\, l^2}{32}.$$

Ist die erste Öffnung durch einen Träger mit einem einzigen Kragarme überbrückt, so ergibt sich:

$$M_{max} = \left(1 - \frac{p+g}{4(p+2g)}\right)^2 \frac{(p+g)\, l^2}{8}.$$

Für die konstruktiven Einzelheiten, Gewichtsüberschlag usw., gilt das für den einfachen Balken Gesagte.

Der Gerbersche Träger wird um 10—20 % leichter als eine Reihe einfacher Balken und hat gegenüber dem durchgehenden Träger den Vorteil, dafs er von der Nachgiebigkeit der Stützen gar nicht beeinflufst wird. Als schwache Punkte sind immer die Gelenke anzusehen, die mit grofser Sorgfalt zu konstruieren sind (bei einfachen Profilen wie Fetten für lange Dächer u. dgl. hat man oft die Gelenke durch einen gewöhnlichen Stofs ersetzt, wo die Gurtungen nicht verlascht sind: eine nicht empfehlenswerte Anordnung). Für Balken, welche sehr schwere Einzellasten tragen, wie Laufkranträger u. dgl., sind Gelenke möglichst zu vermeiden, also durchgehende Träger den Gerberschen vorzuziehen. Die Durchbiegungen in verschiedenen Punkten eines Gerberschen Trägers können mit Hilfe der Grundformeln (Seite 276) gerechnet werden; sie sind in der Regel gröfser als bei einem durchgehenden Träger (bei den Hängebalken bis auf das Doppelte).

29. Der stabförmige Dreigelenkbogen.

Ein Bogenträger, auf zwei festen Gelenken aufgelagert und durch ein drittes unterbrochen, ist statisch bestimmt; es ist in dieser Hinsicht gleichgültig, wo das dritte Gelenk liegt (im allgemeinen wird es zweckmäfsig im Scheitel angeordnet).

Bei jedem Kämpfergelenk treten Auflagerreaktionen auf, die man am besten in ihre senkrechten und wagerechten Seitenkräfte zerlegt. Die ersteren sind genau ebenso grofs wie die Auflagerkräfte eines einfachen Balkens derselben Spannweite wie der ganze Bogen; die letzteren sind im allgemeinen von aufsen nach innen gerichtet und für beide Kämpfer gleich grofs, solange nur senkrechte Lasten auf dem Bogen liegen; man bezeichnet sie mit dem gemeinschaftlichen Namen **Horizontalschub**, positiv, wenn nach innen wirkend. Zur Berechnung der senkrechten Auflagerkräfte gebraucht man dieselben

Gleichungen wie für den einfachen Balken. Der Horizontalschub läfst sich ermitteln nach der Bedingung, dafs das Moment für das Scheitelgelenk gleich Null ist. So hat man für eine Einzellast (Fig. 105)

$$A = P\frac{b}{l}.$$

$$B = P\frac{a}{l}.$$

$$H = P\frac{a}{l}\frac{n}{h}.$$

Fig. 105.

Das Moment unter der Last ist: $M = A\,a - H\,y = P\,\frac{a}{l}\left(b - \frac{n}{h}y\right)$; die Normalkraft unter der Last ist: $N = A\sin\varphi + H\cos\varphi$; die Querkraft daselbst hat den Wert: $Q = A\cos\varphi - H\sin\varphi$. Bei gleichmäfsiger totaler Belastung g t/m ist der Horizontalschub $H = \frac{m\,n}{2\,h}\,g$.

Bei diesen Berechnungen ist es zulässig, alle Lasten, die auf einer Seite des Scheitelgelenkes liegen zu einer einzigen (im Schwerpunkt der Gruppe) zu vereinigen.

Kommen auch Horizontalkräfte in Betracht, so verteilt man sie auf beide Kämpfergelenke nach folgender Regel: Eine Horizontalkraft im Scheitelgelenk gibt für das linke Lager den zuschlägigen Schub: $W_A = W\,\frac{m}{l}$ und für das rechte: $W_B = -\,W\,\frac{n}{l}$. Greift die Kraft W anderswo an, so wird sie nach dem Gesetz des einfachen Balkens (den Höhen nach) auf die zwei nächsten Gelenke verteilt; der eine Teil greift alsdann direkt am Lager an, der andere kann nach obiger Formel verteilt werden. Die senkrechten Auflagerkräfte infolge der Belastung durch W werden so gerechnet, als ob der Bogen ununterbrochen wäre; wenn z. B. W im Scheitelgelenk angreift, ist: $A = -\,B = W\,\frac{h}{l}$.

Bei totaler gleichmäſsiger Belastung ist das Biegungsmoment in jedem Punkte des Bogens gleich Null, wenn seine Mittellinie nach einer Parabel gekrümmt ist; für einen flachen Bogen ist eine kreisförmige Krümmung fast ebenso günstig.

Setzt man bei jedem Kämpfergelenk den Horizontalschub mit der entsprechenden Vertikalkraft zusammen, so erhält man die Kämpferdrücke in ihrer richtigen Lage. Bei Belastung durch eine Einzellast P müssen sich die Kämpferdrücke in einem Punkt auf der Vertikalen durch P schneiden (Figur 106); da nun die Richtung des Kämpferdruckes auf der unbelasteten Seite mit derjenigen Geraden zusammenfällt, welche die Gelenke B und C verbindet, so ist dadurch der Schnittpunkt der Kämpferdrücke bestimmt. Der geometrische Ort dieser Schnittpunkte heiſst die Kämpferdrucklinie; sie besteht also aus dem Linienzuge $A_1\ C\ B_1$. Für Horizontalkräfte gilt der Linienzug $A\ C\ B$, dessen Seiten nach Bedarf zu verlängern sind; die Wirkungslinie der Kraft muſs mit der Sehne der unbelasteten Bogenhälfte zum Schnitt gebracht werden, der Schnittpunkt wird mit dem fernliegenden Gelenk verbunden.

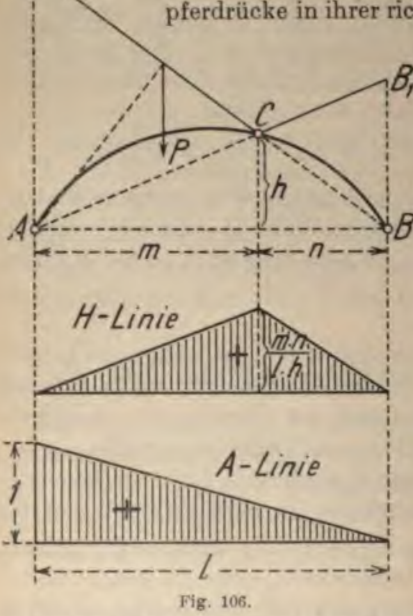


Fig. 106.

Hiermit ist ein Mittel gegeben, um die Auflagerkräfte durch eine einfache Zerlegung zu finden.

Zur statischen Untersuchung des Bogens benutzt man am besten die Einflufslinien wegen ihrer Einfachheit und Übersichtlichkeit.

Läfst man an einem Kämpfergelenk die Kraft H wirken, welche die Sehne um Δl verkürzen möge, so nimmt h um $\Delta l \frac{m\,n}{l\,h}$ zu (vgl. Seite 263). Die Arbeitsgleichung sagt uns nun, dafs die Einflufslinie für H aus einem Dreieck besteht, dessen Höhe $= \frac{m\,n}{l\,h}$ ist. Für $m = n = \frac{l}{2}$ ist diese Höhe $\frac{l}{4f}$, wenn f die Pfeilhöhe des Bogens in der Mitte darstellt.

Die Einflufslinien der senkrechten Auflagerdrücke bleiben dieselben wie für einen einfachen Balken.

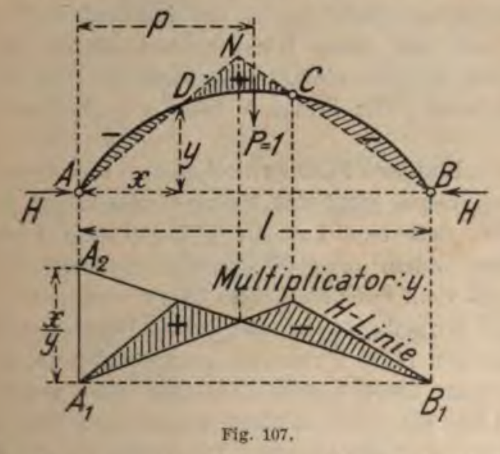


Fig. 107.

Das Biegungsmoment für den Querschnitt D eines einfachen Balkens unter der Wirkung einer senkrechten Kraft $P = 1$ ist: $M = \frac{l-p}{l}\,x$; für den Bogen hat man: $M = \frac{l-p}{l}\,x - H y$ oder $M = y\left(\frac{l-p}{l}\,\frac{x}{y} - H\right)$. Der Bruch in den Klammern gilt, solange p zwischen x und

l liegt und stellt die Gleichung einer Geraden dar, wenn man p als veränderlich betrachtet. Diese Gerade hat unter D die Ordinate $\frac{l-x}{l}\frac{x}{y}$, unter B die Ordinate 0 und schneidet über A_1 die Strecke $A_1 A_2 = \frac{x}{y}$ ab. Die Differenzen zwischen den Ordinaten dieser Geraden und denjenigen der H-Linie geben, mit y multipliziert, die Momente für den Querschnitt D. In dem Fall, wo P links von D liegt, findet man, daſs die von A_1 ausgehende Gerade über B_1 die Strecke $\frac{l-x}{y}$ abschneidet und unter D dieselbe Ordinate wie die Gerade $B_1 A_2$ hat. Der Nullpunkt der Einfluſslinie muſs unter dem Schnittpunkt N von AD und BC liegen; denn wenn über ihm eine Einzellast liegt, so ist das Moment in D gleich Null, weil der linke Kämpferdruck durch D geht. Hierdurch ist eine einfache Konstruktion der Einfluſslinie gegeben. Der Punkt N heiſst die Belastungsscheide.

Die schraffierte Fläche zwischen dem Linienzug ANB und dem Bogen stellt das Momentendiagramm für den Fall dar, daſs eine Last in N liegt; man erhält die Momente, indem man die (vertikal gemessenen) Ordinaten mit dem entsprechenden H multipliziert.

Die Normalkraft ist für flache Bögen wenig verschieden von H; will man sie genau ermitteln, so konstruiert man deren Einfluſslinie (Fig. 108), indem man zur H-Linie die Linie addiert, welche über dem linken Kämpfer $\operatorname{tg}\varphi \cdot 1$ abschneidet. Die Gröſse 1 ist die Länge, welche für die H-Linie 1 t darstellt. Ebenso wie für den zweigelenkigen Bogen (Kap. 65, I) berücksichtigt man am besten die Normalkraft, indem man die Einfluſslinie für den oberen bzw. unteren Kernpunkt zeichnet. Die Konstruktion ist genau so wie in Fig. 107, nur bedeutet y nicht mehr die Ordinate des Schwerpunktes des Querschnittes, sondern die des Kernpunktes.

Die Querkraft wird einfach berechnet, indem man Kräfte auf den Querschnitt projiziert. Die in . 108 dargestellte Einflufsfläche ist ohne weitere Er-rung verständlich.

Die in vorstehendem gegebenen Konstruktionen en, streng genommen, nur für den Fall, dafs die

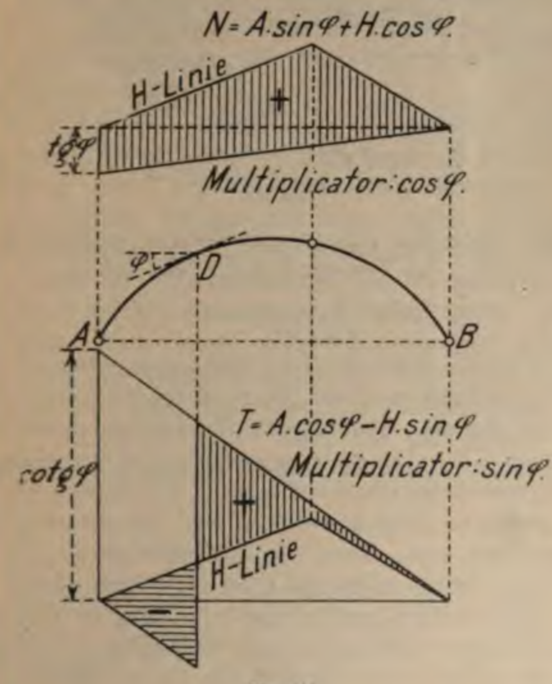


Fig. 108.

rtungen parallel laufen; der Fehler ist aber gering, ange sie nicht stark konvergieren, andernfalls mufs das rfahren auf grund der betreffenden Theorie (S. 118) indert werden. Greift die Last nicht unmittelbar auf n Bogen an, sondern mittels sekundärer Längsträger, auf Querträgern und Pfosten ruhen, so erscheinen Spitzen der Einflufslinien für Querschnitte, welche

zwischen den Füſsen der Pfosten liegen, gebrochen, wie auf S. 105 erklärt.

Die Fig. 109 zeigt, wie man die Einfluſslinie für den Horizontalschub in A infolge einer wagerechten Kraft W bei ganz allgemeiner Form des Bogens kon-

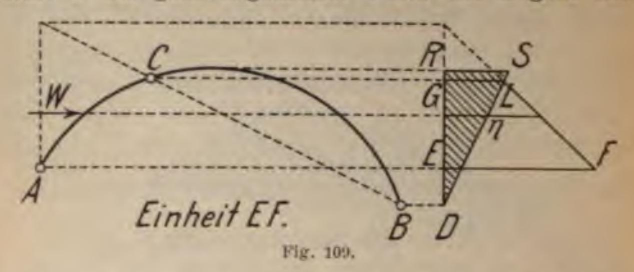


Fig. 109.

struiert. Für den Teil AC gilt das Trapez $EGLF$, für den Teil BC das Dreieck DRS. Man erhält:

$$W_A = W \frac{\eta}{EF}, \quad W_B = W - W_A.$$

Nachdem man für eine Reihe von Querschnitten die Normalkraft und das Moment ermittelt hat, kann man die Formeln vom Kap. 81 für die Dimensionierung benutzen. Zur Ermittelung der Teilung der Halsniete soll eigentlich die Querkraft dienen; die Ergebnisse sind aber meistens nicht anwendbar, weil aus konstruktiven Rücksichten eine engere Teilung erforderlich ist. In der Nähe der Anschlüsse der Querträger bzw. der Pfosten tritt eine ziemlich starke Querkraft auf; es empfiehlt sich, um keine übermäſsig enge Nietteilung zu erhalten, den Anschluſs so auszuführen, daſs die zu übertragende Kraft auf eine passende Breite verteilt wird. Hierbei kann man annehmen, daſs alle Niete, welche sich in der betreffenden Strecke befinden, gleichmäſsig an der Kraftübertragung beteiligt sind. Eine Versteifung der Wand ist an solchen Stellen immer empfehlenswert.

Für das Gelenk nimmt man den gröſsten Normaldruck (meistens genau genug), gleich dem gröſsten Horizontalschub, und die gröſste Querkraft bei ein-

seitiger Belastung, wo die schwersten Lasten möglichst nahe am Gelenk liegen. Die betreffenden Einflufslinien lassen sich mit Hilfe der allgemeinen Regeln konstruieren.

Wird der Bogen stetig gekrümmt ausgeführt, so mufs man diesen Umstand auch berücksichtigen; um der Kontinuität des Trägers Rechnung zu tragen, führt man nicht den ganzen zwischen zwei benachbarten Querträgern gemessenen Pfeil ein, sondern unter den Querträger-Anschlüssen, $^2/_3$ davon und $^1/_3$ in der Mitte der Bogenstrecke (vgl. Kap. 78).

Eine von der vorigen ganz verschiedene Berechnungsart stützt sich auf die Theorie der **Drucklinie.**

Wenn man von einem Kämpfer ausgehend die äufseren Kräfte, die auf den Bogen wirken, graphisch zusammensetzt, erhält man einen Linienzug, dessen Ecken auf den Wirkungslinien der einzelnen Kräfte liegen und welcher durch die drei Gelenke geht. Dieser Linienzug kann ohne weiteres gezeichnet werden, wenn man die Auflagerkraft kennt; man kommt aber schneller zum Ziele, wenn man ihn als Seilpolygon auffafst. Durch drei Punkte kann nur ein einziges Seilpolygon gelegt werden; dasselbe ist also vollständig be-

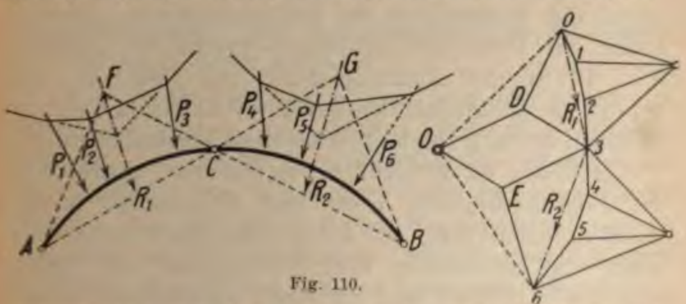


Fig. 110.

stimmt und mit ihm nach Gröfse und Richtung die Auflagerreaktionen und der Scheitelgelenkdruck. Die allgemeine Konstruktion des Seilpolygons ist folgende (Fig. 110): Die Kräfte P_1, P_2, $P_3 \ldots$, die auf einer Hälfte des Bogens wirken, werden (am besten mit Hilfe

von einem besonderen Seilpolygon) zu einer Mittelkraft R_1 vereinigt. Dasselbe geschieht auf der andern Hälfte des Bogens mit den Kräften P_4, P_5, P_6, welche zur Mittelkraft R_2 führen. Nun zieht man die Geraden $A\,C\,G$ und $B\,C\,F$ sowie $A\,F$ und $B\,G$. Jetzt wird die Mittelkraft $R_1 = 0\,3$ in die beiden Komponenten $0\,D$ und $3\,D$ parallel zu $F\,A$ und $F\,C$ zerlegt. Auf gleiche Weise zerlegt man $R_2 = 3\,6$ in $3\,E$ und $6\,E$ parallel zu $G\,C$ und $G\,B$. Der Punkt O, der das Parallelogramm $O\,D\,3\,E$ vervollständigt, ist der Pol zur Konstruktion des gesuchten durch die drei Punkte $A\,C\,B$ gehenden Seilpolygons. Man beachte, dafs die durch 3 gehenden Geraden $D\,3$, $E\,3$ parallel zu den durch den Punkt C gehenden $C\,F$ und $C\,G$ sein müssen.

Dieses Seilpolygon, welches als ein System gelenkig miteinander verbundener starrer Stäbe gedacht werden kann, führt den Namen **Drucklinie**, weil alle Stäbe auf Druck beansprucht werden (für einen hängenden Dreigelenkbogen, wie überhaupt für ein Hängesystem, ist diese Konstruktion auch gültig, obschon der Name nicht mehr passend ist).

Die Auflagerkräfte sind nach Gröfse und Richtung durch die Endstrahlen des Strahlenbüschels O dargestellt; der Druck auf das Scheitelgelenk ist ebenfalls nach Gröfse und Richtung durch den Strahl $O\,3$ gegeben. Die andern Strahlen stellen die Kräfte dar, welche zwischen den Angriffspunkten der einzelnen Kräfte wirken.

Hiernach ist es leicht, für irgend einen Querschnitt des Bogens Moment, Quer- und Normalkraft zu ermitteln, indem man der Reihe nach das Produkt aus Kraft mal Entfernung vom Schwerpunkt des Querschnittes berechnet und die Kraft selbst (durch einen Strahl des Büschels dargestellt) in eine Parallele und eine Senkrechte zur Ebene des Querschnittes zerlegt.

Für den Fall, dafs alle angreifenden Kräfte parallel sind, gibt es eine einfachere Konstruktion der Drucklinie (Fig. 111).

Mit Hilfe eines beliebigen Pols O' zeichnet man ein Seilpolygon AB', wo $B'B$ parallel zu den Wirkungslinien der Kräfte ist. Nun zieht man $O'R // AB'$ und durch R eine Parallele zu AB. Wird ein beliebiger Punkt O dieser Geraden als Pol gewählt, so ist die Schlufslinie des Seilpolygons parallel zu AB, d. h. fängt man von A an, so geht sie durch B. Nun wird schliefslich

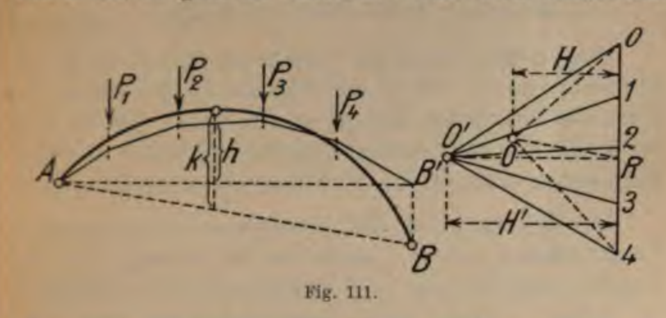


Fig. 111.

die Entfernung des neuen Pols O von der Geraden der Kräfte aus derjenigen von O' abgeleitet, indem man sie durch k dividiert und mit h multipliziert, d. h. man macht $H = H' \frac{h}{k}$, was graphisch oder rechnerisch geschehen kann. Der Horizontalschub ist für diesen Fall für beide Lager gleich H.

Das zweite Seilpolygon kann aus dem ersten mit Hilfe der Theorie der Affinität (Seite 31) abgeleitet werden. Ein Punkt der Affinitätsachse ist A; einen zweiten findet man, indem man durch zwei zugeordnete Punkte (hier die oberen Enden der Strecken h und k) Parallelen zu den zugehörigen Schlufslinien AB' und AB zieht; diese beiden Geraden schneiden sich in einem Punkt der gesuchten Affinitätsachse.

Die Benutzung der Drucklinie ist nur vorteilhaft, wenn es sich um die Untersuchung eines bestimmten Belastungszustandes handelt, also hauptsächlich für Dachbinder u. dgl. Für die angenäherte Berechnung

eines Brückenbogens, eines Widerlagers usw. leistet das Verfahren ebenfalls sehr gute Dienste, indem es gestattet, zwei oder drei Belastungszustände schnell zu untersuchen. Als solche wählt man:

1. Belastung nur durch das Eigengewicht,
2. vollständige Belastung einer Hälfte,
3. Belastung durch Horizontalkräfte.

Ein grofser Vorteil des Verfahrens besteht in seiner Übersichtlichkeit und in der Möglichkeit, die günstigste Form des Bauwerkes schnell zu ermitteln; dieselbe soll der Bedingung entsprechen, dafs die Drucklinie so wenig wie möglich entfernt von der Mittellinie des Bogens liegt.

Das Eigengewicht des Bauwerkes wird auf seine Knotenpunkte verteilt; hierbei ist es zulässig, nur die Knoten einer Gurtung (z. B. des Obergurtes) in Betracht zu ziehen. Auch beim Zweigelenkbogen wird oft, mindestens zur vorläufigen Berechnung, dieses Verfahren angewendet, und zwar nimmt man an, dafs im Scheitel auf etwa 0,6 der Entfernung der beiden Gurte (vom Untergurt aus gemessen) ein Gelenk eingeschaltet ist.

Das Eigengewicht einer Brücke mit dreigelenkigen Bogenträgern, einschl. Fahrbahn, Windverbände usw., ist nach Krohn:

$$g = \frac{10000\,\sigma f b + 4{,}235\,p\left(\frac{3}{4}\,l^2 + 4\,f^2\right)}{10000\,\sigma f - 2{,}29\left(\frac{3}{4}\,l^2 + 4\,f^2\right)}\ \text{t/m}.$$

Hierin bedeuten:

σ die zulässige Beanspruchung in t/cm²,
l die Spannweite in m,
f die Pfeilhöhe in m,
b das Gewicht der Fahrbahn (einschl. Pfosten) in t/m,
p die Verkehrslast (gleichmäfsig verteilt) in t/m.

[redacted]

Der Berechnung des Wertes von p ist die halbe Spannweite $\frac{l}{2}$ zugrunde zu legen. Um die Stöfse zu berücksichtigen, empfiehlt es sich, den ermittelten Wert noch mit 1,2 zu multiplizieren (vgl. Kap. 95).

Obige Formel ist mit genügender Annäherung auch für Brücken mit Bogenträgern aus Fachwerk anwendbar.

IV. ABSCHNITT

STATISCH BESTIMMTE EBENE FACHWERKE.

30. Die Kennzeichen statisch bestimmter einfacher Träger.

Das Fachwerk soll so aufgelagert sein, dafs eine Verschiebung des Bauwerkes ausgeschlossen ist, jedoch Formänderungen infolge von Belastungen und Temperaturänderungen ungehindert eintreten können.

Ein Fachwerkbalken besteht aus geraden Stäben, die gelenkig miteinander verbunden und meistens so aneinander gereiht sind, dafs ein Dreiecknetz entsteht. Besitzt dieses ebene System k Knotenpunkte und s Stäbe, so mufs die Bedingung $2k = s + 3$ erfüllt sein, damit es statisch bestimmt ist. Es ist aufserdem stabil, wenn seine Form durch die Anordnung der Stäbe und ihre geometrische Länge bestimmt ist. Dies ist z. B. der Fall bei den in Fig. 112 dargestellten Systemen, welche beide statisch bestimmt und stabil sind.

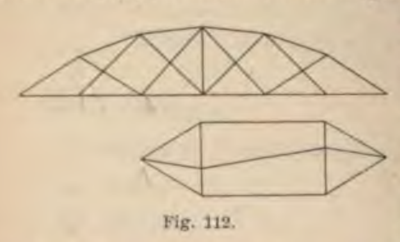


Fig. 112.

Um zu prüfen, ob ein System stabil ist, genügt meistens eine der folgenden Überlegungen:

a) Die Lage sämtlicher Knotenpunkte mufs bestimmt sein, sobald ein beliebiger Stab festgehalten wird.

b) Zerlegt man das System in eine Anzahl von Teilen (Scheiben)[1]) deren Starrheit nach a) zweifellos ist, so mufs jeder derselben mit dem nächsten durch drei Stäbe verbunden sein, welche nicht in einem Punkt zusammenlaufen und nicht parallel sind.

Bei statisch bestimmten Fachwerken rufen etwaige Längenänderungen einzelner Stäbe keine Kräfte hervor (unter Voraussetzung reibungsloser Gelenke in allen Knoten).

Im allgemeinen kann ein Stab durch einen starren Knoten oder einen drei Knotenpunkte verbindenden biegungsfesten Stab ersetzt werden. Sind dabei mehrere Knoten starr, oder laufen mehrere biegungsfeste Stäbe über zwei bzw. mehrere Felder, so tritt statische Unbestimmtheit ein.

Man rechnet immer, dafs Fachwerke nur in den Knoten belastet werden; zwischen den Knoten angreifende Lasten werden durch den betreffenden Stab (der gleichzeitig als einfacher Balken und als Glied des Systems zu berechnen ist) auf die nächsten Knoten übertragen.

Ebene statisch bestimmte Fachwerke können als Dreigelenkbögen, als Gerbersche Träger (oder Auslegerträger), als Hängebrücken, wo der Versteifungsbalken durch ein Gelenk unterbrochen ist, u. dgl. ausgeführt werden. Solche Systeme lassen sich in Scheiben zerlegen, deren jede für sich stabil und statisch bestimmt sein mufs. Bedeuten: k die Anzahl der Gelenke,

n_1 » » der beweglichen Stützen,
n_2 » » der festen (gelenkigen) Stützen,
n_3 » » der fest eingespannten Stützen,

[1]) Eine Scheibe kann auch aus einem einzigen Stab bestehen.

so ist das System statisch bestimmt, wenn

$$3\,n_3 + 2\,n_2 + n_1 - k = 3.$$

Es ist außerdem stabil, wenn durch die allgemeine Anordnung, die geometrische Form der Scheiben, die Lage der festen Stützen und die Linien, auf denen die beweglichen Lager sich verschieben können — die Lage der Knoten genau bestimmt ist, so daſs diese auch keine unendlich kleine Bewegung machen können.

31. Ungünstigste Belastungen für einfache Fachwerkträger.

Jeder Gurtstab wird am höchsten beansprucht, wenn der ganze Träger belastet ist und zwar so, daſs die schwersten Lasten in der Nähe des gegenüberliegenden Knotenpunktes (als Drehpunkt) liegen. Die gröſste Last stelle man über den Drehpunkt selbst und, falls dieser nicht unmittelbar belastet werden kann, über einen der nächsten Knotenpunkte.

Für die Füllungsglieder denke man sich den Träger durch einen Schnitt in zwei Teile getrennt, wie zur Berechnung der betreffenden Spannkraft nach der Ritterschen Methode; am ungünstigsten ist die Belastung aller Knotenpunkte des einen Teiles des Trägers, und zwar stelle man die schwerste Last über den dem Schnitt am nächsten liegenden Knoten, der unmittelbar belastet werden kann, die anderen Lasten so dicht wie möglich daran, nach dem nächsten Lager hin nach abnehmender Gröſse geordnet.[1]) Je nachdem der eine oder der andere Trägerteil belastet wird, ist die Spannkraft positiv oder negativ. Bei stetig verteilter Last empfiehlt es sich, immer mit dem vollen Wert der Knotenlast zu rechnen, auch wenn diese Annahme der Wahrheit nicht entspricht.

[1]) Für Träger, wo die von dem Schnitt getroffenen Gurtstäbe, nach ihrer Richtung verlängert, sich innerhalb der Stützweite schneiden, ist für die betreffenden Füllungsglieder totale Belastung am ungünstigsten (vgl. Fig. 122).

32. Ermittelung der Stabkräfte.

1. Rechnerisches Verfahren (nach Ritter).

Sind beliebig viele Kräfte, die an einem System wirken, unter sich im Gleichgewicht, so ist die Summe der Momente in bezug auf einen beliebigen Punkt der Ebene stets gleich Null.

Zerlegt man das Fachwerk durch einen Schnitt in zwei Teile, derart, dafs nur drei Stäbe getroffen werden (eine Bedingung, die bei gewöhnlichen Systemen erfüllt werden kann), und denkt man sich einen Teil mit allen zugehörigen Kräften entfernt, so mufs der andere im Gleichgewicht sein, wenn in den geschnittenen Stäben die Spannkräfte O, U und D wirken (Fig. 113).

Stellt man die Momentengleichungen aller auf den betrachteten Teil des Fachwerkes wirkenden Kräfte nacheinander in bezug auf A, B und C auf, so enthält jede dieser Gleichungen nur eine Unbekannte, deren Wert gleich gerechnet werden kann.

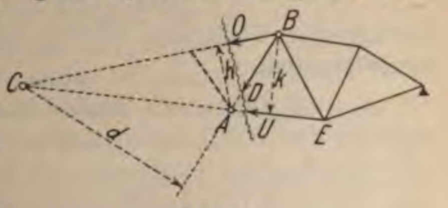


Fig. 113.

Die Vorzeichen der Momente ergeben sich aus ihrer Drehrichtung. Die Kräfte der geschnittenen Stäbe werden zunächst als Zugkräfte betrachtet; ihr Richtungspfeil zeigt also nach der Schnittstelle hin; ergibt die Rechnung für eine Stabkraft einen negativen Wert, so ist sie ein Druck. Bezeichnet man mit M_A und M_B die Momente für die Knoten A und B, so erhält man sofort: $O = -\frac{M_A}{h}, \quad U = +\frac{M_B}{k}$.

Die Drehpunkte der Diagonalen fallen im allgemeinen sehr weit und werden durch zwei sich unter

sehr spitzem Winkel schneidende Geraden bestimmt. An und für sich ist dieser Umstand nicht sehr nachteilig, weil ein ev. Fehler alle Glieder der Gleichung in gleichem Sinne beeinflufst. Trotzdem ist es empfehlenswert, zur Bestimmung der Diagonalkräfte die Momentengleichung in bezug auf einen anderen Punkt aufzustellen, z. B. für den Stab D in bezug auf E. Die Gleichung enthält alsdann aufser der unbekannten Stabkraft D noch die Kraft O, welche man aber als bereits ermittelt voraussetzen kann.

Das sogenannte Projektionsverfahren ist oft vorteilhafter: durch einen passenden Schnitt trennt man einen Knotenpunkt von dem System und projiziert alle dort angreifenden Kräfte auf eine Senkrechte zu einer Diagonale (Fig. 114); die Summe aller Projektionen mufs gleich Null sein, was eine Gleichung liefert, die nur eine Unbekannte enthält (die Gurtkräfte werden vorher auf anderem Wege ermittelt).

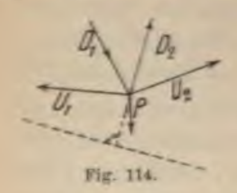


Fig. 114.

Sind die Gurtungen parallel, so projiziert man einfach die drei unbekannten Kräfte auf eine Senkrechte zur Richtung der Gurtungen, so dafs eine Gleichung mit nur einer Unbekannten entsteht. So findet man (Fig. 124): $V = -Q$, $D = \frac{Q}{\sin \alpha}$.

Um das Fachwerk in zwei Teile zu trennen, kann der Schnitt auch durch einen Knoten geführt werden, was nützlich ist, wenn das System biegungsfeste Stäbe enthält. Wird der Schnitt durch den Knoten am Ende eines solchen Gliedes gelegt, so hat man nur die dort auftretende Längs- und Querkraft zu berücksichtigen; denn infolge der Annahme von reibungslosen Gelenken in allen Knoten ist dort das Moment stets gleich Null.

Bei Fachwerken, welche nicht aus aneinandergereihten Dreiecken bestehen, ist es nicht immer möglich, Schnitte zu führen, welche nur drei Stäbe treffen. Oft kann man sich durch einen Umweg helfen, indem man darauf verzichtet, die Kräfte in der natürlichen Reihenfolge zu ermitteln (vgl. S. 171).

Nach einem anderen Verfahren schaltet man einen oder mehrere Stäbe aus, wofür ebensoviele Hilfsstäbe an passenden Stellen hinzugefügt werden. Die Kräfte der ausgeschalteten Stäbe treten nun als äufsere Kräfte auf und werden nach der Bedingung bestimmt, dafs alle Hilfsstäbe spannungslos bleiben. Das Verfahren ist umständlich und unübersichtlich, führt aber immer zum Ziele.

Schliefslich kann man jeden Knoten durch einen passenden Schnitt vom System trennen, alle dort angreifenden Kräfte auf zwei beliebige Geraden projizieren und die entsprechenden Gleichungen aufstellen. Man erhält ebensoviele Gleichungen, wie Unbekannte vorhanden sind; ihre rechnerische Bestimmung ist also möglich. Diese Methode ist indes praktisch kaum anwendbar.

Für den Fall, dafs die angreifenden Kräfte parallel gerichtet sind, läfst sich die Rechenarbeit wie folgt etwas abkürzen:

Fig. 115.

Man ermittelt zunächst die Querkräfte und aus diesen die Momente. Es ist nach Fig. 115:

$$M_2 = R\,(a + b) - P_1\;b = R\,a + R\,b - P_1\,b$$

$$\text{oder } M_2 = R\,a + (R - P_1)\,b.$$

Nun ist aber $R\,a = M_1$ und $R - P_1 = Q_2$; man kann also setzen: $M_2 = M_1 + Q_2\,b$. Auf ähnliche Weise erhält man $M_3 = M_2 + Q_3\,c$ usf. Der Übersichtlichkeit wegen empfiehlt es sich, die ermittelten Resultate in

einer Tabelle zusammenzustellen, etwa nach folgendem Muster:

Querkräfte	Hebelarm	Differenzen der Momente	Momente
$Q_1 = R$	a	$a R$	$M_1 = a R$
$Q_2 = R - P_1$	b	$b Q_2 = b(R - P_1)$	$M_2 = M_1 + b Q_2$
$Q_3 = R - P_1 - P_2$ $= Q_2 - P_2$	c	$c Q_3 = c(R - P_1 - P_2)$	$M_3 = M_2 + c Q_3$
$Q_4 = Q_3 - P_3$	d	$d Q_4 = d(R - P_1 - P_2 - P_3)$	$M_4 = M_3 + d Q_4$

Aus den Momenten rechnet man die Gurtkräfte und aus diesen nach dem Projektionsverfahren oder nach der graphischen Methode die Diagonalkräfte.

Für den Parallelträger kann man die Werte der Diagonalkräfte aus den Querkräften direkt ableiten, wie oben angegeben.

Das beschriebene Verfahren leistet gute Dienste, besonders bei konstanten Hebelarmen und solange die äufseren Kräfte (und auch die Auflagerreaktionen) durch runde Zahlen ausgedrückt sind; trifft letzteres nicht zu, so mufs man die ganze Berechnung auf mehrere Dezimalstellen genau durchführen, damit die Reihe der Momente sich schliefst.

Für den Fall nur senkrechter Belastung läfst sich zur Berechnung der schrägen Füllungsglieder bei beliebiger Gurtform eine einfache allgemeine Formel ableiten, welche ausdrückt, dafs die Horizontalprojektion der drei Kräfte an der Schnittstelle gleich Null sein mufs. Also nach Fig. 116:

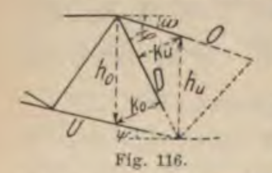


Fig. 116.

$D \cos \varphi = O \cos \omega - U \cos \psi$.

Nach einer leichten Umrechnung erhält man:

$$D \cos \varphi = \left(\frac{M}{h}\right)_u - \left(\frac{M}{h}\right)_o \text{ oder } D = \left(\frac{M}{k}\right)_u - \left(\frac{M}{k}\right)_o$$

Hierin bedeuten M_o und M_u die Biegungsmomente in

bezug auf den oberen bzw. unteren Endpunkt der Diagonale; h_o und h_u sind die an diesen beiden Endpunkten lotrecht gemessenen Trägerhöhen.

Diese Formel gilt auch für links fallende Diagonalen. In allen Fällen hat man $\frac{M}{h}$ für den unteren Endpunkt der Diagonalen positiv, für den oberen negativ zu setzen.

II. Das Culmannsche Verfahren.

Dasselbe ist besonders geeignet, um die Spannkräfte einer beschränkten Anzahl von Stäben zu ermitteln. Durch einen Schnitt trennt man das Fachwerk in zwei Teile und denkt sich den einen davon entfernt; damit der andere im Gleichgewicht bleibt, muſs die Mittelkraft R der an ihm angreifenden äuſseren Kräfte entgegengesetzt gleich sein der Resultante der in den geschnittenen Stäben wirkenden Kräfte. Wird daher der Schnitt derart geführt, daſs nur drei Stäbe getroffen werden, so erhält man die in ihnen wirkenden Kräfte, indem man die Mittelkraft R (mit entgegengesetztem Vorzeichen) in drei Seitenkräfte nach den drei Stabrichtungen zerlegt.

Zu diesem Zwecke bringt man die Kraft R mit einer der gegebenen Kraftrichtungen zum Schnitt und zerlegt sie in zwei Seitenkräfte, von denen die eine die Richtung des zum Schnitt gebrachten Stabes hat und die zweite durch den Schnittpunkt der beiden anderen Stäbe geht, nach deren Richtungen die so gefundene Seitenkraft von R zerlegt wird (vgl. Fig. 69).

Wird nur die Spannkraft eines Stabes gesucht, so ist nur eine Zerlegung nötig.

Sind die Richtungen von R und zwei der gesuchten Stabkräfte nahezu parallel (Fig. 117), so wird diese Konstruktion unbequem und ungenau. Alsdann wählt man auf R einen passend liegenden Punkt N, zerlegt R nach

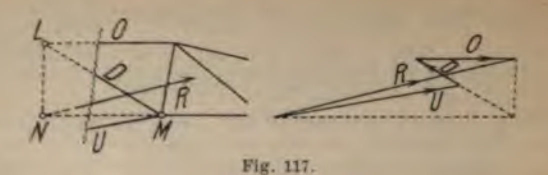


Fig. 117.

NL und NM und diese Seitenkräfte wieder nach O, D und U. Die Kraft D erscheint alsdann als Differenz zweier Strecken.

III. Cremona-Kräftepläne.

Sollen alle Stabkräfte eines Fachwerkes ermittelt werden, so ist das Verfahren von Cremona empfehlenswert.

Aus den gegebenen äufseren Kräften, einschl. Auflagerreaktionen, bildet man ein geschlossenes Polygon, in welchem die Kräfte in derselben Ordnung folgen wie am Umfange des Fachwerkes. Sind alle äufseren Kräfte parallel, so geht das Polygon in eine Gerade über. Nun beginnt man an einem Knotenpunkte, an dem nur zwei Stäbe zusammentreffen, und zerlegt die dort angreifenden äufseren Kräfte nach der Richtung dieser Stäbe. So bildet man weitergehend für jeden Knoten ein Polygon, wobei die angreifenden Kräfte stets in der Reihenfolge aneinandergesetzt werden, in welcher man sie bei Umfahrung des Knotenpunktes trifft. Die Seiten des Polygons, welche zu den entsprechenden Stäben parallel laufen, stellen die Spannkräfte derselben dar. Die Vorzeichen ergeben sich aus folgender Regel: Durchläuft man ein Polygon in dem durch eine äufsere oder eine bereits ermittelte innere Kraft gegebenen Sinne und überträgt man die Richtungspfeile der Kräfte in das Fachwerksystem in der Nähe des betrachteten Knotenpunktes, so ist jede Kraft, deren Pfeil nach dem Knotenpunkte zeigt, eine Druckkraft, im anderen Falle eine Zugkraft. Es empfiehlt sich, das betreffende Vorzeichen, + für Zug, — für Druck, neben

dem Kennzeichen (Buchstabe oder Zahl) jeder Stabkraft in den Plan einzutragen.

Bei Systemen, welche aus einzelnen aneinander gereihten Dreiecken bestehen, ist es immer möglich, einen Kräfteplan zu konstruieren, in welchem jede Kraft nur einmal vorkommt; wenn drei Stäbe des Systems ein Dreieck bilden, so gehen die entsprechenden Kräfte im Kräfteplan durch einen Punkt; jedem Knotenpunkt entspricht im Kräfteplan ein geschlossenes Polygon.

Bei Systemen, wo die obengenannte Bedingung nicht erfüllt ist, ist es meistens nicht möglich, den Kräfteplan so zu konstruieren, dafs jede Kraft nur einmal vorkommt; man ist häufig gezwungen, einzelne Kräfte parallel zu sich selbst zu verschieben. Dies geschieht z. B. bei Systemen mit überzähligen Stäben oder solchen, wo biegungsfeste Glieder vorkommen, und anderen mehr.

Bei den Cremona-Kräfteplänen pflanzen sich eventuelle Fehler immer weiter fort und addieren sich. Um zuverlässige Ergebnisse zu erhalten, ist es daher erforderlich, das Netz des Fachwerkes möglichst grofs und genau zu zeichnen. Besser noch ist es (und auch schneller gemacht), für jede Gattung von Stäben einen Strahlenbüschel in so grofsem Mafsstabe wie möglich zu konstruieren, also je einen für Obergurt, Untergurt, rechtsfallende und linksfallende Diagonalen.

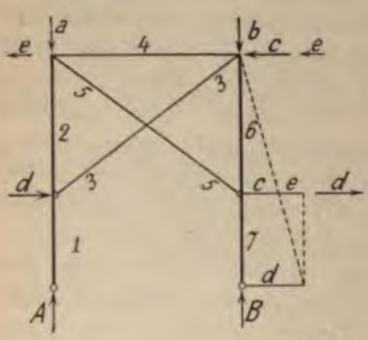
Trotz alledem schliefsen sich mitunter die Pläne nicht und bedürfen einer Korrektur. Dazu bestimmt man eine der mittleren Kräfte durch Rechnung, trägt sie in den Plan ein und drückt ihn von beiden Seiten so, dafs er sich schliefst. Die noch verbleibenden Fehler sind alsdann in den meisten Fällen äufserst gering.

Bei Systemen mit sehr vielen Stäben empfiehlt sich ein gemischtes Verfahren. Man zeichnet das Momentendiagramm und leitet aus demselben die Gurtkräfte ab; nun konstruiert man einen Strahlenbüschel, dessen Strahlen die Kräfte des unbelasteten Gurtes nach Gröfse und Richtung darstellen; alsdann ist es leicht, für jeden

Knotenpunkt die Kräftepolygone zu vervollständigen und so die Kräfte aller Füllungsstäbe zu bestimmen.

Wie man einen Cremona-Kräfteplan für ein System mit biegungsfesten Stäben konstruiert, ist aus Fig. 118 ersichtlich. Das dargestellte System, in welchem die biegungsfesten Stäbe durch kräftige Striche gekennzeichnet sind, ist eigentlich statisch unbestimmt; man geht aber nicht stark fehl, wenn man annimmt, dafs die Horizontalkraft sich in gleichen Teilen auf die Füfse verteilt.

Man berechnet zuerst die senkrechten Lagerkräfte (hier ist $a = b = 5\,t$, $c = 2\,t$, folglich: $A = 7{,}5\,t$, $B = 2{,}5\,t$) und konstruiert die schrägen Auflagerkräfte. Mit einer einfachen Berechnung, oder graphisch wie in der Figur, ermittelt man die Hilfskräfte d und e, welche auf den Ständer in den Anschlufspunkten der Diagonalen wirken. Nun konstruiert man zuerst das Polygon $1 - 2 - 3 - d$, von welchem die Seiten $1 = A$ und d bekannt sind; an dieses reiht man das Polygon $e - 2 - 5 - a - 4$. Für das nächste Polygon $4 - 3 - b - (c + e) - 6$ mufs die Kraft 3 parallel zu sich selbst verschoben werden; für das letzte Polygon $5 - d - B - 6$ mufs die Kraft 5 neu eingetragen werden.



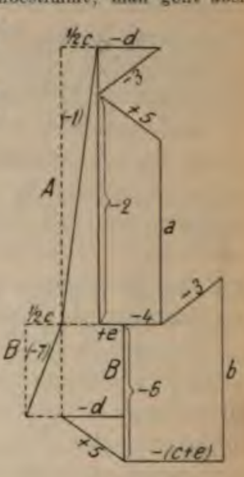


Fig. 118.

33. Einflußlinien für den einfachen Gitterträger.

a) **Die Einflufslinie eines Stützendruckes** ist genau so, wie beim vollwandigen Träger.

b) **Einflufslinie für einen Gurtstab.** Fig. 119. Da für die Spannkraft die Gleichung: $S = \frac{M}{h}$ (mit negativem

Vorzeichen für den Obergurt) allgemein gültig ist, so hat die Einflufslinie dieselbe Gestalt wie die M-Linie für den betreffenden Drehpunkt C, mit der einzigen Änderung, dafs, wenn der Punkt C zum unbelasteten Gurt gehört, die Spitze durch die Gerade $D_1 E_1$, welche den Knotenpunkten D und E entspricht, gebrochen wird. Zur Konstruktion berechnet man am besten die Ordinate unter C, welche den Wert $\frac{a\,b}{(a+b)\,h}$ hat, und trägt sie in dem gewählten Mafsstab auf. Die Spitzen aller Einflufslinien liegen auf der Parabel $A_1\,C_1\,B_1$ mit dem Pfeil $l/4$.

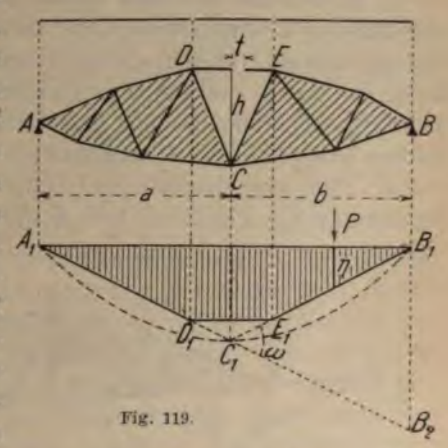


Fig. 119.

Nach dem Prinzip der Arbeit kommt man ebenfalls schnell zum Ziel. Man denkt sich aus dem Stab ein Stück t herausgeschnitten; die (positiv angenommene) Spannkraft S leistet die Arbeit $+St$, indem die beiden Teile des Trägers $A\,C\,D$ und $B\,C\,E$ sich gegeneinander um den Winkel $\omega = \frac{t}{h}$ drehen. Die ursprünglich gerade Fahrbahn geht in die geknickte Linie $A_1\,C_1\,B_1$ bzw. $A_1\,D_1\,E_1\,B_1$ über, je nachdem sie mit dem einen oder dem anderen Gurt direkt verbunden ist. Irgendeine Last P senkt sich um η und leistet dabei die Arbeit $+P\eta$. Die Arbeitsgleichung lautet: $St + P\eta = o$; also $S = -P\frac{\eta}{t}$. Die Einheit ist also t. Man konstruiert den Winkel ω, indem man $B_1\,B_2 = \omega\,b$ macht. Ist

$\omega = 1$, so erscheinen die Ordinaten in dem Mafsstab der Zeichnung.

c) **Einflufslinie für einen Gitterstab** (Fig. 120). Wird der Stab DE durchgeschnitten, so bleibt ein System, welches aus den beiden starren Scheiben I und II besteht, die durch zwei Stäbe verbunden sind; sie können sich gegeneinander drehen, und zwar liegt ihr gegenseitiger Drehpunkt im Schnittpunkt R der verbindenden Stäbe. Hält man die Scheibe I fest, und läfst man die Entfernung der Punkte D und E um t kleiner werden,

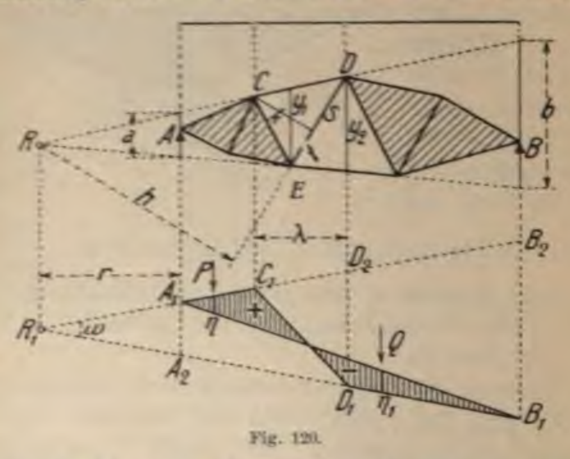


Fig. 120.

so leistet die Kraft die Arbeit $+St$, und die beiden Scheiben drehen sich gegenseitig um den Winkel $\omega = \frac{t}{h}$, während die ursprünglich gerade Fahrbahn die doppeltgeknickte Form A_1, C_1, D_1, B_1 nimmt. Erteilt man nun dem ganzen System eine passende Drehung, so, dafs der deformierte Träger auf seinen Lagern ruht, so erhält man als Schlufslinie die Gerade $A_1 B_1$, welche der ursprünglichen Lage der Fahrbahn entspricht. Eine Last P wird um die Strecke η gehoben, eine Last Q um η_1 gesenkt. Die Arbeitsgleichung lautet:

$$St - P\eta + Q\eta_1 = 0.$$

Also $S = P\frac{\eta}{t} - Q\frac{\eta_1}{t}$. Hiernach ist der erste Teil der Einflufsfläche positiv, der zweite negativ. Die Einheit ist $t = h\,\omega = h\,\frac{A_1 A_2}{r}$. Man kann sie bequemer berechnen wie folgt: Liegt eine Last = 1 in D, so ist die entsprechende Kraft: $S = -\frac{\lambda}{k}$; aus der Einflufslinie erhält man: $S = -\frac{D_1 D_2}{t}$, also $t = \frac{D_1 D_2}{\lambda}\,k$.

Um zur Einflufslinie zu gelangen, kann man entweder den Winkel ω konstruieren, oder nach der oben gefundenen Formel die Strecke $D_1 D_2$ berechnen, indem man für t die Länge einführt, welche die Kraft 1 darstellt; die Punkte D_1 und D_2 werden schliefslich von einem beliebigen Punkt R_1 der Senkrechten durch R projiziert und die Figur vervollständigt. Man merke sich dabei, dafs die Punkte C und D dem belasteten Gurt angehören.

Für den Fall, dafs der Punkt R sehr weit fällt, empfiehlt sich die rechnerische Ermittelung der beiden Strecken $A_1 A_2 = \frac{a\,d}{y_1\,y_2}$ und $B_1 B_2 = \frac{b\,d}{y_1\,y_2}$ (d = Länge des betrachteten Gitterstabes). Für eine Vertikale vereinfachen sich diese Formeln, indem die Stablänge gleich y_1 und y_2 wird. Eine beliebige Ordinate zwischen den Geraden $A_1 B_2$ und $A_2 B_1$ kann durch eine ähnliche Formel gerechnet werden, wo statt a oder b die entsprechende Ordinate zwischen den verlängerten Gurtlinien eingesetzt wird.

Es ist oft bequem, den Nullpunkt der Einflufslinie direkt zu bestimmen; zu diesem Zweck denkt man sich den Träger durch einen Schnitt so in zwei Teile geteilt, wie es zur Berechnung der Stabkraft nach dem Ritterschen Verfahren erforderlich ist; man verlängert (Fig. 121) den unbelasteten geschnittenen Gurtstab bis zum Schnitt mit den Auflagersenkrechten und verbindet die Schnitt-

punkte mit den zum belasteten geschnittenen Gurtstab gehörenden Knotenpunkten; diese Geraden schneiden sich über dem Nullpunkt der Einflufslinie. Diese läfst sich alsdann in einem beliebigen Mafsstab leicht konstruieren, indem man zuerst die mittlere Gerade durch den Nullpunkt bis zu den Senkrechten durch die benachbarten belasteten Knoten zieht und dann die Figur vervollständigt. Um die Einheit zu ermitteln, bestimmt man rechnerisch oder graphisch die Stabkraft für irgendeine Belastung und leitet das gleiche Ergebnis aus der Einflufslinie ab. Am besten benutzt man dazu die Spannkraft infolge der ständigen Last, die man von vornherein durch ein anderes Verfahren bestimmt hat. Die Fläche der Einflufslinie ist: $2\,F = \lambda\,(y_2 - y_1) + (y_2\,n - y_1\,m)$.



Fig. 121.

Für den Parallelträger vereinfacht sich die Konstruktion der Einflufslinien für die Füllungsstäbe ganz wesentlich, weil die Spannkräfte einfach aus den Querkräften abgeleitet werden; infolgedessen benutzt man die Einflufslinien der Querkräfte, welche für alle Felder des Trägers mit Hilfe der Geraden A_1B und AB_1 (Figur 73, S. 98) leicht zu konstruieren sind.



Fig. 122.

Liegt der Drehpunkt des Stabes (Schnittpunkt der betreffenden Gurtstäbe) innerhalb der Spannweite des Trägers, so hat die ganze Einflufsfläche das gleiche Vorzeichen; einen reellen Nullpunkt gibt es also nicht; die oben angegebene Konstruktion würde zum Punkt E führen, den man als vir-

tuellen Nullpunkt bezeichnen kann (Fig. 122). Zur Einflufslinie gelangt man durch dieselben Betrachtungen wie im gewöhnlichen Fall; die Geraden $A\ C$ und $B\ D$ entsprechen den beiden Teilen des Trägers, die Schlufslinie $A\ B$ stellt die Fahrbahn in ursprünglichem Zustand dar.

Für sehr komplizierte Systeme empfiehlt es sich, zur Bestimmung der Formänderung des Trägers einen Williotplan (Seite 257) zu zeichnen (Müller-Breslau).

Es sei z. B. die Einflufslinie der Spannkraft im Stabe $A\ C$ bei belastetem Untergurt zu konstruieren (Fig. 123).

Man schreibt dem Stab eine willkürliche Verkürzung t zu und konstruiert darnach den Williotplan; die Punkte

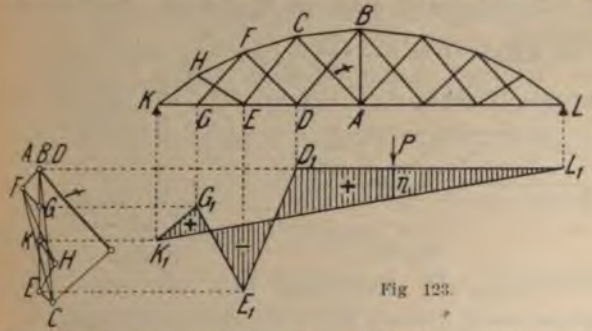


Fig. 123.

K, G und E gehen in K_1, G_1 und E_1 über. Die Schlufslinie ist die Gerade $K_1\ L_1$. Die Einheit ist t. Die Teile $D_1\ L_1$ und $K_1\ G_1$ sind positiv, weil die Arbeit von vertikalen Kräften durch die Art der Formänderung eine negative wird; die Arbeitsgleichung $S\,t - P\,\eta = 0$ ergibt alsdann für S eine positive Gröfse $\frac{P\,\eta}{t}$.

Dieses Verfahren führt selbst in den schwierigsten Fällen zum Ziel und läfst sich auch rein rechnerisch anwenden, so dafs jede gewünschte Genauigkeit erreicht werden kann; indessen ist die graphische Konstruktion meist vollständig ausreichend.

Um die Einflufslinien von einem Mafsstab zum anderen umzuzeichnen, oder um die Schlufslinie wagerecht zu erhalten, kann man mit Vorteil das Prinzip der Affinität geometrischer Figuren benutzen (Seite 31).

34. Der Parallelträger.

Der Fachwerkbalken mit parallelen Gurtungen, wenn auch nicht theoretisch der günstigste, bietet die Vorteile einfacher Herstellung, sowie leichter und übersichtlicher Berechnungsart. Er kommt aufserdem fast ausschliefslich in Betracht für Windverbände und als Element von Fachwerkgebäuden.

Die Gurtungen haben nur die Biegungsmomente, die Füllungsglieder nur die Querkräfte aufzunehmen. Es ist stets: $O = -\frac{M}{h}$, $U = \frac{M}{h}$ (Fig. 124). Das Moment bezieht sich immer auf den Knotenpunkt gegenüber dem betreffenden Stab, den sogenannten Drehpunkt des Stabes (weil die beiden Teile des Bauwerkes sich um diesen Punkt gegeneinander drehen, wenn der Stab geschnitten wird); diese Kräfte ändern sich also sprungweise. Für die Füllungsglieder hat man: $D = \frac{Q}{\sin\alpha} = Q\frac{d}{h}$; $V = -Q$.

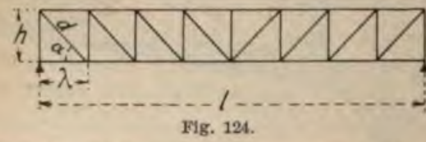


Fig. 124.

Hier ist Q die gröfste mögliche Querkraft für das betreffende Feld. Sie kann durch die Einflufslinie bestimmt werden oder dem A-Polygon entnommen werden. Rechnet man nur mit gleichmäfsig verteilter Last, so genügt es meistens, die Ordinate der Kurve der gröfsten Querkräfte unter dem Mittelpunkt des betreffenden Stabes als mafsgebend zu betrachten (man erhält dadurch etwas zu grofse Kräfte). Bei gleichmäfsig verteilter totaler Belastung sind alle nach der Mitte fallende Diagonalen

gezogen und die Ständer gedrückt; dasselbe geschieht in dem Teil des Trägers, über welchem sich eine gleichmäfsig verteilte Last befindet. Deshalb werden meistens die Diagonalen nach der Mitte fallend angeordnet, damit die Ständer (die ja kürzer sind) die Druckkräfte aufzunehmen haben. Die theoretisch günstigste Neigung der Diagonalen für gleiche zulässige Beanspruchung auf Zug und Druck ist bei Fachwerken mit Ständern $35^0\ 15' = \text{arc ctg}\ \sqrt{2}$, bei Fachwerken ohne Ständer 45^0; in der Praxis legt man sie in allen Fällen um 45^0 geneigt oder wenig flacher.

In dem mittleren Trägerteil werden die Diagonalen und die Pfosten je nach der Belastungsart auf Zug oder auf Druck beansprucht. Die Anordnung von Gegendiagonalen ist im allgemeinen wenig zu empfehlen, weil der Träger infolge der wechselnden Gliederung an Steifigkeit verliert, gröfsere Durchbiegungen aufweist und Stöfsen ausgesetzt ist, welche die Nietverbindungen lockern. Wenn man dem Prinzip treu bleibt, alle Glieder steif auszubilden, so braucht man nur sehr wenig mehr Material als für Ständerfachwerke, um die gedrückten Diagonalen knicksicher zu gestalten.

Die Höhe des Trägers wird $\frac{l}{8}$ bis $\frac{l}{12}$ gewählt, meistens $\frac{l}{10}$. Überschreitungen dieser Grenzen sind nicht selten, sie bewirken aber eine gewisse Materialverschwendung.[1])

Die Anordnung der Diagonalen abwechselnd rechts- und linksfallend bietet den Vorteil, dafs die Ständer unabhängig von der Belastung der Hauptträger sind, und die Durchbiegung des Trägers geringer ausfällt.

---

[1]) Eine Ausnahme bildet der Fall, dafs die Belastung am Untergurt angreift und der Obergurt durch einen besonderen Windverband ausgesteift ist; alsdann kann eine gröfsere Höhe $\left(\text{bis } \frac{l}{6}\right)$ vorteilhafter sein. Ähnliches gilt auch für den Halbparabelträger.

Liegt die Belastung nur am Obergurt, so kann jeder zweite Pfosten fortbleiben, was das Mehrgewicht der teilweise knicksicher zu gestaltenden Diagonalen aufwiegt. Liegt die Last am Untergurt, so werden meistens alle Pfosten ausgeführt, um den Anschlufs der Querträger (bei offenen Brücken auch die Aussteifung des Obergurtes) zu erleichtern; das Mehrgewicht ist aber auch dann im allgemeinen nicht grofs.

Je nach der Systemanordnung ist es oft möglich, die letzten Stäbe des Obergurtes und die Endpfosten fortzulassen (Fig. 125).

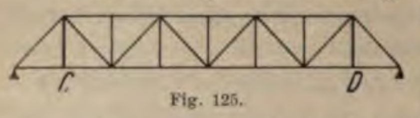


Fig. 125.

Sofern ein oberer Windverband besteht, werden die an den Enden derselben auftretenden Kräfte durch steife Portale aufgenommen, welche entweder nach amerikanischer Art schräg in der Ebene der Enddiagonalen, oder senkrecht mit dem ersten Pfosten zusammenfallend angeordnet werden. Die zweite Konstruktion ist die übliche wegen ihrer Einfachheit; der untere Windverband wird alsdann durch zwei Einzellasten C und D beansprucht; aufserdem hat man für die Hauptträger eine zusätzliche positive oder negative Belastung.

Durchbiegung.

Die Durchbiegung in der Mitte eines Parallelträgers, bei welchem die Stäbe die Beanspruchung σ_1, σ_2 und σ_3 aufweisen, ist:

$$\delta = \frac{l}{2\,E}\left[\sigma_1 \frac{l}{2\,h} + \sigma_2\left(\frac{h}{\lambda} + \frac{\lambda}{h}\right) + \sigma_3\,\frac{h}{\lambda}\right],$$

wo λ die überall gleiche Feldweite bezeichnet. Das erste Glied in den eckigen Klammern (der Gröfse nach überwiegend) berücksichtigt den Einflufs der Gurtungen, das zweite denjenigen der Diagonalen, das dritte denjenigen der Pfosten. Da aber die Wandglieder nach dem für sie ungünstigsten Belastungsfall dimensioniert werden, die Pfosten aufserdem dadurch, dafs sie knick-

sicher auszuführen sind, meistens eine viel geringere Beanspruchung als σ_1 erfahren, so kommen für die Durchbiegung hauptsächlich die Gurtungen in Frage. Die Beanspruchung ist nicht durchgehends konstant; vorkommendenfalls tut man deshalb gut, sie für einige Glieder zu ermitteln, und für jede der drei Gliederarten einen mittleren Wert einzuführen. Für Träger, wo die Pfosten dem Hauptsystem nicht angehören, fällt das letzte Glied fort, und der Einflufs des zweiten wird geringer, weil mehr als die halbe Anzahl der Diagonalen knicksicher sein mufs; δ fällt also kleiner aus. Für den Träger der Fig. 124 mit $\sigma_1 = 0{,}8$, $\sigma_2 = 0{,}6$, $\sigma_3 = 0{,}5$ t/cm² (auf Brutto-Querschnitt gerechnet) $E = 2150$, $l = 10\,h$, Feldlänge = Höhe erhält man:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1}{2 \cdot 2150}\left(4{,}0 + 1{,}2 + 0{,}5\right) = \frac{1}{754}.$$

Für denselben Träger ohne wirksame Ständer (mit Wechseldiagonalen) wäre

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1}{2 \cdot 2150}\left(4{,}0 + 1{,}2\right) = \frac{1}{827},$$

d. h. nur $^{10}/_{11}$ vom vorigen Werte. In der Tat wird der Unterschied aus den oben angegebenen Gründen noch gröfser.

Dafs Berechnungen, die sich auf diese Formel stützen, nur eine grobe Annäherung liefern, ist ohne weiteres klar.

Eine Formel zur angenäherten Gewichtsberechnung von Parallelträgern ist im Kap. 96, II angegeben.

35. Der Parabelträger.

Grundeigenschaft: bei vollständiger gleichmäfsiger Belastung sind die Diagonalen spannungslos.

Die Trägerhöhe ändert sich proportional den Ordinaten einer Parabel: $y = \frac{4\,h}{l^2}\,x\,(l - x)$. Die eine Gurtung erhält eine willkürlich gewählte Form, meistens gerad-

linig, mitunter auch parabolisch (Fischbauchträger und Sichelträger). (Fig. 126.)

Die Gurtungen erhalten die gröfste Spannung bei vollständiger Belastung. Ist g die ständige und p die Verkehrslast auf der Längeneinheit, so ist $H = \frac{(g+p)l^2}{8\,h}$ die überall gleiche Horizontalprojektion der Gurtkraft. Hiernach ist bei geraden Gurtungen die Kraft konstant, bei krummen nimmt sie nach den Enden hin etwas zu. Die Gurtungen werden meist polygonal gemacht, wobei die Ecken auf Parabeln liegen. Wenn sie auch stetig gekrümmt sind (vgl. Kap. 78), so sind immer ihre Sehnen für die Berechnung mafsgebend.

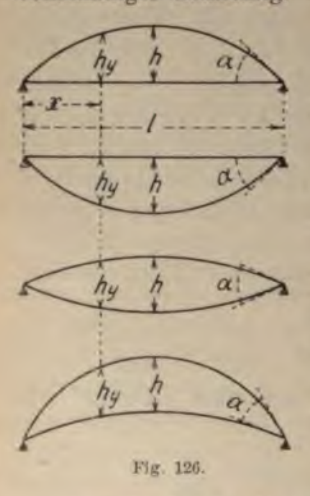


Fig. 126.

Die Glieder des Gitterwerkes sind für einseitige Belastung zu berechnen und zwar ist (im Einklang mit der Grundeigenschaft) die gröfste Kraft in jedem Glied positiv oder negativ, mit gleichem absoluten Wert, so lange nur gleichmäfsig verteilte Last in Frage kommt. Ist d die Länge einer Diagonale, so ist ihre gröfste Kraft: $D = \pm \frac{p\,l\,d}{8\,h}$. Diese Formel ist gültig, ob Vertikalen vorhanden sind oder nicht.

Die Kräfte in den Vertikalen, welche ihren gröfsten Wert gleichzeitig wie die mit ihnen am unbelasteten Gurt angeschlossenen Diagonalen erreichen[1]), werden am besten aus der Gleichgewichtsbedingung für den Knotenpunkt des unbelasteten Gurtes abgeleitet. Zu diesem

[1]) Theoretisch ist dies nicht absolut genau, weil die Nullpunkte der betreffenden Einflufslinien nicht zusammenfallen; der Fehler ist aber stets unbedeutend.

Zweck rechnet man die Spannkräfte der anstofsenden Gurtstäbe am einfachsten aus der Reaktion des Lagers an der unbelasteten Trägerseite und projiziert dann alle Kräfte auf eine Vertikale (S. 142). Ist der eine Gurt geradlinig, so gelangt man am schnellsten zum Ziele, wenn man die Diagonalkraft parallel zum Pfosten und zum geraden Gurt zerlegt; hinzu kommt der positive oder negative Beitrag der bleibenden Last.

Da die Kräfte der Pfosten mit ihrer Länge wachsen, so genügt es in manchen Fällen, die Untersuchung nur für den längsten durchzuführen, und die gefundene Kraft für alle gelten zu lassen. Auch kann man die Formel der Diagonalen anwenden unter Berücksichtigung des Einflusses der bleibenden Last (man beachte, dafs, wenn beide Gurte parabolisch sind, die bleibende Last sich proportional den Pfeilhöhen unter den beiden verteilt; bei dem Sichelträger ist ein Teil negativ). Mufs man wie bei Brücken mit Einzellasten rechnen, so sind die hier angegebenen Formeln nur als eine Annäherung zu betrachten; für die genaue Berechnung sind am besten die Einflufslinien zu verwenden.

Im allgemeinen werden Ständer und Gegendiagonalen in allen Feldern konstruiert; es gibt bei dieser

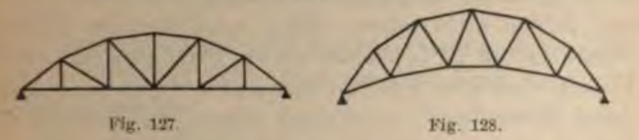


Fig. 127. Fig. 128.

Anordnung Belastungsfälle, bei welchen die Ständer auf Zug beansprucht werden; diese Zugkräfte sind aber unbedeutend im Vergleich mit den Druckkräften, die obendrein wegen der Knickfestigkeit mehr Material erfordern.

Um die wechselnde Gliederung zu vermeiden, ist es empfehlenswert, einfache knicksichere Diagonalen anzuordnen, wenn auch dadurch ein gröfserer Materialaufwand verursacht wird (Fig. 127).

Bei Brücken mit Bahn oben und bei Dachbindern findet man häufig Gitterwerke ohne Vertikalen (Fig. 128), eine Anordnung, die als vorteilhaft zu bezeichnen ist; mitunter wird auch ein Doppelsystem angewendet nach Fig. 112.

Liegt die Last unmittelbar auf dem krummen Obergurt und kann sie als gleichmäfsig verteilt angesehen werden (wie z. B. bei Dächern), so nutzt man die Eigenschaft der Parabel, die Gleichgewichtsform zu besitzen, in der Weise aus, dafs man das Gitterwerk ganz willkürlich anordnet. Der Obergurt mufs natürlich steif konstruiert werden, was indes meistens ohne Materialverschwendung geschehen kann. Es empfiehlt sich aber immer, zu untersuchen, ob die zulässige Spannung nicht überschritten wird. Bei der Berechnung des Momentes müssen selbstredend die Achsialkraft und die Krümmung des Stabes berücksichtigt werden.

Die Eigenschaften des Parabelträgers bleiben mit genügender Annäherung noch gültig, wenn die Parabel (falls die Pfeilhöhe etwa $l/8$ nicht überschreitet) durch einen Kreisbogen ersetzt wird, was die Konstruktion etwas vereinfacht.

Die Höhe des Trägers in der Mitte wird meistens zu $l/8$ gewählt; starke Abweichungen von diesem Wert sind jedoch nicht selten. Mit $h = l/8$ wird der Parabelträger bis um 20 % leichter als der Parallelträger; dieser Vorteil wird aber teilweise aufgehoben durch die schwierigere Herstellung, namentlich durch die Bildung der Endschnäbel und der Anschlüsse der Endquerträger.

Die Durchbiegung eines Parabelträgers in der Mitte, bei voller Belastung und unter der hier ziemlich zutreffenden Annahme einer gleichmäfsigen Beanspruchung σ, ist: $\frac{\delta}{l} = \frac{\sigma}{E}\left(0{,}3466\,\frac{l}{h} + 0{,}7724\,\frac{h}{l}\right)$, also um 10 bis 20 % gröfser als diejenige eines Parallelträgers mit gleichem Verhältnis $\frac{l}{h}$.

Der Parabelträger kann für Windverbände, zur Aussteifung langer und schlanker Ständer einer dem Wind ausgesetzten Wand u. dgl. m vorteilhaft angewendet werden.

36. Der Halbparabelträger.

Wird der eine Gurt eines Trägers nach einer Parabel geformt, die nicht nach den Endpunkten des anderen hin läuft, sondern etwas entfernt davon bleibt, so daſs das Fachwerk durch einen Endpfosten geschlossen wird, so hat man den sogenannten Halbparabelträger.

Ein solcher erfordert in der Regel mehr Material als der Parabelträger und weniger als der Parallelträger. Es ist in dieser Hinsicht vorteilhaft, den Endpfosten so niedrig wie möglich zu konstruieren, z. B. so daſs es eben noch möglich ist einen oberen Verband durchzuführen. Der Halbparabelträger wird vielfach aus ästhetischen Rücksichten oder eben nur, um die obere Windverstrebung durchzuführen, gewählt. Da er nun keine besonderen Eigenschaften besitzt, verweisen wir für die Berechnung auf die allgemeine Theorie des Fachwerkbalkens.

37. Der Schwedlerträger.

Grundeigenschaft: die kleinste Spannkraft der Diagonalen ist gleich Null; eine negative Kraft kann also niemals eintreten.

Für gleichmäſsig verteilte Verkehrslast p ist die Höhe des Trägers in einem vom linken Ende um x entfernten Punkt: $y = \frac{4\,h}{l^2}\,x\,(l-x)\,\frac{\frac{1}{2}+\frac{g}{p}}{\frac{x}{l}+\frac{g}{p}}$. Die Form des einen Gurtes ist willkürlich, doch ist bei den bisherigen Ausführungen der Untergurt immer gerade gewählt worden; die obige Gleichung gibt alsdann die

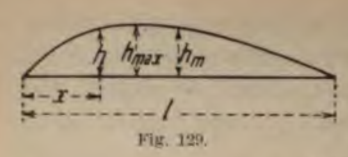


Fig. 129.

Form des Obergurtes an (Fig. 129). Dieselbe ist eine hyperbolische, wo die gröfste Ordinate nicht in der Mitte, sondern auf der Abszisse $x = \frac{g}{p} l \left(\sqrt{1 + \frac{p}{g}} - 1\right)$ liegt. Die entsprechende gröfste Höhe des Trägers ist:

$$h_{max} = 2\,h\left(1 + 2\,\frac{g}{p}\right)\left(1 + 2\,\frac{g - \sqrt{g\,(g+p)}}{p}\right).$$

Nähert sich das Verhältnis g/p der Grenze ∞ (bei sehr grofsen Brücken), so nähert sich die Gurtform einer Parabel; dagegen erhält man für $g/p = 0$ den in Fig. 130 skizzierten Dreieckträger. Bei Fachwerkbalken gilt die angegebene Gleichung der Obergurtlinie für das in die

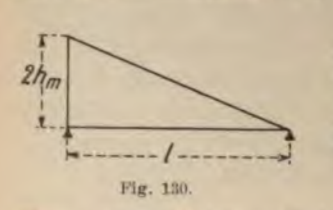


Fig. 130.

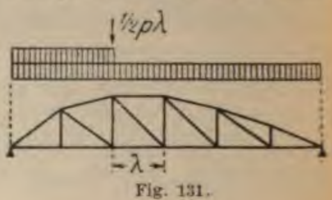


Fig. 131.

Kurve eingeschriebene Polygon; es wird dabei vorausgesetzt, dafs am Vorderende der belasteten Strecke die Einzellast $\frac{1}{2}\,p\,\lambda$ wirkt[1]) (Fig. 131). (Vgl. Seite 140.)

Der Natur der Sache nach mufs der Träger symmetrisch sein; die theoretische Form wird bis zu dem Punkt beibehalten, an dem die gröfste Ordinate liegt; in dem mittleren Teil macht man die Gurtungen parallel, und mufs dann die betreffenden Felder mit Gegendiagonalen oder mit knicksicheren Diagonalen versehen, genau wie beim Parallelträger. — Die gröfste Kraft in den sonstigen Diagonalen ist: $D = \frac{p\,l}{4}\,\frac{d}{h}$ sie ist also

[1]) Diese Annahme sollte man immer machen, wenn man mit gleichmäfsig verteilter Verkehrslast rechnet.

der Stablänge direkt proportional und zwar doppelt so grofs als bei einem gleich langen und hohen Parabelträger. Für die Bestimmung der Kräfte der Pfosten gilt das oben über den Parabelträger Gesagte.

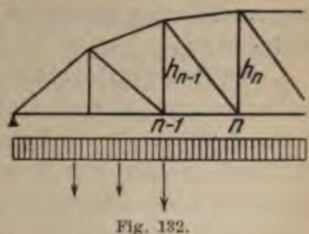


Fig. 132.

Hat man mit Einzellasten zu rechnen, so ist die gegebene Gleichung für die Obergurtlinie nicht anwendbar, vielmehr mufs man, von irgend einer Vertikalen ausgehend, die Höhe der nächsten bestimmen und so schrittweise die Form des Trägers ermitteln (Fig. 132). Zweckentsprechend bestimmt man die Momente M_n und M_{n-1} für diejenige Laststellung (Standlast mitgerechnet), welche in dem betreffenden Feld die gröfste negative Querkraft erzeugt. Alsdann liefert die Gleichung auf Seite 144 die Bedingung:

$$\frac{M_n}{h_n} = \frac{M_{n-1}}{h_{n-1}} \text{ oder: } \frac{h_{n-1}}{h_n} = \frac{M_{n-1}}{M_n}.$$

Hiernach kann man, von einem Pfosten ausgehend, die Höhe des nächsten berechnen. Den mittleren Teil des Trägers führt man am besten mit parallelen Gurtungen aus, wobei das oben Gesagte gilt.

Es soll übrigens besonders betont werden, dafs es nicht nötig ist, sich streng an die theoretische Form zu halten; es kann gut sein, den Obergurt etwas stärker zu krümmen, als theoretisch ermittelt, damit das Fachwerk sich mehr dem Parallelträger nähert, oder (was dasselbe bezweckt) für die Feststellung der Form das Eigengewicht der Brücke ziemlich niedrig zu schätzen. Sollte sich aus der genauen Berechnung ergeben, dafs die Diagonalen bei gewissen Belastungen eine geringe Druckkraft erhalten, so ist es bei den heutzutage ausschliefslich verwendeten steifen Profilen fast immer möglich, die Stäbe für diese kleine Kraft knicksicher zu machen, ohne Material zu verschwenden.

Die gewöhnliche Form des Schwedlerträgers weist einen geraden Untergurt und einen polygonalen Obergurt auf; das Umgekehrte könnte aber ebensogut zur Ausführung gewählt werden, z. B. für Brücken mit Bahn oben.

Der Schwedlerträger bietet gegenüber dem parabolischen den Vorteil einer gewissen Materialersparnis (etwa 5 %) und der Vermeidung (mit Ausnahme der mittleren Felder) von abwechselnd auf Zug und Druck beanspruchten Diagonalen. Beide Vorteile sind indes nicht ausschlaggebend für die Wahl dieser Form. Wichtiger ist der Umstand, dafs der Winkel, unter welchem sich die Gurtungen an den Enden schneiden, stumpfer ausfällt als beim Parabelträger, was in konstruktiver Hinsicht entschieden günstig ist.

Für die Durchbiegung lassen sich keine allgemeinen einfachen Formeln aufstellen; sie wird immer zwischen denjenigen eines parallelen und eines parabolischen Trägers liegen.

38. Der Dreieckträger.

Läfst man die geraden Gurtungen eines Fachwerkträgers an den Enden zusammenlaufen so erhält man ein System, welches besondere Eigenschaften besitzt (Fig. 133.) Eine beliebig gerichtete, in A angreifende Kraft beansprucht nur die hier zusammenlaufenden

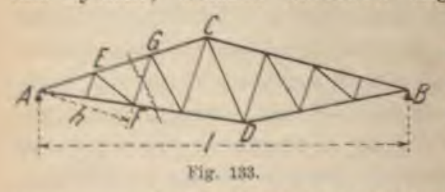


Fig. 133.

Gurtungen, folglich wird ein Glied des Gitterwerkes, z. B. FG, nur von Lasten beansprucht, welche zwischen A und F angreifen. Die aus der Auflagerkraft B abgeleitete Spannkraft ist: $S = B\frac{l}{h}$. Die Füllungsglieder sind abwechselnd nur gedrückt oder nur gezogen, je nachdem ein Stab

nach Durchführung des zur Berechnung dienenden Schnittes im linken Trägerteil am Obergurt oder am Untergurt angeschlossen ist. Die Gurtungen werden nach den Lagern hin immer stärker beansprucht. Dieser Umstand, im Zusammenhang mit der Schwierigkeit, die sich unter einem spitzen Winkel schneidenden Gurtungen zu verbinden, macht diese Trägerform für gröfsere Spannweiten, besonders für Brücken, ungeeignet. Bei Dächern findet man sie sehr häufig, da die Art der Beanspruchung der Füllungsglieder vorteilhaft erscheint, besonders in den Fällen, wo schwere Einzellasten in Betracht kommen, z. B. für Werkstattgebäude, wo nicht selten noch Lasten an das Dach gehängt werden. Die einfache und billige Herstellung gleicht teilweise den verhältnismäfsig hohen Materialaufwand aus.

Die Berechnung der Stabkräfte geschieht am einfachsten durch einen Cremona-Kräfteplan, da für alle Stäbe die gröfste Belastung des ganzen Fachwerkes mafsgebend ist.

Dachstühle.

Die mannigfaltigsten Fachwerke sind zu Dachstühlen benutzt worden; der Dreieckträger, einfach oder mit Zwischensystemen, findet aber die weitaus häufigste Verwendung.

Der Untergurt wird meist nicht horizontal ausgeführt, sondern in der Mitte etwas überhöht (ca. $^1/_{40}$ der Spannweite).

Die Verteilung der Last und des Winddruckes auf die Knoten des Obergurtes geschieht nach dem Gesetz des einfachen Balkens, d. h. gerade als ob der tatsächlich durchgehende Obergurt in jedem Knotenpunkt durch ein Gelenk unterbrochen wäre. Die Anwendung der Theorie des durchgehenden Balkens führt zu keinen stark abweichenden Ergebnissen, die obendrein kaum als eine Besserung des Resultats zu bezeichnen wären, da die Stützpunkte des Obergurtes nicht ohne weiteres

als fest angesehen werden dürfen. Die genaue Untersuchung mit Hilfe der Theorie der statisch unbestimmten Systeme führt zu Ergebnissen, welche in der Regel nicht mehr als 5% von denjenigen der gewöhnlichen Berechnungsart abweichen.

Die gebräuchlichen Formen für Dachstühle sind folgende:

a) Englischer Dachstuhl mit gezogenen Diagonalen und gedrückten Vertikalen (Fig. 134).

b) Englischer Dachstuhl mit gedrückten Diagonalen

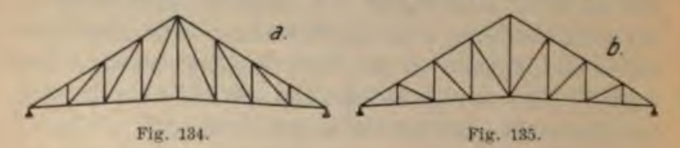


Fig. 134. Fig. 135.

und gezogenen Vertikalen, etwas unvorteilhafter als der vorige wegen der gröſseren Länge der Druckstäbe (Fig. 135).

c) Belgischer Dachstuhl, etwas vorteilhafter als b), weil im Gitterwerke ein Stab weniger vorkommt und auch die Länge der Druckstäbe nicht gröſser als bei b) ausfällt (Fig. 136).

Für alle drei Formen wird die Anzahl der Knoten des Obergurtes so gewählt, daſs deren Entfernung zwischen 2,0 und 4,5 m liegt.

Für einige besonders einfache, aus den vorigen abgeleitete Formen lassen sich Formeln für die Berech-

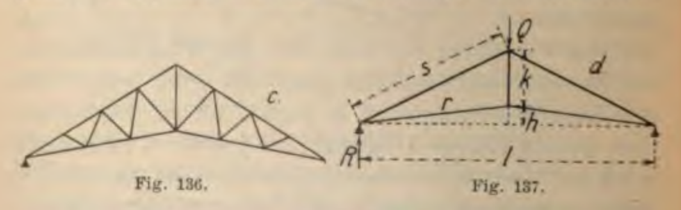


Fig. 136. Fig. 137.

nung der Stabkräfte aufstellen, die bequemer sind als das allgemeine graphische Verfahren, jedoch nur bei Vertikalkräften anwendbar sind.

d) Einfacher Dachstuhl, bis 6—8 m Spannweite vorteilhaft (Fig. 137). Stabkräfte:

Obergurt: $O = -R\frac{s}{k}$.

Untergurt: $U = +R\frac{r}{k}$.

Mittlere Strebe: $S = +2R\frac{h+k}{k} - Q$.

Hierin bedeutet R die Auflagerreaktion; bei deren Berechnung werden Lasten, welche direkt am Auflager angreifen, also den Dachstuhl selbst nicht beanspruchen, aufser acht gelassen. Bei der Berechnung von Q mufs man alle auf dem Dachstuhl liegenden Lasten berücksichtigen, d. h. die beiden Auflagerkräfte beider Obergurtteile, als einfache Balken betrachtet, in Rechnung ziehen. Aufser der Normalkraft ist für die Obergurte das Biegungsmoment zu berücksichtigen.

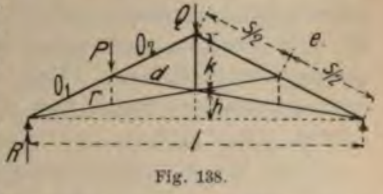


Fig. 138.

e) Dachstuhl mit einer Strebe (Fig. 138), bis auf 10 bis 12 m Spannweite vorteilhaft. Stabkräfte:

Obergurt: $O_1 = -R\frac{s}{k}$; $O_2 = -R\frac{s}{k} + P\frac{1}{2ks}\left(\frac{l^2}{4} + h^2 - k^2\right)$

Untergurt: $U = +R\frac{r}{k}$.

Mittelstrebe: $S = 2\,O_2\,\frac{h+k}{s} - Q$.

Diagonalen: $D = -P\frac{d}{k}$.

Für die Berechnung von P und Q verfährt man genau wie bei der Bestimmung der Auflagerdrucke von einfachen Balken. Die punktiert gezeichneten Stäbe haben im allgemeinen nur die Hälfte des Eigengewichts des Untergurtes zu tragen; sie werden mitunter weggelassen.

f) Dachstuhl mit wagerecht durchgehender St (Fig. 139) bis auf 10—12 m Spannweite vorteilhaft. die Berechnung der Stabkräfte sind die unter e) gebenenFormelng wo $h=k$ zu setze



Fig. 139.

Die Knickl der horizontalen S ist: 2 d.

Diese Form oft verwendet, die gedrückten Stäbe aus Holz ausgeführt werden. kann unter Umständen vorteilhaft sein, h etwas kl als k zu wählen und trotzdem die horizontalen gerade durchzuführen. Man verringert dadurch Normalkräfte der Stäbe, aber die Momente im Obe werden etwas gröfser.

Man hat auch mitunter die Zugstange (Unter gerade gehen lassen, oder nur ganz wenig nach geknickt (Fig. 140). Das System ist labil und nu symmetrische lastung in Glei wicht. Die Stab wird nur durch Kontinuität der gurtstäbe gesic man soll de nicht versäume

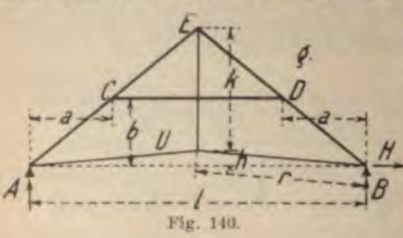


Fig. 140.

Momente in den Punkten C und D für unsymmetrisch lastungen (einseitiger Schnee, Wind usw.) zu untersu Zu diesem Zwecke denkt man sich in C und D j Gelenk eingeschaltet und nimmt an (was fast in zulässig ist), dafs die beiden dort eintretenden Mom gleich grofs sind. Handelt es sich z. B. nur um unsymmetrische vertikale Belastung, so sind die lagerkräfte A und B voneinander verschieden. Die mente werden: $M_C = A\,a - U\frac{l}{2r}b$; $M_D = B\,a - U$

Nun hat U für den ganzen Untergurt denselben Wert, den man zu $U = \frac{A + B}{2} \frac{r}{k}$ annehmen kann; es ist hiernach möglich, die Werte der beiden Momente zu berechnen. Für den oft vorkommenden Fall, dafs h sehr klein gegenüber k ist, kann man ohne grofsen Fehler $\frac{a}{b} = \frac{l}{2k}$ setzen, woraus nach leichter Umrechnung

$$M_C = -M_D = (A - B) \frac{bl}{4k} = (A - B) \frac{a}{2}$$

folgt. Dieses Moment verteilt sich auf den Obergurt dreieckförmig; in C und D hat es den obigen Wert, nach beiden Enden hin nimmt es geradlinig ab. Zu beachten ist der Umstand, dafs bei dem stärker belasteten Obergurt dieses Moment positiv ist (die oberen Fasern des Stabes werden gedrückt, die unteren gezogen, wie bei der direkten Belastung); es empfiehlt sich für jeden der beiden Stäbe AC und CE, das Diagramm der Momente zu zeichnen, um M_{max} zu ermitteln (das Moment infolge der unmittelbaren Belastung ist in C gleich Null!). Bei gleichmäfsig verteilter Last ist $M_{max} = M_o \left(1 + \frac{M_c}{4 M_o}\right)^2$, wo M_o das gröfste Moment für den Obergurt darstellt.

Eine horizontale Kraft H gibt das Moment:

$$M_C = -M_D = H \frac{b}{2}.$$

Bei Wind addiert sich dieses Moment (welches sich, wie oben gesagt, verteilt) wiederum mit dem Moment infolge der unmittelbaren Belastung, während das Moment infolge der dann eintretenden ungleichen senkrechten Auflagerdrucke sich umgekehrt verhält.

Andere Formen von Dachstühlen werden aus dem Dreieckträger abgeleitet, indem man den Obergurt nach der Art der armierten Balken biegungsfest macht (Fig. 141 und 142). Diese, unter dem Namen »Französische Dachstühle« oder Polonceau-Dachstühle bekannten

Systeme sind, was Gewicht und Herstellungskosten anlangt, den oben besprochenen ziemlich gleichwertig. Die Form *k*) z. B. erfordert theoretisch etwa 6% mehr Material als die Form *i*) oder System *b*). In der Praxis verschwindet aber der Unterschied vollständig. Als ein Vorteil der Formen *h*, *i* und *l* kann erwähnt werden, dafs die rechtwinkligen Anschlüsse der Streben an den Obergurt günstig sind, besonders für den Fall, dafs dieser aus Holz gemacht wird.

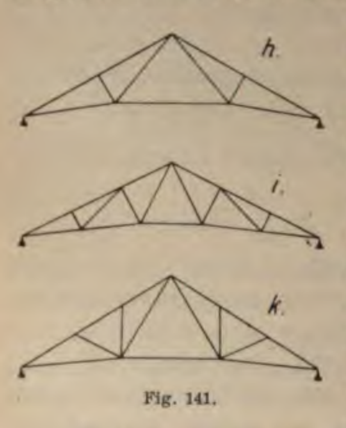


Fig. 141.

Die Tangente des Winkels, unter welcher sich die Gurte über den Lagern schneiden, wird im allgemeinen $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{2,5}$ genommen, je nachdem die Steigung des Daches $^1/_4$ bzw. $^1/_8$ der ganzen Spannweite beträgt. Die Überhöhung des Zugbandes ist hierbei $^1/_{40}$ — $^1/_{80}$ der Spannweite.

Die Form *i*) gestattet auch bei flachen Dächern etwas günstigere Verhältnisse zu wählen; die Form *h*) ist für Dächer von 12—16 m vorteilhaft, die Formen *i*) und *k*) für 16—20 m, Form *l*) bis auf 20—25 m Spannweite. Diese Grenzen können jedoch ohne grofse Nachteile überschritten werden.

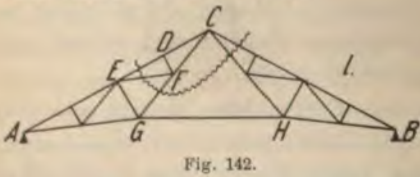


Fig. 142.

Die Untersuchung der Stabkräfte erfolgt am besten graphisch mit Hilfe eines Cremona-Kräfteplans. Bei der Form *l*) (Fig. 142) stöfst man auf eine Schwierigkeit beim Punkt *E*, wo fünf Stäbe zusammen-

laufen. Hier hilft man sich durch rechnerische oder graphische Ermittelung der Kraft in dem Zugband GH und ist dann imstande, das Polygon für den Knoten G zu zeichnen und so die Kraft im Stab GE zu finden; auch kann man mit der Untersuchung des Gleichgewichtes in D beginnen, wo die Differenz der Stabkräfte ED und DC und die Kraft DF leicht zu ermitteln sind. Geht man zu Punkt F über, betrachtet wiederum die Differenz der zwei unbekannten Kräfte GF und FC als eine einzige Unbekannte, so kann die Spannkraft in EF bestimmt werden. Schliefslich kann man auch den in der Figur angegebenen Schnitt durchführen und die Summe der Momente der Last in D und der Stabkraft EF in bezug auf C gleich Null setzen, und darnach die Kraft EF berechnen, wodurch man imstande ist, den Kräfteplan zu vervollständigen.

Dieser Binder wird mitunter mit polygonalem Obergurt ausgeführt, in welchem Falle nur das erste der hier angegebenen Berechnungsverfahren anwendbar ist.

39. Der Gerbersche Fachwerkträger.

Für grofse Bauwerke, wo die Materialersparnis eine wesentliche Rolle spielt, ist der Gerbersche Fachwerkträger eins der vorteilhaftesten Systeme; es ist dem durchgehenden Träger und dem Bogen vorzuziehen, wenn die Stützen nicht als unnachgiebig anzusehen sind; auch ermöglicht es, die Linienführung der Gurtungen den Ergebnissen der statischen Berechnung gut anzupassen.

Als Nachteile gelten: für Brückenträger die entstehenden Knicke der Biegungslinie, welche bei der Fahrt Stöfse verursachen; ferner eine gewisse Schwierigkeit in der Ausführung der Gelenke, und die wiederholte Unterbrechung der Fahrbahntafel.

Die rechnerische Ermittelung der gröfsten Momente geschieht genau so wie für den vollwandigen Träger. Sind die Gurtungen durchgehends parallel, so kann man

alle Stabkräfte aus dem Diagramm der gröfsten Momente und Querkräfte, oder aus den betreffenden Einflufslinien gleich ableiten. Die letzteren sind von denjenigen des vollwandigen Trägers nicht verschieden.

Im allgemeinsten Fall ist es vorteilhaft, die Form der Kragträger so zu wählen, dafs die (absolut genommenen) gröfsten Gurtkräfte angenähert konstant bleiben. Nach Feststellung der Lage der Gelenke, wozu man ähnlich verfährt, wie beim vollwandigen Träger (mit dem einzigen Unterschied, dafs das Eigengewicht der Hängeträger erheblich geringer als das der Kragträger sein kann), läfst sich das Diagramm der gröfsten Momente mit Hilfe von Einflufslinien leicht ermitteln. Die Einführung einer gleichwertigen stetigen Belastung ist zwar für die endgültige Berechnung der Stabkräfte uuzulässig, kann aber zur angenäherten Lösung der Aufgabe wohl verwertet werden. Für gleichmäfsig verteilte Verkehrslast verfährt man wie folgt. Man zeichnet zuerst die Linie 1 (Fig. 143), welche die Momente infolge der ständigen Last darstellt; sie besteht aus Parabelstücken, welche durch die leicht zu berechnenden Momente auf den Stützen und in der Mitte der Träger bestimmt sind.

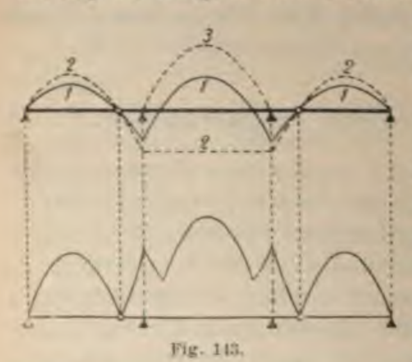


Fig. 143.

Die Verkehrslast, blofs auf den Aufsenöffnungen, liefert die Linie 2, welche in dem unbelasteten Teil gerade ist, sonst aus Parabelstücken besteht. Schliefslich liefert die Belastung der Mittelöffnung allein die Parabel 3. Für die Hängeträger und die Kragarme haben die Momente immer das gleiche Vorzeichen; es werden also die Ordinaten der Linien 1 und 2 addiert, wodurch

neue Parabeln entstehen. Für die Mittelöffnung ist im allgemeinen in dem mittleren Teil die Parabel maſsgebend, welche aus der Addition der Belastungsfälle 1 und 3 entsteht, in der Nähe der Stützen dagegen die Parabelstücke der gröſsten negativen Momente (Belastungsfälle 1 und 2). Annäherungsweise werden der mittlere Teil des Trägers mit parallelen Gurtungen, die Kragarme dreieckförmig nach den Gelenken verjüngt, die hängenden Träger parabolisch konstruiert. Die Bestimmung der genauen Form der Gurtungen bietet keine Schwierigkeit und wird, wie folgt, durchgeführt.

Aus der Gleichung $O = -\frac{M_{max}}{k}$ kann man die Gröſse von k berechnen (Fig. 144). Nun beschreibt man mit dem Halbmesser k von A aus einen Kreisbogen, zu dem der Gurtstab $B\,D$ tangential gelegt wird; so kann man aus der Höhe des Pfostens $A\,B$ diejenige von $C\,D$ ableiten usw. Hat man von vornherein den Untergurt gerade gewählt, so ist für diesen die Bedingung konstanter gröſster Spannkraft nur annäherungsweise erfüllt. Eine bessere Lösung ergibt sich, wenn man die Gerade $A\,C$ als Achse des Fachwerks betrachtet und die untere Gurtung symmetrisch zur oberen konstruiert[1]). Diese Formen haben für die Praxis jedoch wenig Bedeutung. Vielfach hat man für die hängenden Teile Parallel- oder Halbparabelträger gewählt, und bei den Kragträgern den einen Gurt nach Parabelbögen ausgeführt, die sich über den Stützen schneiden (Fig. 145).

Fig. 144.

Fig. 145.

[1]) Der nach diesem Prinzip konstruierte einfache Balken ist unter dem Namen »Pauliträger« bekannt. Bei Anwendung von halben Diagonalen kann die Aufgabe vollständig genau gelöst werden.

Die Form der Figur ist geeignet, den Eindruck einer Hängebrücke zu machen; die gleiche Linienführung auf den Kopf gestellt, erinnert an eine Kragbogenbrücke.

Mitunter führt man die Gurtungen über den Stützen sehr hoch und schaltet dann, um die Diagonalen nicht übermäfsig lang zu machen, in einigen Feldern einen

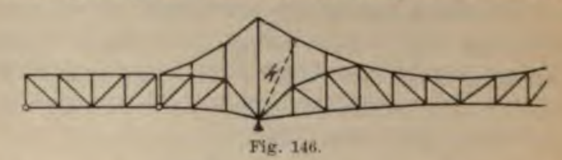


Fig. 146.

Zwischengurt ein; dieser mufs in den Feldern neben den Stützen fortbleiben, damit das System nicht statisch unbestimmt wird (Fig. 146).

Für den ersten oberen Gurtstab ist die Spannkraft leicht zu bestimmen, indem man das Stützenmoment durch die Länge des Lotes k dividiert. Aus dieser Kraft werden die folgenden mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingung für jeden Knoten des Obergurtes, abgeleitet und schliefslich die Kräfte der Füllungsglieder und des Untergurtes nach dem Ritterschen Schnittverfahren ermittelt.

Das graphische Verfahren von Cremona ist ebenfalls anwendbar, jedoch nur für die Gurtungen vorteilhaft. Solange an der Kette nur senkrechte Stäbe hängen, ist die Horizontalprojektion der einzelnen Stabkräfte konstant und gleich dem Stützenmoment, dividiert durch die Höhe h des höchsten Pfostens (Fig. 147). Man konstruiert einen Strahlenbüschel, dessen Strahlen parallel zu den Gliedern der Kette laufen; auf einer Senkrechten in Entfernung $\frac{M}{h}$ vom Pol ergeben sich die Kräfte der

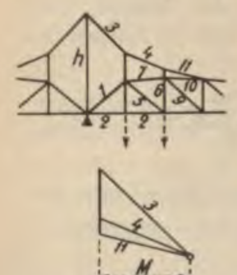


Fig. 147.

längestangen. Denkt man sich sämtliche Hängestangen eschnitten, so sind deren Spannkräfte als äufsere Kräfte ir den übrig bleibenden einfachen Balken zu betrachten; ie Kraft des Stabes 11 kommt noch hinzu.

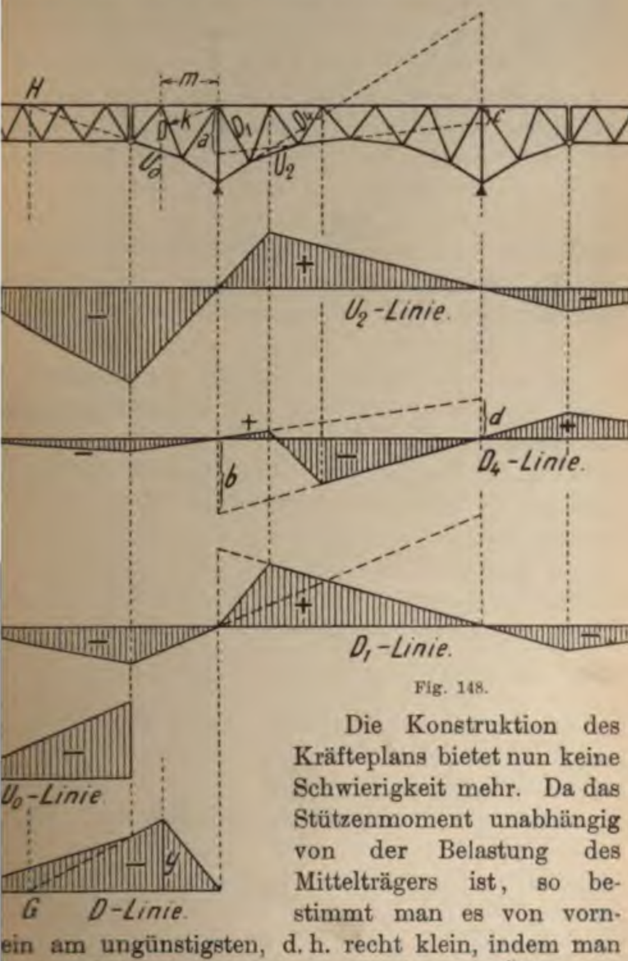


Fig. 148.

Die Konstruktion des Kräfteplans bietet nun keine Schwierigkeit mehr. Da das Stützenmoment unabhängig von der Belastung des Mittelträgers ist, so bestimmt man es von vornein am ungünstigsten, d. h. recht klein, indem man die bleibende Last der mafsgebenden Öffnungen Rechnung zieht.

Die Einflufslinie für einen Gurtstab des Kragträgers ist in Fig. 148 dargestellt. Der Teil zwischen den Stützen wird genau so wie für einen einfachen Balken konstruiert, die Begrenzungsgeraden jenseits der Stützen bis zu den Gelenken verlängert, dort geknickt und nach den nächsten Stützen bzw. Gelenken geführt.

Die Einflufslinie für einen Gitterstab wird ebenfalls in dem mittleren Teil so konstruiert wie für einen einfachen Balken, am besten mit Hilfe der beiden schräg durchgeführten Geraden, welche den Geraden $A_1 B_2$ und $A_2 B_1$ der Fig. 120 entsprechen (Seite 150), und welche jenseits der Stützen verlängert werden. Es ist hier zu bemerken, dafs diese Verlängerung auch in dem Fall nötig ist, wo die eine dieser Geraden zwischen den Stützen gar nicht gebraucht wird, wie z. B. bei der D_1-Linie geschieht.

Für die Kragarme laufen die Einflufslinien, der Natur der Sache nach, nicht über den belasteten Knoten der Gurtung hinaus, welcher dem betreffenden Stab angehört. Die angeführten Beispiele zeigen, wie aus einer einzigen Ordinate die ganze Einflufslinie konstruiert werden kann. Zur Berechnung wählt man am besten die gröfste Ordinate, also setzt man eine Last $= 1\,t$ voraus, und zwar in dem Knoten, wo der betrachtete Stab mit dem belasteten Gurt verbunden ist; es ergibt sich z. B. für die gröfste Ordinate der D-Linie $y = 1 \cdot \frac{m}{k}$, wo für 1 die Länge einzuführen ist, welche $1\,t$ darstellt. Der virtuelle Nullpunkt G liegt unter dem Schnittpunkt H der betreffenden Gurtstäbe.

Eine besondere Besprechung erfordert die Einflufslinie der Kraft in der Stützenvertikale, weil diese in dem skizzierten System durch die Belastung sowohl der Mittöffnung wie der Kragarme und der Hängeträger beeinflufst wird.

Das in Fig. 149 dargestellte System hat in B ein festes, in A, C und D je ein auf wagerechter Bahn be

wegliches Lager. Denkt man sich den Stab $B\ K$ durchgeschnitten, so erhält man eine Reihe von 4 starren Scheiben, welche durch die Gelenke E, F und K und die Stäbe $B\ H$, $B\ G$ miteinander verbunden sind. Verlängert sich die Strecke $B\ K$ um t, so vollzieht die

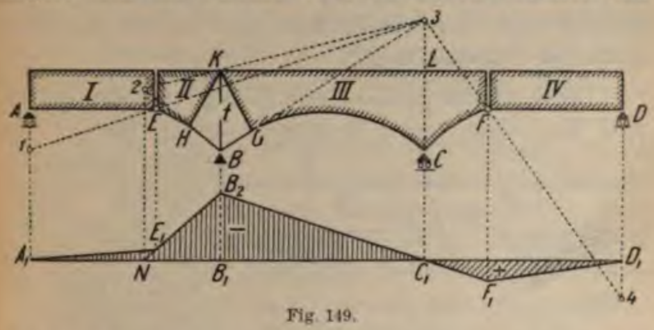


Fig. 149.

Scheibe III eine Drehung um den Punkt 3; der Punkt K hebt sich dabei um t. Die anderen Scheiben drehen sich um die Punkte 1, 2 und 4. Die Drehpunkte werden immer nach demselben Prinzip gefunden; man wählt auf jeder Scheibe zwei Punkte, welche gezwungen sind, Drehungen um bekannte Punkte zu vollziehen; die Geraden, die diese Punkte mit ihren augenblicklichen Drehpunkten verbinden, schneiden sich im Drehpunkt der Scheibe. Jedem Drehpunkt einer Scheibe entspricht ein (unter Umständen virtueller) Nullpunkt der Einflufslinie, denn eine dort liegende Last leistet bei der Drehung keine Arbeit. Die ursprünglich gerade Fahrbahn der Brücke geht in den mehrfach gebrochenen Linienzug $A_1\ E_1\ B_2\ C_1\ F_1\ D_1$ über, welcher die gesuchte Einflufslinie darstellt. Die Einheit ist die Ordinate $B_1\ B_2$, die der Längenänderung t entspricht.

Ist das feste Lager nicht in B, sondern in einem anderen Punkt, so bleibt die Konstruktion noch gültig, denn man kann sich denken, dafs dem ganzen System nach der Formänderung eine passende wagerechte Verschiebung erteilt werde, um die Auflagerungsbedingungen

zu erfüllen; dabei leisten aber die senkrechten Kräfte keine Arbeit, d. h. die Einflufslinie bleibt unverändert.

Bei dem Fachwerk der Fig. 146 haben alle Lasten, die zwischen den Stützen liegen, keinen Einflufs auf die Horizontalkraft H der Kette. Innerhalb dieser Strecke sind also alle Einflufslinien so wie für einen einfachen Fachwerkträger.

Die Einflufslinie der Kraft H (Fig. 150) besteht aus zwei Dreiecken, deren Ordinaten über C bzw. D am besten rechnerisch ermittelt werden, indem man dort eine Last = 1 t wirken läfst und das Stützenmoment durch die Höhe h des über der Stütze stehenden Pfostens dividiert.

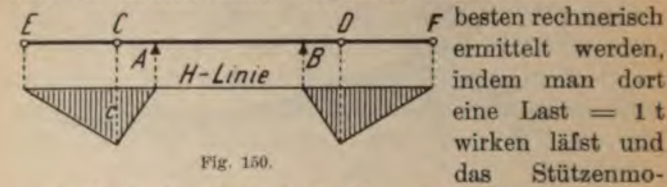


Fig. 150.

Ermittelt man mit Hilfe eines Cremona-Kräfteplans (oder nach irgendeinem anderen Verfahren) die in dem Hauptsystem durch die Kraft $H = 1$ t hervorgerufenen Stabkräfte, so ist man imstande, den Mafsstab der Dreiecke der Fig. 146 für einen beliebigen Stab des mittleren Teiles zu berechnen. Z. B. wenn die Ordinate c eine Kraft $H = 3$ t darstellt, und ein Gurtstab bei $H = 1$ die Spannkraft — 2,5 t erhält, so stellt die Ordinate c für den betreffenden Stab die Kraft $-3 \cdot 2{,}5 = -7{,}5$ t dar. Zu den Einflufslinien aller Stäbe zwischen A und B gehören als Verlängerung in den benachbarten Feldern die beiden Dreiecke, in passendem Mafsstab reduziert.

Die Einflufslinien der Stäbe der Kragarme bestehen aus dem entsprechenden Dreieck (in richtigem Mafsstab) und aus der Einflufslinie des Stabes als Glied eines auf dem Gelenk und auf der Stütze ruhenden einfachen Balkens. Die Ordinaten der beiden Linien werden unter Beachtung der Vorzeichen addiert.

40. Der Fachwerkbogen mit drei Gelenken.

Zur Berechnung der Stabkräfte können verschiedene Verfahren benutzt werden, denn nach Ermittelung des Horizontalschubes sind alle auf eine Scheibe wirkenden Kräfte bekannt, so dafs jede für das Fachwerk gültige Methode anwendbar ist. Der Horizontalschub wird genau so gerechnet wie für einen vollwandigen Bogen mit drei Gelenken.

Um die Kraft in einem Stab zu bestimmen, ist das graphische Verfahren von Culmann besonders am Platze. Will man dagegen alle Kräfte ermitteln, so ist ein Cremona-Plan wohl anwendbar; einfacher und übersichtlicher ist jedoch die Methode der Drucklinie. Diese wird so konstruiert, wie auf Seite 133 angegeben, als ein durch die drei Gelenke gehendes Seilpolygon. Um die Kraft des Stabes O (Fig. 151) zu ermitteln, fällt man von dem zugehörigen Drehpunkt die Lote h und k und erhält:

$$O = -S\frac{k}{h}.$$

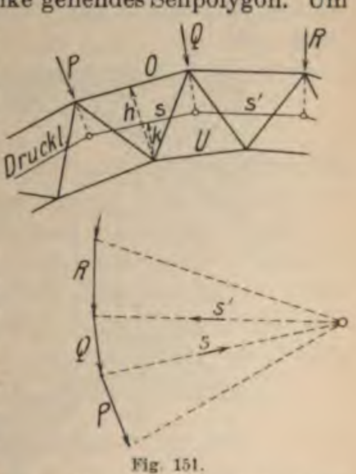


Fig. 151.

Ähnliches gilt für den Stab U, wobei gleichgültig ist, ob man die Kraft S oder S' benutzt. Die Kräfte der Gitterstäbe werden am besten graphisch berechnet: man konstruiert einen Strahlenbüschel, dessen Strahlen alle Kräfte des unbelasteten Gurtes nach Gröfse und Richtung darstellen, und zeichnet die Kraftpolygone für alle Knoten des betrachteten Gurtes. Es empfiehlt sich, zur Kontrolle das Kraftpolygon für mindestens einen Knoten des anderen Gurtes zu zeichnen.

In dem allgemeinen Fall ist die Benutzung der Einflufslinien vorteilhaft.

Die Einflufslinien des Horizontalschubes H für senkrechte und wagrechte Belastungen sind genau so wie für den vollwandigen Bogen.

Man kann alle anderen Einflufslinien aus denen für einen einfachen Balken und aus der H-Linie ableiten, oder sie nach einem rein kinematischen Verfahren ermitteln.

Einflufslinie eines Gurtstabes (Fig. 152).

Denkt man sich den Stab O_2 geschnitten, so geht der Bogen in ein System von drei starren Scheiben über, welche sich bei einer Änderung der Länge O_2 gegeneinander drehen müssen. Der Punkt D kann

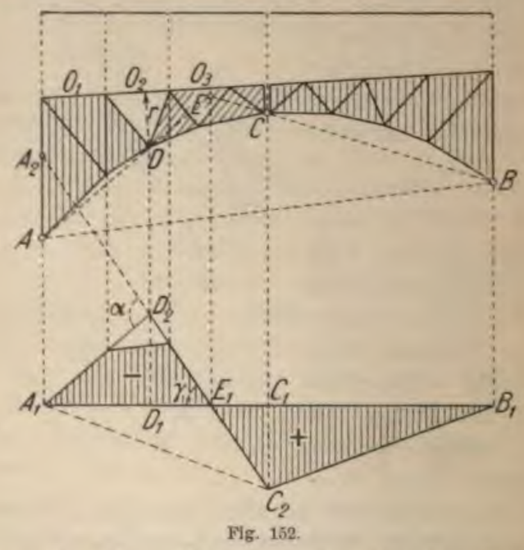


Fig. 152.

sich nur in einem Kreis um den Mittelpunkt A bewegen, ebenso bewegt sich C um B; der augenblickliche Drehpunkt der mittleren Scheibe ist also E; eine Last, welche genau über E angreift, leistet keine Arbeit,

folglich ist der Punkt E_1 ein Nullpunkt der Einflufslinie. Die Fahrbahn geht in den mehrfach gebrochenen Linienzug $A_1\ D_2\ C_2\ B_1$ über, der die gesuchte Linie darstellt. Um den Mafsstab zu ermitteln, denke man sich, der Stab O_2 habe sich um die kleine Strecke t verlängert; der Winkel, um den sich die zweite Scheibe gegenüber der ersten dreht, ist alsdann $\alpha = \frac{t}{r}$. Die Arbeit der Kraft O_2 ist $-O_2 \cdot t$, während eine Last P in D um die Strecke $D_1\ D_2$ gehoben wird, also die Arbeit $-P \cdot D_1\ D_2$ leistet. Die Arbeitsgleichung lautet: $-O_2 \cdot t - P \cdot D_1\ D_2 = 0$, also $O_2 = -P \cdot \frac{D_1\ D_2}{t}$. Die Einheit ist also t oder $r\alpha$. Den Winkel α wählt man willkürlich; ist er $= 1$, so erscheinen die Ordinaten in dem Mafsstab der Zeichnung; besser ist es, ihn $= 5$ oder sogar $= 10$ zu wählen. Man konstruiert ihn mit Hilfe der Strecke $A_1\ A_2 = \alpha \cdot A_1\ D_1$. — Man kann auch gleich den Winkel γ konstruieren nach der Formel: $\gamma = \frac{\alpha \cdot A_1\ D_1}{A_1\ E_1}$.

Diese Einflufslinie kann auf anderem Wege ermittelt werden, indem man zuerst die O_2-Linie für den einfachen Balken $A\ C$ konstruiert (Linienzug $A_1\ D_2\ C_2$); nun wird die Ordinate $C_1\ C_2$ berechnet, welche die Kraft O_2 darstellt, für den Fall, dafs eine Last $= 1$ über C liegt, und die Schlufslinie $A_1\ C_1\ B_1$ gezogen. Das erste Verfahren dürfte in den meisten Fällen den Vorzug verdienen.

Einflufslinie eines Gitterstabes (Fig. 153).

Man denkt sich den Stab $G\ H$ geschnitten, wodurch ein System entsteht, das drei starre Scheiben und zwei Stäbe enthält und sich bei einer Änderung der Länge $G\ H$ verschieben mufs. Die zweite Scheibe kann sich gegenüber der ersten nur um den Punkt E drehen, wo die beiden geschnittenen Gurtstäbe zusammenlaufen;

man kann also diesen Punkt als zur ersten und zur zweiten Scheibe gleichzeitig angehörend betrachten; ihm entspricht der virtuelle Nullpunkt E_2. Der gegenseitige Drehpunkt der ersten und der dritten Scheibe ist der Schnittpunkt F der Geraden $A\ E$ und $B\ C$; ihm entspricht der Nullpunkt F_1 (vgl. Fig. 152). Die Fahrbahn geht nun in die mehrfach gebrochene Linie $A_1\ D_1\ G_1\ C_2\ B_1$ über, welche die gesuchte Einflufslinie darstellt. Um

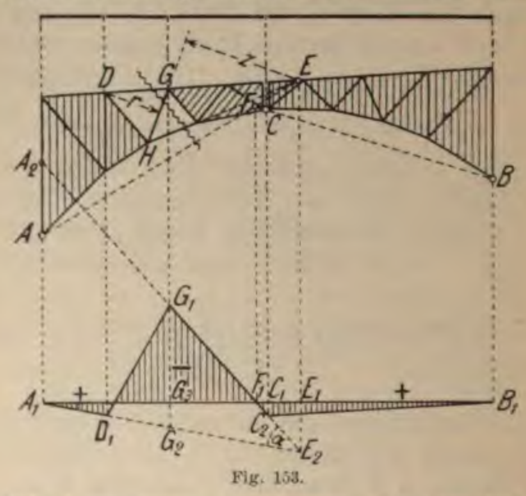


Fig. 153.

die Einheit zu finden, denke man sich den Stab $G\ H$ um die kleine Strecke t verlängert; der Drehungswinkel der zweiten Scheibe gegenüber der ersten ist $\alpha = \frac{t}{z}$; also während die Kraft $G\ H$ die Arbeit $-\ G\ H \cdot t$ leistet, wird eine über G liegende Last P um $G_1\ G_2$ gehoben. Die Arbeitsgleichung lautet: $-\ G\ H \cdot t = P \cdot G_1\ G_2$, woraus: $G\ H = -\ P \cdot \frac{G_1\ G_2}{t}$. Die Einheit ist also $t = \alpha \cdot z$. Den Winkel α konstruiert man mit Hilfe der Geraden $A_1\ A_2 = \alpha \cdot A_1\ E_1$. Hat man für α einen bestimmten Wert gewählt, so ist dadurch die ganze Einflufslinie festgestellt.

Der Linienzug $A_1\ D_1\ G_1\ C_2$ ist die Einflufslinie der Diagonale $G\ H$ in dem einfachen Balken $A\ C$; die Schlufslinie ist die $A_1\ C_2$. Mit Hilfe der Ordinate $C_1\ C_2$ (Kraft in $G\ H$ bei der Belastung des Punktes C mit $P = 1$) kann man zur Einflufslinie für den Dreigelenkbogen übergehen.

Die Einflufslinien für die Füllungsglieder sind mitunter ziemlich komplizierter Form, über die man keinen unmittelbaren Aufschlufs hat; in solchen Fällen empfiehlt es sich auf einer Zeichnung des Systems die Längenänderung des Stabes (freilich übertrieben grofs) einzuführen und die entsprechende Lage der Scheiben zeichnerisch zu ermitteln. Man übersieht alsdann sofort, wie man zur richtigen Einflufslinie gelangen kann.

Ähnliche Konstruktionen, sinngemäfs geändert, liefern die Einflufslinien für den Hängebogen mit drei Gelenken.

Der Dreigelenkbogen wird in folgenden zwei Hauptformen ausgeführt.

a) **Parallelbogen.** Die Gurtungen sind parallel oder nach der Mitte jeder Hälfte etwas auseinander gezogen, um die Form eines Körpers gleichen Widerstands gegen Biegung zu erhalten. Mitunter verzichtet man darauf und läfst das Gelenk nicht hervortreten (besonders beim sog. Federblattgelenk).

Läfst man die beiden Gurtungen gegen alle drei Gelenke zusammenlaufen, so kann man zur Linienführung Seilkurven wählen, was besonders bei Hängebogen entschieden günstig wirkt (wie z. B. die Seitenöffnungen der Tower Bridge in London). Aus ästhetischen Rücksichten sollte man dafür sorgen, dafs beim Mittelgelenk die Gurtlinien nicht geknickt erscheinen.

b) **Zwickelbogenträger** (Fig. 152 und 153). Die Felder unmittelbar beim Scheitel werden mitunter vollwandig gemacht. Man hat häufig das Gelenk im Untergurt angeordnet und diesen parabolisch geformt; infolge

dieser Linienführung werden bei gleichmäſsiger totaler Belastung nur der Untergurt und die Pfosten beansprucht, bei Gitterwerk allgemeinster Form alle Gitterstäbe, nicht aber der Obergurt. An Material wird dabei im allgemeinen nichts gespart, in einigen Fällen sogar etwas verschwendet, denn man kann aus konstruktiven Gründen gezwungen sein, einige Stäbe des Obergurtes kräftiger zu machen als sie sein müſsten. Die Konstruktion einiger Drucklinien, die ja immer möglich ist, wenn nur die Belastungen und die Lage der drei Gelenke bekannt sind, kann immer einen Anhalt für die Wahl einer passenden Form liefern.

Es ist im allgemeinen etwas vorteilhafter, das Gelenk im Obergurt anzuordnen, was besonders für die Durchführung der Fahrbahn und des Windverbandes empfehlenswert ist.

Der Dreigelenkbogen ist unabhängig von Temperaturschwankungen, was theoretisch bis zu 15 % Ersparnis an Material gegenüber dem Zweigelenkbogen gestattet; praktisch wird dieselbe durch die Konstruktion des Scheitelgelenkes aufgewogen. Als Hauptnachteil des Dreigelenkbogens seien die im Scheitelgelenk entstehenden Stöſse erwähnt, welche, wenn die Verkehrslast aus schweren Einzellasten besteht, besonders stark und für das ganze Bauwerk schädlich sind.

Mehr als im Brückenbau findet der Dreigelenkbogen im Hochbau vielfache Anwendung, besonders bei Hallendächern, Kuppeln usw.

41. Der Träger mit halben Diagonalen.

Die Benennung »halbe Diagonalen« wollen wir, wie üblich, nur für diejenigen Systeme anwenden, bei denen die Riegel nicht geknickt sind. Die beiden Teile eines Riegels werden immer als zwei durch ein Gelenk verbundene Stäbe angesehen.

Bei der Untersuchung derartiger Träger mufs man sich zuerst vergewissern, dafs das System stabil und statisch bestimmt ist, was auf grund geometrischer Betrachtungen (vgl. S. 139) geschehen kann; jedenfalls mufs die Gleichung $2\,k = s + 3$ (wo k = Anzahl der Knoten, s = Anzahl der Stäbe) erfüllt sein. Der Träger der Figur 154 ist z. B. statisch bestimmt, derjenige der Fig. 155 ist einfach statisch unbestimmt, denn einer der mittleren Gurtstäbe kann geschnitten werden, ohne dafs das System aufhört stabil zu sein. Bei der vollständigen Symmetrie des Netzes kann man ohne weiteres annehmen, dafs die Kräfte der mittleren Obergurt- und Untergurtstäbe einander gleich sind; in dem allgemeinen Fall (Fig. 156) hat man zuerst: $Oh + Uk = M$; sind F_o und F_u die Querschnittflächen, o und u die Längen der beiden Gurtstäbe, so mufs noch sein:

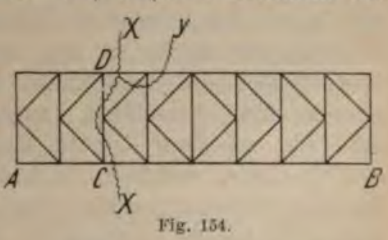


Fig. 154.

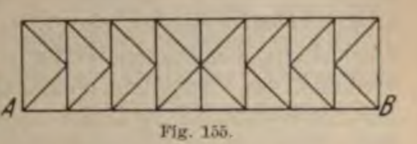


Fig. 155.

$$\frac{O\,o}{h\,F_o} = \frac{U\,u}{k\,F_u}.$$

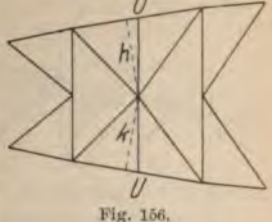


Fig. 156.

Aus diesen Gleichungen berechnet man die Werte der beiden Unbekannten O und U (diese Buchstaben bezeichnen die absoluten Werte der Kräfte, also ohne Rücksicht auf das Vorzeichen).

Einfach statisch unbestimmt sind ferner die Systeme mit einer ungeraden Felderzahl, wo das mittlere Feld Kreuzdiagonalen erhält; für die Behandlung sei auf Seite 305 verwiesen.

Die Bestimmung der Stabkräfte kann rechnerisch oder graphisch geschehen.

Bei einem Parallelträger (Fig. 154) führt man den Schnitt *X X* und schreibt die Gleichungen der Momente (nach Ritter) in bezug auf *C* für den Obergurt und auf *D* für den Untergurt. Die Querkraft liefert die Differenz der Kräfte in den beiden Teilen des Ständers, wonach die Spannkräfte der Diagonalen zu berechnen sind. Nun führt man den Schnitt *X Y*, projiziert alle an dem Knoten angreifenden Kräfte auf eine Vertikale, wodurch die Kraft im oberen Teil des Ständers berechnet werden kann usw. Kommen nur senkrechte Lasten in Betracht, so sind die Gurtkräfte jedes Feldes einander gleich mit entgegengesetztem Vorzeichen; die Diagonalkräfte sind ihrer Länge proportional, das Vorzeichen entgegengesetzt (die nach der Mitte fallenden sind im allgemeinen positiv), die Ständerkräfte haben in dem oberen und unteren Teil entgegengesetzte Vorzeichen.

Wie man einen Cremona-Kräfteplan konstruiert, ist aus Fig. 157 ersichtlich. Man denkt sich in dem ersten Feld die punktierte Diagonale vorhanden und ermittelt die Kraft *2*. Aus dieser leitet man die

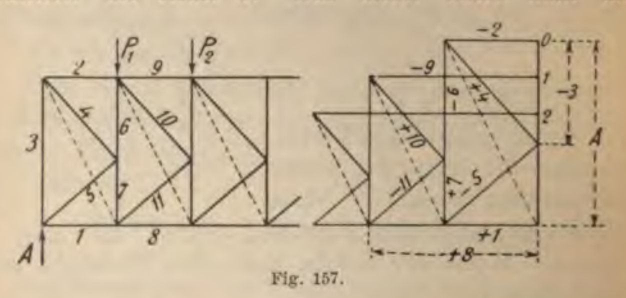


Fig. 157.

Kräfte *3* und *4*, ferner die beiden *5* und *1* ab. Nun denkt man sich in dem zweiten Feld die punktierte Diagonale vorhanden und findet die Kraft *9* und aus dieser die Kräfte *10*, *6*, *7*, *11* und *8*. So schreitet man

fort, indem man immer neue gedachte Diagonalen zur Hilfe nimmt. Bei sehr langen Trägern ist es ratsam, mindestens eine der mittleren Gurtkräfte durch Rechnung zu kontrollieren.

Sind die Gurtungen nicht parallel, so ist diese Berechnungsart noch anwendbar, vorausgesetzt, dafs die Ständer nicht geknickt sind. Um die Differenz der Kräfte der beiden Teile der Ständer zu bestimmen, mufs man auch die Spannkräfte der Gurtungen berücksichtigen, welche ebenfalls auf eine Vertikale projiziert werden müssen.

Der Cremona-Kräfteplan wird wie oben gezeichnet.

Die Einflufslinien der Gurtstäbe lassen sich direkt aus den M-Linien der betreffenden Drehpunkte ableiten.

Wie man die Einflufslinie für einen Füllungsstab ermittelt, geht aus Fig. 158 hervor. Schneidet man den betreffenden Stab durch (hier die obere Hälfte des Ständers LE), so geht das System in eine Reihe von

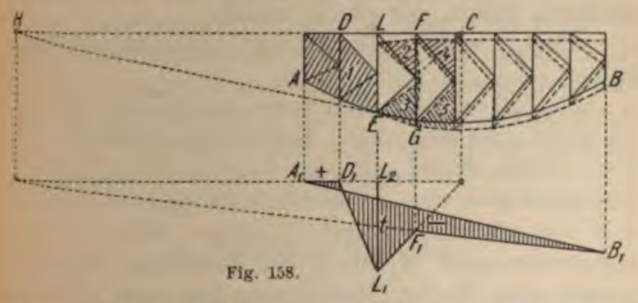


Fig. 158.

Scheiben über, welche gewisse Bewegungen machen können. Denkt man sich die Scheibe *1* festgehalten und schreibt man dem geschnittenen Stab eine willkürliche, aber sehr kleine Verkürzung t zu, so vollzieht die Scheibe *2* eine kleine Drehung um den Punkt C, denn zwei ihrer Punkte sind mit D bzw. E durch Stäbe verbunden, deren Achsen in C zusammenlaufen. Der dritte Ständer nimmt dabei die geknickte Form an; ist aber

die Verkürzung t klein genug, so wird durch die Knikkung die Länge des Ständers nicht geändert, d. h. die Scheiben 4 und 5 können als eine einzige betrachtet werden, welche aus demselben Grund auch den übrigen Teil des Trägers umfafst; man hat also eine grofse Scheibe, deren zwei Punkte F und G kleine Kreisbögen um C bzw. E beschreiben können; der augenblickliche Drehpunkt liegt in H, wo die Geraden FC und EG (in ihrer ursprünglichen Lage betrachtet) zusammenlaufen.

Nach diesen Betrachtungen kann man gleich die Einflufslinie zeichnen, die aus dem Linienzug $A_1\, D_1\, L_1\, F_1\, B_1$ besteht, in welchen die ursprünglich geradlinige Fahrbahn übergeht. Die Strecke $L_1\, L_2$, welche die Verkürzung t darstellt, ist die Einheit. Die Lasten, die zwischen A und dem Nullpunkt liegen, werden in bezug auf die Schlufslinie $A_1\, B_1$ gehoben, leisten also eine negative Arbeit $-P\eta$, während die Kraft V_2 die positive Arbeit $V_2\, t$ liefert; der erste Teil der Einflufsfläche ist demnach positiv, der zweite negativ.

Ähnlich wird die Einflufslinie einer Diagonale konstruiert.

Die halben Diagonalen lassen sich insbesondere bei schmalen oder sehr langen Feldern gut verwenden, weil durch diese Anordnung die Neigung der Diagonalen eine günstigere wird. Vorteilhaft ist auch der Umstand, dafs die schlanken Riegel in einem mittleren Punkt festgehalten sind, wodurch ihre Knicklänge wesentlich kleiner wird. So ist dieses System besonders für Windverbände geeignet, und es könnte auch für Hauptträger einen guten Ersatz für Systeme mit doppeltem Gitterwerk bieten. An Material wird theoretisch dabei nichts gespart, im Gegenteil, etwas verschwendet; im Vergleich mit einem System mit schlaffen Diagonalen, welche über die beiden Felder zwischen drei Riegeln geführt sind, was besonders bei Windverbänden häufig vorkommt, ist das Mehrgewicht nicht unerheblich: hier

würde man mit einfachen Flacheisen auskommen, während die halben Diagonalen, infolge der wechselnden Belastung, alle knicksicher gemacht werden müssen. Werden die Querträger als Riegel benutzt, so hat man meistens nicht nötig, sie wegen der Knickgefahr zu verstärken.

Bei Systemen mit halben Diagonalen werden sämtliche Pfosten bei der Formänderung etwas ausgebogen, wodurch sekundäre Spannungen entstehen. Bei den meistens sehr schlanken Stäben ist dieser Umstand von untergeordneter Bedeutung.

Für die Hauptträger offener Brücken sind die halben Diagonalen unzweckmäfsig, weil die dünnen Pfosten zur Aussteifung des Obergurtes wenig beitragen.

Für die Knicksicherheit aller Stäbe ist theoretisch nur die Länge des gedrückten Teiles mafsgebend und zwar sowohl in der Ebene des Fachwerkes als senkrecht dazu; es ist aber ratsam, die durchgehenden Pfosten nach der Formel auf Seite 85 mit einer mindestens zweifachen Sicherheit zu dimensionieren, und zwar ohne Rücksicht auf die gezogenen Stäbe, damit die Wand senkrecht zu ihrer Ebene einigermafsen steif wird. Unter Umständen mufs man auch den Winddruck auf den Stab selbst oder das Eigengewicht berücksichtigen.

42. Vielfache Systeme.

Werden bei einem ebenen Fachwerk die Gitterstäbe so angeordnet, dafs jeder derselben 1, 2, 3, ... andere kreuzt, so nennt man das System ein 2, 3, 4 . . . faches. Der Zweck einer solchen Konstruktion kann sein:

a) eine gröfsere Anzahl von Knoten in den Gurtungen zu erhalten, um die Querträger näher aneinander zu rücken, trotzdem aber eine günstige Neigung der Diagonalen (etwa 45°) auch bei hohen Hauptträgern zu erreichen;

b) die Möglichkeit, die Gitterstäbe leichter zu halten, um den Transport und die Aufstellung des Bauwerkes zu erleichtern;

c) das Bestreben, ein System zu konstruieren, das einen Vollwandträger ersetzt.

Während für den ersteren Zweck ein zwei-, höchstens dreifaches System genügt, macht man in dem zweiten und dritten Fall nicht selten vierfache und noch höher zusammengesetzte Systeme; bei älteren Brücken dieser früher sehr beliebten Bauart findet man bis 16-fache Systeme (Rheinbrücke bei Köln).

Das Gewicht von Trägern mit vielfachem Gitterwerk ist gröfser als bei einfachen Systemen, je nach den Umständen um etwa 3 bis 15 % und mehr.

I. Weitmaschige Systeme.

Die gewöhnliche Anordnung der Diagonalen bei Trägern mit Ständern ist aus Fig. 159 ersichtlich, wobei die Anzahl der Stäbe eben genügend ist, um das System stabil und statisch bestimmt zu machen. Man kann sich leicht davon überzeugen, indem man das Bildungsgesetz des Netzes betrachtet: von A anfangend, findet man ein Dreieck, an welchem zwei Knotenpunkte durch je zwei Stäbe angeschlossen sind, so dafs eine starre Scheibe entsteht; mit dieser sind wieder zwei Knotenpunkte verbunden usw. Von B anfangend, findet man eine ähnlich gebildete starre Scheibe, die in der Mitte des Trägers mit der ersten verbunden ist.

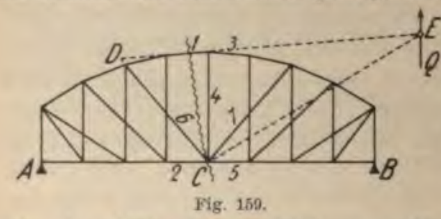


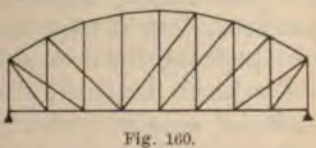
Fig. 159.

Zur Ermittelung der Stabkräfte führt man durch C einen Schnitt und berechnet nach dem Verfahren von Ritter die Kraft 1, indem man die Gleichung der Momente in bezug auf C aufstellt. Die Kraft 2 wird

mit Hilfe der Gleichung der Momente in bezug auf D ermittelt. Ähnlich findet man die Kräfte 3 und 5. Die Kraft 4 ergibt sich aus den beiden 1 und 3. Um die Kraft 6 zu finden, führt man einen Schnitt, der nur die Stäbe 1, 2 und 6 trifft, und projiziert sämtliche Kräfte auf eine Vertikale. Ist der Untergurt nicht gerade, so kann man die Kräfte auf eine Gerade projizieren, welche rechtwinklig zum Stab 2 steht, oder auch das Kräftepolygon für den Knotenpunkt C zeichnen. Nun hat man alle Elemente, um Punkt für Punkt alle Kräftepolygone zu konstruieren. Es ist bei den vielfachen Systemen nicht möglich, einen Kräfteplan zu zeichnen, in welchem jede Kraft nur einmal vorkommt, wie bei den gewöhnlichen Cremona-Plänen; deshalb ist es am besten, die Ermittelung der Kräfte auf einem genau gezeichneten Netz vorzunehmen.

Die Kräfte 1, 2 und 6 lassen sich auch graphisch ermitteln, indem man die geometrische Linie des Stabes 1 zum Schnitt mit der Querkraft Q in E bringt und die Kraft Q nach den Richtungen 1 und $C\,E$ zerlegt; aus der letzten dieser Kräfte sind die beiden 2 und 6 leicht abzuleiten. Bei vollständiger Belastung fällt jedoch die Kraft Q sehr weit, so dafs im allgemeinen dieses Verfahren nicht zu empfehlen ist; es ist dagegen wohl am Platz für Belastungen, welche sich über weniger als die Hälfte der Spannweite erstrecken.

Die sehr langen Diagonalen in der Mitte des Trägers sind schwer knicksicher zu machen, weshalb meistens Gegendiagonalen angeordnet werden. Um zu finden, welche Diagonalen tätig sind, ist man vielfach auf Versuche angewiesen, wobei man Systeme wie in Fig. 160 zu behandeln hat. Das Verfahren bleibt wie oben.


Fig. 160.

Zur Ermittelung aller Kräfte ist das rechnerische Verfahren ebenso bequem wie das graphische; am

besten wählt man dazu die Methode der Projektionen (Seite 142).

Zur Konstruktion der Einflufslinien benutzt man am besten einen Williot-Verschiebungsplan (Seite 257), wie in folgendem Beispiel (Fig. 161).

Gesucht ist die Einflufslinie für die Diagonale D. Die Last greift am Untergurt an.

Denkt man sich den betreffenden Stab um eine gewisse Strecke t verlängert, so erkennt man sofort,

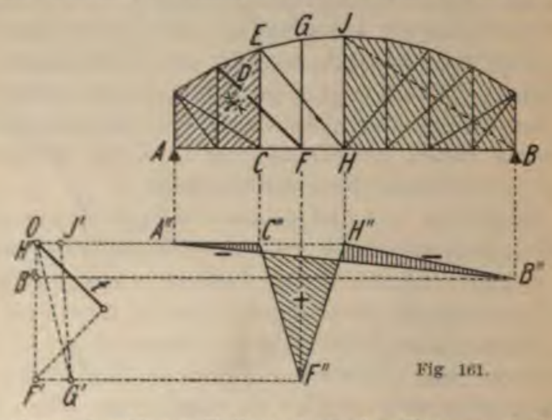


Fig. 161.

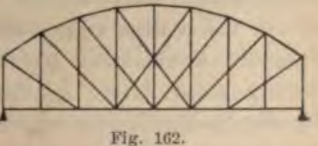
dafs der schraffierte Teil $A\ C\ E$ des Trägers dadurch gar nicht beeinflufst wird. Man nimmt am besten diese starre Scheibe als ruhend an und ermittelt graphisch oder rechnerisch die Verschiebungen aller Knotenpunkte. Da die Punkte A, C und E fest bleiben, so fallen sie mit dem beliebig angenommenen festen Punkt O zusammen. Von O trägt man die Strecke t nach Gröfse und Richtung auf und zieht auf ihrem Ende das Lot, auf welchem der Punkt F nach der Verschiebung liegen mufs; F ist aber gezwungen, sich um C zu drehen, d. h. er befindet sich auf der Geraden $O\,F' \perp C\,F$. Zum Punkt G übergehend, findet man, dafs er nach Verschiebung auf dem Schnittpunkt der Geraden $O\,G' \perp E\,G$ und $F'\,G' \perp F\,G$ liegen mufs. H' befindet sich auf dem

Schnittpunkt der Geraden $O\,H' \perp E\,H$ und $F'\,H' \perp F\,H$, d. h. er fällt mit O zusammen. Endlich ermittelt man die Lage von J' durch die Geraden $H'\,J' \perp H\,J$ und $G'\,J' \perp G\,J$. Der rechte Teil des Trägers kann als eine starre Scheibe betrachtet werden, denn er ändert seine Form nicht; es genügt also, die Lage von B' zu ermitteln; zu diesem Zwecke zieht man $H'\,B' \perp H\,B$ und $J'\,B' \perp J\,B$.

Nun findet man durch Projektionen die gebrochene Linie $A''\,C''\,F''\,H''\,B''$, in welche die Fahrbahn übergeht; sie stellt die gesuchte Einflufslinie dar, mit $A''\,B''$ als Schlufslinie.

Bezeichnet η eine beliebige Ordinate, positiv, wenn unter der Schlufslinie liegend, so ist die Arbeit einer vertikalen Kraft P durch das Produkt $P\,\eta$ ausgedrückt; die Arbeit der Spannkraft D ist $-D\,t$; aus der Gleichung $-D\,t + P\,\eta = 0$ erhält man $D = P\frac{\eta}{t}\cdot$ Hiernach ist t die Einheit, und die Teile der Einflufsfläche, die unter der Schlufslinie $A''\,B''$ liegen, sind positiv.

Die Einflufslinien der Gurtstäbe sind ähnlich denjenigen, welche man dafür bei einfachen Systemen findet.


Fig. 162.

Eine andere Anordnung der Gitterstäbe ist in Figur 162 dargestellt. Das System enthält 33 Stäbe und 18 Knoten, kann somit statisch bestimmt sein; es ist aber nötig, die Diagonalen im mittleren Teil knicksicher zu machen, damit es stabil bleibt.

Zur Ermittelung der Stabkräfte geht man von den Enden aus und kommt so von beiden Seiten vorgehend bis an die mittlere Scheibe, die in Fig. 163 in etwas geänderter Form dargestellt ist. Alle Ecken sind im allgemeinen belastet, was die Ermittelung der Stabkräfte

erschwert; am schnellsten dürfte folgender Weg zum Ziele führen. Man nimmt zwei Punkte z. B. B und F als fest an, und untersucht der Reihe nach die Gleichgewichtsbedingungen an allen übrigen Ecken.

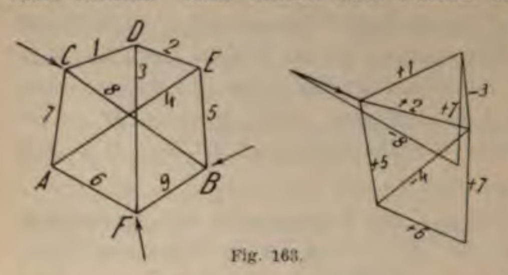


Fig. 163.

Geht man z. B. von C aus, so schreibt man einer Stabkraft, z. B. CD, einen beliebigen Wert zu und bestimmt darnach die Kräfte in den Stäben DE und DF, EB und EA, AF und AC.

Für den Knoten C kennt man nun zwei Kräfte (die äufsere Last gilt als unbekannt), es lassen sich also die zwei übrigen bestimmen. Der Mafsstab des Kräfteplans ist durch die Strecke gegeben, welche die äufsere Kraft darstellt. Man ist nun in der Lage, alle Stabkräfte und die Reaktionen B und F zu ermitteln. Ganz ähnlich verfährt man für die anderen Knoten, wobei die ausgeführte Arbeit teilweise wieder benutzt wird; schliefslich addiert man alle Ergebnisse, wodurch die Aufgabe gelöst ist. Als Kontrolle dient, dafs die Reaktionen in B und F (ev. nach Hinzufügung einer Kraft in der Richtung BF bzw. FB, die zur Stabkraft addiert werden mufs) mit den tatsächlich dort angreifenden Kräften übereinstimmen müssen.

Bei vielfachen Systemen sind derartige Scheiben, die zwar an und für sich statisch bestimmt sind, bei denen aber die Berechnung der Stabkräfte nicht unmittelbar gelingt, gar nicht selten. Die Schwierigkeit kann entweder nur einen Teil des Fachwerkes (wie in Fig. 162) oder das ganze System umfassen.

Solche Scheiben entstehen folgendermafsen: an ein Polygon mit n Seiten (bei dem also zur kinematischen

Starrheit $n - 3$ Stäbe fehlen) wird ein Punkt durch zwei Stäbe angeschlossen, welche zu zwei beliebig gewählten Ecken geführt werden; ein zweiter Punkt wird an den ersten und an eine Ecke des Polygons angeschlossen (oder an zwei Ecken des Polygons), ein dritter an zwei beliebige Punkte des eben gebildeten Systems usw.; schliefslich werden die fehlenden $n - 3$ Stäbe hinzugefügt, wobei die Beschränkung besteht, dafs man nicht einen Teil des Systems stabil und den anderen statisch unbestimmt machen darf; die Bedingung $2k = s + 3$ ist alsdann erfüllt und die Scheibe kann stabil und statisch bestimmt sein (Ausnahmefälle siehe Müller-Breslau, Graphische Statik I). Bei der Untersuchung ergibt sich von selbst, ob das System brauchbar ist oder nicht, indem unter Umständen sehr grofse Stabkräfte oder unzulässige Formänderungen entstehen.

In einer solchen Scheibe gibt es wenigstens sechs Knoten, bei denen nicht mehr als drei Stäbe zusammenlaufen (beim Sechseck ist überhaupt keine andere Möglichkeit vorhanden), vorausgesetzt, dafs Knoten, an denen sich nur zwei Stäbe treffen, nicht vorkommen. Der Natur der Sache nach liegen diese Knoten in einer oder zwei Gruppen, so dafs immer mehrere Stäbe vorhanden sind, die auf jedem Ende nur mit zwei anderen verbunden sind. Für diese Stäbe läfst sich leicht die Einflufslinie der Spannkraft sowohl für horizontale wie für vertikale Belastungen zeichnen.

Zu diesem Zwecke denkt man sich den betreffenden Stab beseitigt und dafür zwischen zwei Knoten, wo nur je drei Stäbe zusammenlaufen einen ideellen Stab CN eingeschaltet (Fig. 164).[1] Diesem ideellen Stab schreibt man eine willkürliche Längenänderung m zu (während alle anderen unverändert bleiben), nimmt die Richtung eines Stabes aus dem Stabdreieck ACN als fest an

[1]) Das hier untersuchte dreifache System entsteht aus dem Viereck $ACDN$, an dem der Reihe nach die Punkte B, M, E, L, F, K, G, H angeschlossen sind; der Stab GH ersetzt die fehlende Diagonale des Vierecks.

und zeichnet einen Williot-Plan. Dieser liefert die Lage der beiden Endpunkte des ausgeschalteten Stabes und somit seine Längenänderung t. Nun projiziert man alle Punkte der Scheibe, die belastet werden können, mittels Vertikallinien, und die diesen Punkten entsprechenden im Verschiebungsplan durch Horizontalen,

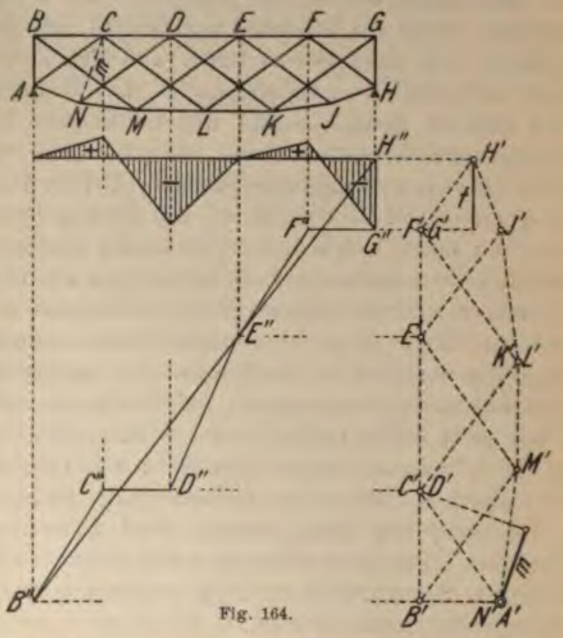


Fig. 164.

die auf den ersteren die Ecken der gesuchten Einflufslinien bestimmen. Die Schlufslinie verbindet die beiden Punkte, welche direkt aufgelagert sind. Die Einheit ist t.

Es empfiehlt sich, die so ermittelte Einflufslinie so umzuzeichnen, dafs die Schlufslinie wagerecht liegt. Will man dabei das Prinzip der Affinität benutzen, so merke man sich, dafs die Gerade $G\,G''$ die Affinitätsachse ist.

Aus dieser Einflufslinie können alle anderen abgeleitet werden, falls man es nicht vorzieht, für jeden

Belastungszustand mit Hilfe der betreffenden Kraft alle anderen direkt zu bestimmen.

Die Einflufslinie für horizontale Kräfte wird ganz ähnlich aus dem Williot-Plan abgeleitet.

Eine andere Behandlungsart dieser Aufgabe sei an Hand eines Beispieles erklärt. Das in Fig. 165 dargestellte dreifache System mit 23 Stäben und 13 Knoten ist stabil und statisch bestimmt. Es entsteht aus dem Viereck $CEFG$ nach

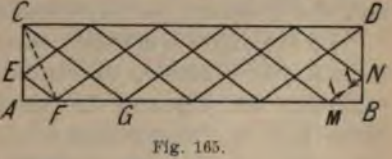


Fig. 165.

dem oben besprochenen Verfahren; der Schlufsstab MN ersetzt eine fehlende Diagonale, z. B. CF. Schaltet man den Stab MN aus und fügt die Diagonale CF hinzu, so ist es leicht, die in dem neuen System bei irgendeiner Belastung entstehenden Stabkräfte S_0 rechnerisch oder graphisch zu ermitteln. Der ideelle Stab CF mufs aber auf alle Fälle spannungslos bleiben. Man läfst in M und N die beiden Kräfte 1 wirken und bestimmt sämtliche Stabkräfte S_1 für diesen Belastungszustand. Die Spannkraft X des Stabes MN mufs so grofs sein, dafs der Stab CF unbelastet bleibt; d. h. es mufs $(CF)_0 + X\,(CF)_1 = 0$ sein, woraus: $X = -\frac{(CF)_0}{(CF)_1}$. Für alle übrigen Stabkräfte ist:

$$S = S_0 + X \cdot S_1.$$

Man kann sie auch aus der direkten Belastung ermitteln, nachdem X bekannt ist.

Bei Systemen, die aus einem Fünfeck entstanden sind, mufs man zwei Stäbe beseitigen und zwei Diagonalen einschalten; das Verfahren führt zu zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten. Ist das System aus einem Sechseck abgeleitet, so kommt man zu drei Gleichungen mit drei Unbekannten usw.

Die hier behandelten Systeme, bei welchen das Bestreben, statische Unbestimmtheit zu vermeiden, cha-

rakteristisch ist, sind mit verschiedenen Nachteilen behaftet.

Wenn ein Lastenzug über die Brücke fährt, werden die meisten Wandglieder abwechselnd auf Zug und Druck beansprucht, was entschieden ungünstig ist (die betreffenden Einflufslinien weisen eine Reihe von Spitzen auf, die oberhalb und unterhalb der Nullinie liegen).

Da wo zwei Gurtstäbe einen sehr flachen Winkel (nahezu 180°) bilden, und nur ein Füllungsstab angeschlossen ist (Fig. 159 in der Mitte, Fig. 162 in der Mitte und am oberen Anschlufs der beiden vorletzten Ständer), entstehen sehr grofse Gurtkräfte und starke Formänderungen, die auf das ganze System schädlich einwirken. Das System in Fig. 162 ist in dieser Hinsicht besonders schlecht, weil in den Untergurtstäben der letzten Felder sehr grofse Biegungsspannungen entstehen müssen. Wenn auch solche Systeme theoretisch als stabil gelten, sind sie doch für die Praxis unbrauchbar.

Gewisse Stäbe, die aus praktischen Rücksichten sehr steif und durchgehend ausgeführt werden (z. B. AC in Fig. 165), sind infolge der Formänderung des Systems bei der Belastung stark auf Biegung beansprucht.

Es ist üblich, in dem mittleren Teil gewisser Systeme (Fig. 159 und 162) Gegendiagonalen anzuordnen; man erhält dadurch eine wechselnde Gliederung mit allen ihren Nachteilen, und die Wirkungsweise des Systems wird gegenüber der geplanten nicht unwesentlich geändert.

Eine äufserst sorgfältige Untersuchung kann also nicht dringend genug empfohlen werden, wobei die elastischen Formänderungen stets zu berücksichtigen sind.

Es sei schliefslich ausdrücklich betont, dafs statische Unbestimmtheit in solchen Fällen nicht nachteilig, sondern gerade gut angebracht ist. Durch Einschalten von (theoretisch) überzähligen Stäben kann man die erwähnten Übelstände vermeiden und das System brauchbar machen. Der in Fig. 162 dargestellte Träger wäre nach Hinzufügung von vier Diagonalen wohl anwendbar

(bei allen Druckstäben Knicksicherheit vorausgesetzt), wenn auch innerlich vierfach statisch unbestimmt.

II. Engmaschige Systeme.

Der für weitmaschige Systeme angedeutete Weg ist oft der einzig mögliche, um die Stabkräfte zu berechnen. Besondere Aufmerksamkeit ist bei der Untersuchung der Stabilität des Systems nötig, denn nicht selten liegt der Fall vor, dafs die Gleichung $2k = s + 3$ erfüllt, aber trotzdem das System verschiebbar ist. Für nähere Angaben hierüber sei verwiesen auf Müller-Breslau, Graphische Statik I, 1901.

Falls sich mehrere Wandglieder auf einem Endständer schneiden, mufs dieser auf Biegung berechnet werden, um das System stabil zu machen.

Über engmaschige Brückenträger ist eine wichtige Bemerkung am Platz: bei Bahn unten werden kräftige Ständer zum Anschlufs der Querträger angeordnet, aber auch bei Bahn oben sollten solche stets konstruiert werden und zwar zur Versteifung der Wand, die sonst aus leichten Profileisen besteht. Da diese Ständer mit sämtlichen Diagonalen verbunden werden, ist die angegebene Berechnungsart nicht mehr anwendbar und eine genaue Ermittelung der Systemkräfte überhaupt kaum möglich, um so mehr, wenn, wie gewöhnlich, die Gurtungen ein hohes Stehblech zum Anschlufs der Gitter-

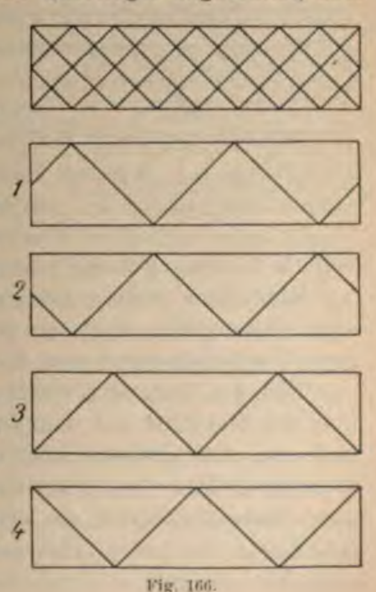


Fig. 166.

stäbe erhalten. Es treten dadurch grofse Nebenspannungen auf, welche die Verteilung der Kräfte ganz wesentlich beeinflussen. Es bleibt daher nichts anderes übrig, als sich mit einer angenäherten Berechnung zu begnügen. Zu diesem Zweck zerlegt man das System in mehrere, jedes für sich stabil und statisch bestimmt; die Gurtungen gehören gleichzeitig zu allen Systemen; jedes System hat aber ein einfaches Gitterwerk. Die Lasten werden zu gleichen Teilen unter den verschiedenen Systemen verteilt, jedes für sich berechnet und die Kräfte der entsprechenden Stäbe schliefslich addiert. Bei polygonalen Gurtungen ersetzt man die geknickt erscheinenden Stäbe durch gerade.

Die Fig. 166 zeigt die Zerlegung eines vierfachen Systemes, wobei deutlich hervortritt, dafs einige darunter biegungsfeste Endständer nötig machen (dies wäre nur in dem Fall überflüssig, wenn die Systeme 1 und 2 immer gleich belastet wären).

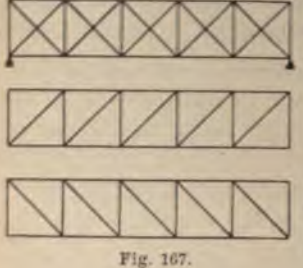


Fig. 167.

Das System der Fig. 167 wird am besten, wie angedeutet, zerlegt. Die Zurückführung auf zwei einfache Systeme mit Wechseldiagonalen würde zu demselben Schlufs führen. Für die genaue Behandlung vgl. S. 305.

Eine ganz andere Berechnungsart, besonders für sehr engmaschige Systeme geeignet, wird oft wegen ihrer Übersichtlichkeit und Einfachheit vorgezogen.

Für die Gurtstäbe werden die Drehpunkte gegenüber der Stabmitte auf dem anderen Gurt angenommen, und aus den gröfsten Biegungsmomenten die Kräfte abgeleitet. Für die Gitterstäbe wird die Querkraft für ihre mittleren Punkte als mafsgebend betrachtet und aus dieser die entsprechenden Kräfte berechnet und schliefslich durch n dividiert (n ist die Anzahl der

Teile, in welche ein Gitterstab von den anderen geteilt wird).

Castigliano leitet aus dem Prinzip der kleinsten Deformationsarbeit folgende Formel zur Berechnung der Spannkraft in den Wandgliedern ab:

$$T = \frac{S}{J} \frac{Q}{2} \sqrt{d_h^2 + d_v^2}.$$

Dabei bedeuten:

- T die gesuchte Kraft, für eine Schar positiv, für die andere negativ;
- S das statische Moment einer Gurtung in bezug auf die Achse des Balkens;
- J das Trägheitsmoment des ganzen Querschnitts (aus den beiden Gurtungen allein bestehend);
- Q die Querkraft;
- d_h und d_v die wagerechte bzw. senkrechte Diagonale des durch die Achsen der Gitterstäbe gebildeten Parallelogramms.

Hat der Träger polygonale Gurtungen (was bei diesem System überhaupt nur selten vorkommt), so rechnet man nicht mit der Querkraft Q, sondern mit der Wandscheerkraft Z, die nach der Formel $Z = Q - \frac{M}{h}(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)$ ermittelt wird (Fig. 100). Am besten nimmt man für die verschiedenen hier vorkommenden Gröfsen die Werte, die sich auf den senkrechten Schnitt durch den Mittelpunkt des zu untersuchenden Stabes beziehen.

Diese Theorie ist da gut anwendbar, wo die Last als gleichmäfsig verteilt angesehen werden darf, nicht aber da, wo schwere Einzellasten unmittelbar auf den Träger wirken; für solche Fälle sind überhaupt engmaschige Fachwerke nicht zu empfehlen.

Bei Trägern mit engem Maschenwerk bildet man das Gitter aus einer Schar Zugstäbe (nach der Mitte fallend) und einer Schar Druckstäbe (nach der Mitte steigend). Erstere werden vielfach aus Flacheisen gebildet, letztere aus ⊏- oder ∟-Eisen oder ähnlichen steifen Profilen

(mitunter aber auch aus Flacheisen). Auf Mitte der Brücke mufs ein Wechsel stattfinden, welcher durch Verlaschung der steifen mit den schlaffen Gliedern bewerkstelligt wird; man sorge dafür, dafs die Stöfse immer mit einem Ständer zusammenfallen. Besser ist es immerhin, für alle Stäbe steife Profile zu wählen, wenn auch dadurch manche Schwierigkeit beim Anschlufs der Querträger entsteht.[1])

Die Gurtungen haben meistens einfachen oder doppelten ┬-Querschnitt mit sehr hohem Steg, worauf die Gitterstäbe (auf jeder Seite eine Schar) befestigt werden. Der bei einfachen Gurtungen entstehende exzentrische Anschlufs hat bis jetzt bei sehr vielen ausgeführten Bauwerken keine schädlichen Folgen gehabt.

Die engmaschigen Träger kamen in früheren Jahren sehr oft zur Ausführung und haben sich im allgemeinen gut bewährt, obwohl die ursprünglich angenommene niedrige Beanspruchung vielfach durch die gesteigerte Verkehrslast entsprechend höher geworden ist. Nachher wurden sie, besonders in Deutschland, durch einfache weitmaschige Systeme verdrängt; erst in der letzten Zeit haben sie wieder die Aufmerksamkeit der Konstrukteure auf sich gelenkt. Trotz der gröfsten Sorgfalt in der Wahl des Systems und in der Berechnung und Dimensionierung kann man sich immerhin eines gewissen Gefühls der Unzuverlässigkeit nicht erwehren; denn obwohl das System dem vollwandigen Träger nahe verwandt ist[2]), erscheint die Theorie nicht ganz befriedigend und die konstruktiven Einzelheiten sind nicht immer einwandsfrei. Es ist daher ratsam, niedrigere Beanspruchungen (etwa 90 %) anzuwenden, als bei klaren

[1]) Bei grofsen Brücken erhalten am besten die Ständer einen I-förmigen Querschnitt, aus vier Winkeleisen und einem Steg gebildet. Letzterer kann alsdann so oft wie nötig unterbrochen werden, ohne die Steifigkeit des ganzen wesentlich zu beeinträchtigen.

[2]) Bei diesem hat man allerdings in dem Stehblech reichlichen Überschufs an Material, während man bei den in Frage stehenden Gitterwerken das Material genau dem Bedarf anpassen will.

Systemen, wo die Kräfte mit Sicherheit berechnet und die Konstruktionseinzelheiten rationell durchgeführt werden können.

III. Statisch unbestimmte Systeme.

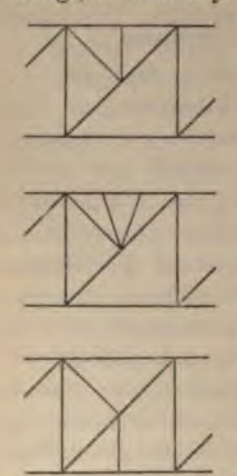
Ist ein vielfaches System statisch unbestimmt, so gelangt am besten das allgemeine Verfahren zur Verwendung. Man nimmt als Unbekannte die Spannkräfte der überzähligen Stäbe an, schreibt der Reihe nach einer von ihnen den Wert $+1\,t$, den übrigen den Wert 0 zu, und zeichnet oder berechnet den vollständigen Verschiebungsplan für jeden dieser Belastungszustände. Um die Elastizitätsgleichungen zu erhalten, betrachtet man der Reihe nach das Fachwerk in dem bereits festgestellten deformierten Zustande infolge der Wirkung einer der statisch nicht bestimmbaren Gröfsen, und schreibt die Gleichung, welche ausdrückt, dafs die Summe der Arbeit aller angreifenden Kräfte gleich Null ist. Es kommen hier auch die statisch nicht bestimmbaren Kräfte in Betracht. Die Arbeit ergibt sich aus dem Vergleich des deformierten mit dem ursprünglichen System. Führt man die Arbeiten der äufseren Kräfte als Produkt der nur algebraisch ausgedrückten Kräfte mal Verschiebungen ein, so wird man auf die Einflufslinien geführt.

Der Elastizitätsgleichungen sind ebensoviele als Unbekannte so dafs die Bestimmung der letzteren möglich ist. Näheres darüber siehe Seite 244.

Bei diesen Untersuchungen setzt man voraus, dafs die Stäbe in den Kreuzungspunkten nicht miteinander verbunden sind, während in der Ausführung meist das Gegenteil geschieht; jedoch nur in dem Fall, dafs mehr als zwei Stäbe durch einen Punkt gehen, hat dieser Umstand einen Einflufs auf das Resultat. Das System von Figur 162 würde z. B. durch Verbindung der Diagonalen mit dem mittleren Stab einfach statisch unbestimmt werden.

43. Zwischensysteme.

Bei weitmaschigen Fachwerken ist man oft genötigt, Zwischensysteme zu konstruieren, um nicht die Gurtungen biegungsfest machen zu müssen, wenn Lasten zwischen den Knoten des Hauptsystems angreifen.


Fig. 168.

Einige gebräuchliche Anordnungen zeigt Fig. 168.

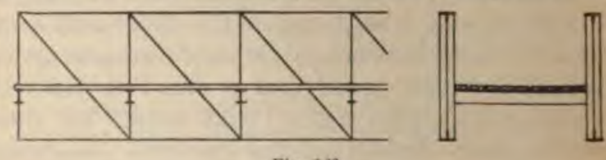
Die Berechnungsart ist immer die gleiche: man betrachtet das Zwischensystem als einen armierten Balken, der auf den Knotenpunkten des Hauptsystems gestützt ist; die Stabkräfte der gemeinschaftlichen Glieder werden schliefslich addiert.

Derartige Konstruktionen sind unzulässig, wenn die Diagonalen des Hauptsystems ganz schlaff sind, es sei denn, dafs man das Zwischensystem durch eine besondere Absteifung gegen jede Ausbiegung aus der Wand sichert.

44. Fachwerke mit unvollständiger Gliederung.

a) Systeme ohne Gurtungen.

Als Träger ohne Gurtungen kann der Windverband der in Fig. 169 skizzierten Brücke betrachtet werden. Die unter den Bohlen liegenden Kreuzdiagonalen sind


Fig. 169.

mit den Pfosten verbunden, die durch ihre Steifigkeit die Kräfte auf die Gurtungen des Hauptträgers

übertragen (eine in jeder Hinsicht mangelhafte Konstruktion).

Ein anderes Beispiel eines solchen Systems ist in Fig. 170 skizziert. Ein Laufkranträger, der in einer gewissen Entfernung von einer Wand liegt, wird durch ein Gitterwerk mit dem Mauerwerk verbunden, wodurch ein Parallelträger mit einer einzigen Gurtung entsteht, denn die Kräfte, welche die Gitterstäbe auf das Mauerwerk übertragen, können direkt nach dem Fundament überführt werden, sie pflanzen sich also nicht von einem Knotenpunkt zum anderen fort, wie bei einem gewöhnlichen Gurt. (Die Adhäsionskraft des Mörtels kann mindestens auf 1 kg/cm² in Anspruch genommen werden; ist die Mauer noch ziemlich hoch über das System geführt, so kann man auch auf die Reibung rechnen.)

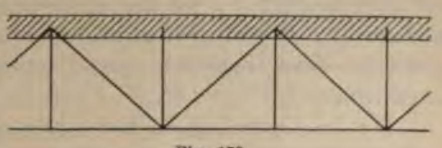


Fig. 170.

In solchen Fällen ist es wichtig, die Kraft zu berechnen, die bei einem Knoten in die Gurtrichtung übertragen werden kann. In den beiden hier angeführten einfachen Beispielen hat man nur die Differenz der Kräfte der angrenzenden ideellen Gurtstäbe zu ermitteln; zweckmäfsig ist die Benutzung einer Einflufslinie (Fig. 171).

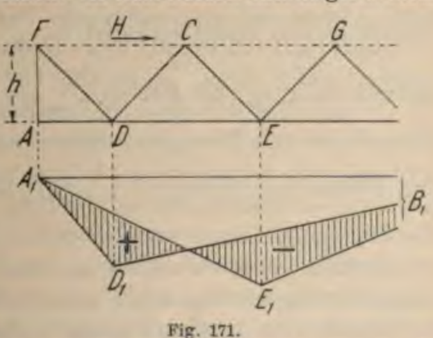


Fig. 171.

Das Dreieck $A_1\,D_1\,B_1$ ist die Einflufslinie der Gurtkraft FC; $A_1\,E_1\,B_1$ diejenige der Kraft CG; die Differenz der beiden stellt die Einflufsfläche der gesuchten Kraft H

dar, die als positiv zu verstehen ist, wenn sie in der Richtung des Pfeiles wirkt. Die negative Fläche einer solchen Einflufslinie ist am gröfsten, wenn der Knoten der fehlenden Gurtung so nahe wie möglich am linken Auflager liegt; am ungünstigsten ist also hier der Knoten *F*, wo die eine Komponente der Diagonalkraft *FD* mafsgebend ist. Man wird also eventuell gut tun, diese Diagonale etwas steiler als die anderen anzuordnen.

Die hier gezeichnete Einflufslinie gilt für Angriffskräfte, die rechtwinklig zum Träger wirken; längs angreifende Kräfte dürfen auf alle in Betracht kommende Knoten *F*, *C*, *G* .... gleichmäfsig verteilt werden; es kommt hinzu ein Kräftepaar, welches den Träger in seiner Ebene zu drehen strebt; die entsprechenden Auflagerkräfte werden von den Giebelwänden aufgenommen.

Bei derartigen Konstruktionen darf man den Einflufs der Temperaturänderungen nicht aufser acht lassen, denn besonders bei langen Trägern können leicht Lockerungen im Mauerwerk eintreten. Zur Berechnung der dabei entstehenden Kräfte ermittelt man den Längenunterschied $\Delta\, l$ der beiden Gurtungen (der Dehnungskoeffizient des Mauerwerks ist $\sim \frac{1}{1400}$ für 100° Temperaturschwankung, so dafs etwa $\frac{1}{1870}$ als Differenz der Dehnungen von Eisen und Mauerwerk zu rechnen ist), und daraus den Wert $f = \frac{l}{8\,h}\, \Delta\, l$ der entsprechenden Durchbiegung. Es ist nun leicht zu ermitteln, welche gleichmäfsig verteilte Belastung imstande wäre, diese Durchbiegung hervorzurufen, oder rückgängig zu machen, wobei man am besten annimmt, dafs der Elastizitätsmodul einer der Gurtungen unendlich grofs sei (für Mauerwerk wäre eigentlich $E = 28$ t/cm²); für diesen Belastungszustand berechnet man die Kräfte.

b) Systeme ohne Diagonalen.

Mufs in einem Gitterträger ein Feld ohne Diagonale bleiben, so wird die Stabilität des Systems dadurch gesichert, dafs ein Gurtstab (oder beide) biegungsfest über zwei oder mehrere Felder durchgeführt wird (Fig. 172). Zur statischen Untersuchung pflegt man anzunehmen, dafs das Hauptsystem eine unendlich grofse Steifigkeit besitzt im Vergleich mit dem auf Biegung beanspruchten Stab. Darnach bestimmt man die Lage des Nullpunktes im Momentendiagramm nach der Formel:

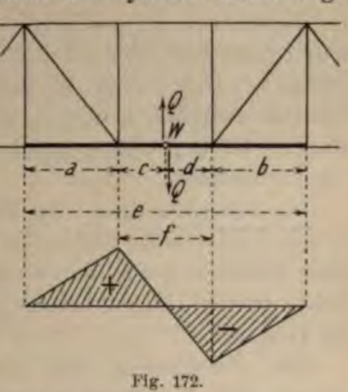


Fig. 172.

$$d = f\,\frac{2\,a + 3\,f}{2\,e + 4\,f}$$

$$\text{oder } c = f\,\frac{2\,b + 3\,f}{2\,e + 4\,f}$$

(im allgemeinen ist $c = d = f/2$). In diesen Punkt kann man sich ein Gelenk eingeschaltet denken, durch das bei einem Feld mit parallelen Gurtungen die ganze Querkraft Q übertragen wird. Die gröfsten Momente in dem biegungsfesten Gurtstab sind $+\,Q\,c$ und $-\,Q\,d$; die Längskräfte der Felder c und d sind gleich und werden am besten auf grund des Momentes für den Mittelpunkt des gegenüber stehenden Gurtstabes berechnet. Die Spannkraft des anderen Gurtes wird aus dem Moment für den Punkt W abgeleitet.

Sind beide Gurtungen biegungsfest, so ist die gleiche Rechnungsart anzuwenden, nur wird die Kraft Q in direktem Verhältnis der Trägheitsmomente auf beide Gurtungen verteilt. Da in der Tat immer beide Gurtungen durchgeführt werden, mufs man immer beide

untersuchen, auch wenn nur eine sehr steif konstruiert wird, denn durch das Biegungsmoment entstehen in der anderen nicht unbeträchtliche Zusatzspannungen.

Theoretisch ist es für die Stabilität genügend, den steifen Gurt nur über zwei Felder zu führen, z. B. über f und b. Der Punkt W liegt alsdann am Fuſs des Ständers zwischen a und f, und das gröſste Biegungsmoment ist $Q f$. Eine solche Anordnung wird man selten wählen.

Die Durchführung des steifen Stabes über mehr als drei Felder nützt wenig, da die Lage von W dadurch kaum geändert wird; der einzige Vorteil, den man erreicht, besteht in der etwas kleineren Nachgiebigkeit des Trägers.

Zur Berechnung der Durchbiegung des ganzen Trägers sind die sonst anwendbaren Verfahren zu benutzen; zur ermittelten Biegungslinie muſs noch diejenige addiert werden, die durch die Nachgiebigkeit der biegungsfesten Gurtstäbe entsteht und in Fig. 173 dargestellt ist. Die Gröſse der gegenseitigen Verschiebung der Punkte m und n ist gleich der Summe der (absolut genommenen) Senkungen des Punktes W, als dem linken, bzw. dem rechten Teil des steifen Stabes angehörend, und mit der Kraft Q belastet. Sind beide Gurtungen in den gleichen Feldern biegungsfest, so wird bei dieser Berechnung nur eine betrachtet, denn durch die Verteilung der Kraft Q ist die andere schon berüchsichtigt. Die Biegungslinie besteht aus dem Linienzug $A\,W_1\,W_2\,B$, wo $W_1\,W_2$ die gegenseitige Verschiebung der Punkte m und n darstellt. Auf der Strecke $A\,W_1$ hat man eine Senkung, auf $W_2\,B$ eine Hebung.

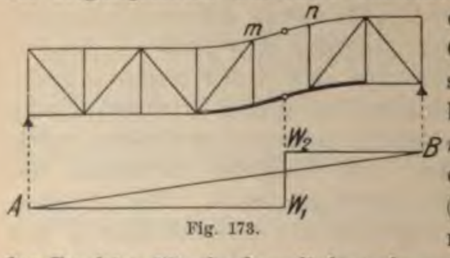


Fig. 173.

Sind die Gurtungen des Feldes ohne Diagonale nicht parallel, so bleibt die Berechnungsart wie früher, nur muſs man die Lage der Nullpunkte der Momentenfläche nach einer anderen Formel bestimmen. Es ist mit genügender Annäherung (Fig. 174):

Fig. 174.

$$\varrho = \frac{m+n}{m-n}\frac{f}{2} \qquad b = \frac{f}{2} + \varepsilon \qquad c = \frac{f}{2} - \varepsilon$$

$$\varepsilon = f\,\frac{\frac{f^2}{2\varrho} + \frac{f}{2\varrho}(a+d) - (a-d)}{6f + 2(a+d) - \frac{2f}{\varrho}(a-d)}.$$

Es ist dabei einerlei, ob die Gurtungen geknickt oder stetig gekrümmt sind; die Längen sind immer schräg zu messen; die in den gedachten Gelenken wirkende Kraft Q' ist nicht ohne weiteres gleich der in dem betreffenden Feld vorkommenden Querkraft Q; vielmehr ist: $Q' = Q - O\sin\alpha - U\sin\beta$, wo O und U die absoluten Werte der Gurtkräfte sind.

Diese Berechnungsart kann nur als eine angenäherte gelten, denn in der Tat sind alle Knoten starr, und die Gurtstäbe gehen meistens mit vollem Profil durch viele Felder, so daſs sich mehrere Stäbe an der Übertragung der Kraft Q beteiligen. Man überschätze aber die hierdurch bedingte Entlastung nicht und dimensioniere die biegungsfesten Stäbe reichlich, damit die Nachgiebigkeit des Trägers nicht zu groſs wird.

Die genaue Untersuchung dieser und ähnlicher Fälle gehört ins Gebiet der Nebenspannungen. Die angegebene Lösung (wobei immer der gröſste Wert von Q zu berücksichtigen ist) genügt aber für die Praxis vollständig. Man versäume jedoch nicht die Durchbiegung des Trägers zu untersuchen und zwar unter

der Annahme einer nicht zu kleinen Querkraft Q, wenn diese auch mit der Belastung für die gröfsten Momente im Hauptsystem nicht im Einklang steht.

Man hat mitunter Träger ganz und gar ohne Diagonalen konstruiert (Fig. 175). Zur angenäherten Berechnung nimmt man an, dafs auf der Hälfte jedes Stabes, mit Ausnahme eines beliebigen Ständers (am besten in der Mitte) je ein Gelenk liegt. Für die Berechnung der Stabkräfte benutzt man die Momente in bezug auf die Gurtgelenke; die Ständer müssen die Differenz der Querkräfte der angrenzenden Felder übertragen. Die Querkräfte, auf die Gurtgelenke wirkend, liefern die Momente der Gurtungen. Die Gleichgewichtsbedingungen jedes T-förmigen Stückes führen schliefslich zur Bestimmung der Querkräfte für die Ständer, woraus sich die betreffenden Momente ergeben.

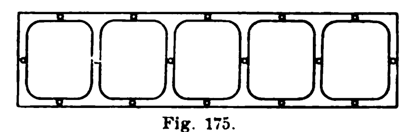


Fig. 175.

Die genaue Untersuchung eines in so hohem Grade statisch unbestimmten Systems ist erst dann möglich, wenn die Form und die Abmessungen genau bekannt sind; ob aber die Ergebnisse der langwierigen Berechnung als wirklich genau angesehen werden dürfen, erscheint im allgemeinen fraglich.

V. ABSCHNITT

RÄUMLICHE FACHWERKE.

45. Allgemeines.

Jedes geometrische Polyeder kann als Grundform für ein räumliches Fachwerk benutzt werden; die Kanten werden durch Stäbe, die Ecken durch Knoten ersetzt. Werden nun alle Seitenflächen durch Hinzufügung der nötigen Anzahl von Diagonalen starr gemacht, so ist das ganze System stabil und statisch bestimmt.

Ein beliebig im Raume gewählter Punkt ist fest mit einem solchen System verbunden, wenn er durch drei nicht in einer Ebene liegende Stäbe an demselben angeschlossen wird.

Zur starren Verbindung zweier solcher Systeme sind sechs Stäbe erforderlich, von denen nicht mehr als drei in einer Ebene liegen und nicht mehr als drei durch einen Punkt gehen dürfen.

Zur Auflagerung sind demgemäfs mindestens drei Lager nötig, nicht in einer Geraden liegend, das eine fest (drei Seitenkräfte der Reaktion möglich), das zweite auf einer Linie geführt (zwei Seitenkräfte der Reaktion bestimmt), und das dritte auf einer Fläche beweglich (eine Seitenkraft der Reaktion bestimmt); die sechs

Auflagerungsbedingungen können auf verschiedene Arten erfüllt werden; die Führungen der Lager sind aber insofern nicht ganz willkürlich, als in jedem Fall untersucht werden mufs, ob nicht eine von ihnen die geometrische Folge der anderen ist.

Jeder Knotenpunkt liefert drei Gleichgewichtsbedingungen; ein räumliches Fachwerk mit k Knoten und s Stäben kann also nur dann stabil und statisch bestimmt sein, wenn zunächst die Bedingung $s + 6 = 3\,k$ erfüllt ist, und aufserdem die Lage aller Knotenpunkte durch die Länge der Stäbe und die allgemeine Anordnung eindeutig bestimmt ist.

Fast alle in Betracht kommenden Fachwerke sind durch sogenannte Ringe (geschlossene Reihen von wagerechten Stäben) in mehrere Geschosse oder Stockwerke geteilt. Denkt man sich ein geschlossenes Polyeder dieser Art unmittelbar unter einem Ring durch eine wagerechte Ebene geschnitten, so bildet der obere Teil ein System, welches stabil ist, falls $n + 3$ Auflagerungsbedingungen erfüllt sind, wenn der Ring n Knoten besitzt. Man kann z. B. 3 Knoten auf je einer Geraden, alle übrigen auf einer Fläche führen.

Macht man aber alle Knoten fest, unter Fortlassung sämtlicher Ringstäbe, so ergeben sich $3\,n$ Auflagerungsbedingungen, während nur $n + 3$ erforderlich sind, und n Stäbe fortgefallen sind; es bleiben also

$$3\,n - (n + 3) - n = n - 3$$

überzählige Stäbe, und das System ist $(n - 3)$fach statisch unbestimmt; die statische Bestimmtheit kann durch Fortlassung ebensovieler Stäbe erzielt werden. Bei Systemen, wo alle Ringe die gleiche Anzahl von Knoten aufweisen, wird dies einfach dadurch erreicht, dafs man das System durch eine zweite wagerechte Ebene schneidet und zwar unmittelbar oberhalb eines Ringes; zur Versteifung desselben wären nun eben $(n - 3)$ Diagonalen erforderlich, die fortbleiben. Das

so erhaltene Fachwerk, mit einer beliebigen Anzahl von Stockwerken, ist also stabil und statisch bestimmt, wenn:

1. alle Fufspunkte fest aufgelagert sind;
2. der obere Ring offen bleibt, d. h. nicht versteift ist.

Aus dieser Grundform werden die wichtigsten räumlichen Systeme abgeleitet.

Bei der Untersuchung räumlicher Fachwerke ist es unerläfslich, sich über deren statische Bestimmtheit und Stabilität zu orientieren, denn Ausnahmefälle treten häufig auf und sind nicht immer leicht zu entdecken. Erst durch die Berechnung der Stabkräfte sieht man mitunter, dafs das System unbrauchbar ist, wie z. B. die in Fig. 176 dargestellte vierkantige Kuppel. Man erkennt leicht, dafs das Fachwerk in die punktierte Form übergehen kann, ohne dafs die Stäbe ihre Länge ändern, obwohl das System die richtige Anzahl von Stäben enthält (Föppl). Das obere Viereck wird im allgemeinen bei der Formänderung windschief, und seine Diagonalen ändern ihre Länge nicht unwesentlich. Das System wird also brauchbar, wenn man die vier oberen Knoten zu Füfsen einer vierseitigen Pyramide macht, oder eine Diagonale in das obere Viereck einschaltet. Das Fachwerk enthält alsdann einen Stab zu viel. Ist der Grundrifs einer solchen Kuppel unregelmäfsig, oder besteht er aus einer ungeraden Anzahl von Seiten, so ist Stabilität vorhanden. Man erkennt aber, dafs, wenn die Seitenzahl sehr grofs ist, das kinematisch stabile System doch unbrauchbar wird, denn bei gewissen Belastungen treten in den Stäben unverhältnismäfsig grofse Kräfte auf; ähnliches geschieht,

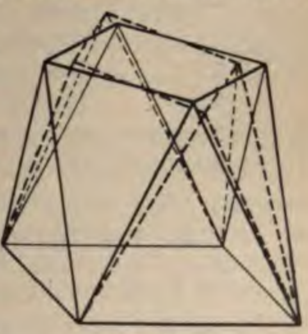


Fig. 176.

wenn der vierseitige Grundrifs von einem Rechteck wenig verschieden ist.

Es gibt auch Fälle, wo die Verteilung der Kräfte ohne weiteres angegeben werden kann, obwohl das Fachwerk theoretisch statisch unbestimmt ist, wie z. B. bei der in Fig. 177 dargestellten vierkantigen Pyramide. Das System enthält einen Stab zu viel; trotz alledem ist die Berechnung der Stabkräfte (bei symmetrischer Konstruktion auch in bezug auf die Stabquerschnitte) ohne weiteres möglich, denn jede auf der Spitze angreifende Kraft kann in drei Seitenkräfte nach den Symmetrieachsen zerlegt werden, deren Verteilung auf die Sparren nicht zweifelhaft sein kann.

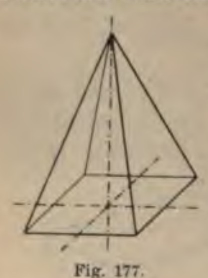


Fig. 177.

46. Ermittelung der Stabkräfte.

Jeder Knotenpunkt eines räumlichen Fachwerkes liefert drei Gleichgewichtsgleichungen zwischen inneren und äufseren Kräften. Man kommt am schnellsten zu diesen Gleichungen durch Projektion des Systems auf eine beliebige Ebene; für diese Projektion sind nun die Gesetze des ebenen Fachwerkes anwendbar, und man kann leicht für jeden Knoten zwei Gleichungen aufstellen (Seite 143). Die dritte Gleichung ergibt sich aus der Projektion aller Kräfte auf eine Gerade, welche nicht in der zuerst angewendeten Ebene liegt, worauf die Summe aller projizierten Kräfte gleich Null sein mufs. Von Punkt zu Punkt schreitend, kann man sämtliche Stabkräfte ermitteln. Dieses Verfahren führt immer zum Ziel, erfordert im allgemeinen nur die Lösung von Systemen von Gleichungen mit wenigen Unbekannten; in der Praxis ist es besonders vorteilhaft, in dem Falle, wo von einer Gruppe von Stäben alle, aufser einer einzigen, in einer Ebene liegen, denn

diese kann sofort berechnet werden durch die Projektion sämtlicher Kräfte auf eine Senkrechte zur Ebene.

Gelingt es, das Fachwerk in zwei Teile zu trennen durch einen Schnitt, der nur sechs Stäbe trifft, so können die betreffenden Spannkräfte dadurch bestimmt werden, daſs man die auſserhalb des Schnittes angreifenden Kräfte nach den Richtungslinien der sechs geschnittenen Stäbe zerlegt; zu diesem Zwecke benutzt man die sechs Gleichgewichtsbedingungen für räumliche Kraftsysteme (Seite 56). Diese im allgemeinen Fall sehr lange und umständliche Berechnung ist in vielen praktischen Fällen ziemlich einfach und erlaubt die Schwierigkeiten zu überwinden, auf die man bei der Anwendung anderer Verfahren stöſst.

Einfach und übersichtlich ist es, von Punkt zu Punkt schreitend, jede äuſsere Kraft nach den Richtungen der dort zusammenlaufenden Stäbe graphisch zu zerlegen, was immer möglich ist für alle Knoten, von denen nicht mehr als drei unbekannte Kräfte ausgehen.

Alle bekannten Kräfte setzt man zu einer einzigen OP zusammen (Fig. 178) und zieht PZ parallel zu Z. Um den Schnittpunkt der Geraden PZ mit der Ebene xy zu finden, bringt man auf einer der Projektionen die Gerade PZ mit den Geraden x und y in S und T zum Schnitt, und projiziert diese Punkte in S' und T'. Die Gerade S' T' schneidet P' Z' in dem gesuchten Punkt Z', den man wieder nach Z projiziert. Die Strecke PZ stellt die Projektion der Kraft Z dar. Die Strecke ZW, parallel zu y, bestimmt den

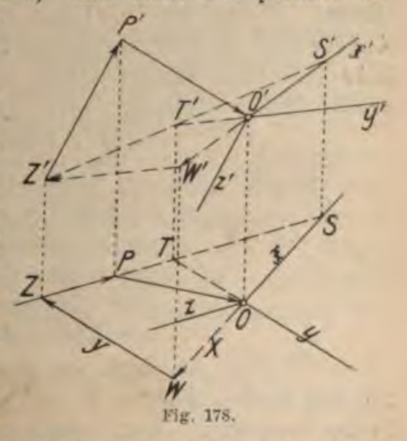


Fig. 178.

Punkt W auf der Geraden x; es sind hiermit die Projektionen ZW und WO der beiden anderen Kräfte y und x bestimmt. Die Lösung läfst viele Varianten zu, so dafs auf alle Fälle eine bequeme und genaue Konstruktion möglich ist. Die eingetragenen Pfeile (wie beim Cremona-Plan in der Ebene) geben die Richtung der in den Stäben auftretenden Kräfte an. Hier sind z. B. alle drei Kräfte x, y, z negativ, denn alle Pfeile zeigen Richtungen nach dem Knotenpunkt.

Es gelingt nicht immer, die Kräftepolygone so aneinander zu reihen, wie für einen Cremona-Plan in der Ebene; jedenfalls wäre dazu mehr Arbeit erforderlich, als das Resultat wert ist. Klarer und praktischer ist es, die Polygone für jeden Punkt getrennt zu halten.

Bei gewissen Systemen mufs man sich helfen durch die Beseitigung einiger Stäbe und Einschaltung ebenso vieler am geeigneten Platz, wie es bei vielfachen Systemen geschieht (Seite 197). In einzelnen Fällen sind die Formeln auf Seite 224 anwendbar.

Bei dieser Untersuchung leistet folgender Satz gute Dienste: Wenn die in einem Punkt angreifenden Kräfte sich in zwei Gruppen teilen lassen, deren jede in einer Ebene liegt, so fällt die Mittelkraft jeder Gruppe mit der Schnittgeraden beider Ebenen zusammen.

Fig. 179.

Greifen in einem Punkt nur vier Kräfte an, so ist dieser Satz immer anwendbar. Schneidet man die beiden Geraden R und S (Fig. 179) mit einer Ebene, die parallel zur Ebene der Geraden P und Q liegt, so wird damit das Verhältnis der beiden Kräfte R und S nach Zeichen und Gröfse festgelegt. Durch wiederholte Anwendung dieses Satzes sind gewisse Aufgaben auf ganz einfache Weise zu lösen.

Beispiel. Das in Fig. 180 dargestellte räumliche Fachwerk habe in A ein festes Lager; der Punkt B sei auf einer Geraden geführt; die anderen unteren Ecken C, D und E seien auf einer Ebene geführt. Wir haben hiermit $3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 8$ Auflagerungsbedingungen. Das System hat 10 Knoten und 22 Stäbe; es ist $3 \cdot 10 = 22 + 8$; es kann hiernach statisch bestimmt und stabil sein. Wenn eine Kraft P in einem oberen Knotenpunkt angreift, so können leicht alle Stabkräfte wie folgt bestimmt werden. Man geht von einem oberen Knoten aus, der neben dem belasteten liegt; da derselbe unbelastet ist, so hat man nur vier Kräfte, und das vorige Prinzip ist gleich anwendbar. Man schreibt der Stabkraft 1 einen willkürlichen Wert zu und bestimmt der Reihe nach die Stabkräfte 2, 3, 4 und 5, am besten graphisch, denn das Kraftpolygon läfst sich durch Parallelen an den Seiten des unteren Fünfecks leicht konstruieren. So ermittelt man nach Gröfse und Zeichen das Verhältnis der Kräfte 1 und 5, und ist alsdann imstande, die Kraft P nach den Richtungen der vier dort angeschlossenen Stäbe zu zerlegen, wodurch die Bestimmung aller Stabkräfte ermöglicht wird[1]). Es ergibt sich aus der Konstruktion selbst, ob das Fachwerk brauchbar ist oder nicht, indem in einzelnen Fällen einige Kräfte sehr grofs werden oder nicht genau zu ermitteln sind, weil die betreffenden Geraden sich zu spitz schneiden.

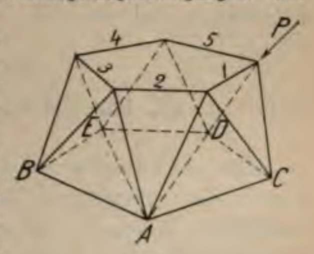


Fig. 180.

Abgesehen von den vielfach angewendeten Gegendiagonalen sind im räumlichen Fachwerk sehr oft überzählige Stäbe, d. h. das System ist statisch unbestimmt. Man greift meistens zu vereinfachenden Annahmen, indem man in gewissen Punkten die Kräfte nach Gefühl verteilt oder den Einflufs gewisser Kräfte auf einige Stabgruppen vernachlässigt. Eine genaue Berechnung läfst sich durch verschiedene Verfahren durchführen, sie ist aber in den meisten Fällen äufserst umständlich und nicht ohne weiteres unanfechtbar, weil die Steifigkeit der Knoten (welche theoretisch als Kugelgelenke wirken sollten) einen nicht zu vernachlässigenden Einflufs hat.

In vielen Fällen mufs man die Wirkung der Temperaturänderungen, sowie der eventuellen Verschiebung der Lager, der Einspannungen von Füfsen usw. unter-

[1]) Verfahren von Föppl.

suchen, um sich zu überzeugen, daſs dadurch keine zu hohen Kräfte entstehen, welche die Anker eines festen Lagers ausreiſsen würden, einen Lagerquader verschieben könnten u. dgl. m.

47. Die Schwedlersche Kuppel.

Die Schwedlersche Kuppel kennzeichnet sich durch die Anordnung der Hauptglieder (Sparren) in vertikalen Ebenen, die durch die Achse des Bauwerkes gehen, ferner durch die Lage der Verbindungsglieder (Ringe) in horizontalen Ebenen. In allen Knotenpunkten werden bei der Berechnung Kugelgelenke vorausgesetzt; alle Felder sind durch Diagonalen (selten druckfähig, meistens in Verbindung mit Gegendiagonalen) abgesteift. Das Fachwerk ruht auf einer Reihe fester Lager; es ist somit stabil und statisch bestimmt, nur wenn der obere Ring offen bleibt, d. h. keine Diagonalen erhält.

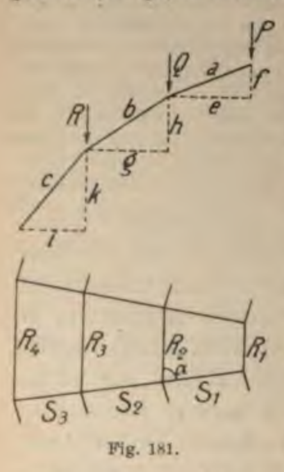


Fig. 181.

Zur Berechnung der Stabkräfte gibt es einfache Formeln nur für Kuppeln auf regelmäſsigem Grundriſs und für Belastungen, welche über jeden Ring gleichmäſsig verteilt sind. In diesem Falle sind nämlich alle Diagonalen spannungslos, und die Stabkräfte lassen sich leicht aus den Gleichgewichtsbedingungen jedes Knotenpunktes ableiten. Sind P, Q, R.... die Knotenlasten für die verschiedenen Ringe und α der Winkel der Ringglieder mit den Sparren (in der Projektion gemessen), so hat man für die Stabkräfte (Fig. 181):

$$S_1 = -P\frac{a}{f}$$
$$S_2 = -(P+Q)\frac{b}{h}$$
$$S_3 = -(P+Q+R)\frac{c}{k} \text{ usw.}$$
$$R_1 = -\frac{1}{2\cos\alpha}P\frac{e}{f}$$
$$R_2 = \frac{1}{2\cos\alpha}\left[P\frac{e}{f}-(P+Q)\frac{g}{h}\right]$$
$$R_3 = \frac{1}{2\cos\alpha}\left[(P+Q)\frac{g}{h}-(P+Q+R)\frac{i}{k}\right] \text{ usw.}$$

Für den Fufsring fällt das negative Glied in den eckigen Klammern fort.

Man ersieht aus diesen Formeln, dafs die Sparren am stärksten gedrückt sind, wenn die ganze Kuppel belastet ist, dafs der obere Ring immer gedrückt ist, während jeder andere Ring am stärksten gezogen ist, wenn der innere Teil der Kuppel voll belastet ist, der Ring selbst und der äufsere Teil dagegen unbelastet; im umgekehrten Fall wird der Ring am stärksten gedrückt.

Soll der gröfste Druck der Sparren überall den gleichen Wert aufweisen, so mufs sein:

$$P\frac{a}{f} = (P+Q)\frac{b}{h} = (P+Q+R)\frac{c}{k} = \ldots.$$

Hat man also eins der Verhältnisse $\frac{\text{Stablänge}}{\text{Steigung}}$ festgestellt, so kann man die anderen darnach berechnen und so die Form der Meridianlinie ermitteln.

Ebenso kann man sich eine andere Bedingung vornehmen, z. B. dafs für die mittleren Ringe die kleinste Kraft = Null wird (eine rein theoretische Möglichkeit), und die entsprechende Form der Kuppel bestimmen.

Die ungünstigste Lastverteilung für die Diagonalen ist eine streifenartige, so dafs abwechselnd ein Sparren möglichst viel, der nächste möglichst wenig, der dritte wieder möglichst viel belastet wird usw. Eine so un-

günstige und unwahrscheinliche Belastung braucht im allgemeinen nicht berücksichtigt zu werden; nötigenfalls kann die Untersuchung sehr leicht durchgeführt werden, indem man einen Sparren als ganz belastet, im übrigen aber die Kuppel unbelastet annimmt. Nach der Bestimmung der Spannkräfte addiert man diejenigen der Stäbe des ersten Streifens zu denen des dritten, des fünften usw.; ebenso addiert man diejenigen des zweiten Streifen zu denen des vierten, des sechsten usw. Die zulässige Beanspruchung kann in solchen Fällen sehr hoch angenommen werden, 1,6 bis 1,8 t/cm².

Im allgemeinen wird man sich wohl darauf beschränken, den Einfluſs des Winddruckes und einer einseitigen Schneebelastung zu untersuchen (häufig wird die letztere durch einen höheren Winddruck berücksichtigt, was jedoch nicht einwandfrei ist). Um den Winddruck zu bestimmen, denkt man sich das in Betracht kommende Element der Kuppelfläche um eine vertikale Achse gedreht, bis es dem Wind die gröſste mögliche Angriffsfläche bietet; ist α der Winkel, um welchen es gedreht wurde, β der Winkel der Windrichtung mit der Fläche F nach der Drehung, so ist der Winddruck normal zur Fläche: $W = w\,F \sin\alpha \sin\beta$. Nach dieser Formel kann man die Belastung der einzelnen Sparren berechnen (der Druck des Windes auf die Laterne darf nicht unberücksichtigt bleiben), worauf die Ermittelung der Stabkräfte folgen kann[1]).

Verschiedene Wege führen zum Ziele. Man kann zuerst den Einfluſs einer Kraft = 1 der Reihe nach in jedem Knotenpunkt eines Sparrens untersuchen; dank der Symmetrie des Systems ist es alsdann möglich, die Stabkräfte für eine beliebige Belastung zu berechnen. Man kann ebensogut einen ganzen Sparren belastet voraussetzen und die Kräfte darnach bestimmen. Unter

[1]) Wenn man den Einfluſs einer einseitigen Schneedecke getrennt untersuchen will, achte man darauf, daſs dieselbe nicht plötzlich auf einem Meridian zu Null wird, sondern allmählich abnimmt.

der meistens ziemlich zutreffenden Annahme, dafs die Belastung eines Sparrens aus der eines anderen durch Multiplikation mit einem gewissen Koeffizienten abgeleitet werden kann, lassen sich alle Stabkräfte ermitteln. Der Einflufs der Drucke der Laternenständer mufs besonders berechnet werden. Schliefslich kann man den wirklichen Belastungszustand auf einmal untersuchen, was im allgemeinen am schnellsten zum Ziel führt.

Für diese Berechnung ist das allgemeine graphische Verfahren wohl am Platz. Man merke sich dabei, dafs bei gewissen Belastungen einige Stäbe spannungslos bleiben. In der Fig. 182 sind alle Stäbe, welche durch eine Last in A beansprucht werden, dick ausgezogen.



Fig. 182.

Man ermittelt die Stabkräfte 1, 2 und 3 durch Zerlegung der in A angreifenden äufseren Kraft nach den drei Stabrichtungen (Seite 215); ebenso leicht findet man die Kräfte der Stäbe 4, 5, 6, ferner die Kräfte 7 und 8, wodurch die Ermittelung von 9, 10 und 11 ermöglicht wird. Nun bestimmt man der Reihe nach die Gruppen 12, 13 und 14, 15, 16. Die Stäbe 18, 19 und 20 liegen in einer Ebene; die Resultante von 13 und 15 wird also zerlegt parallel zu dieser Ebene und zum Stab 17, so ist diese letzte Kraft ermittelt; man kann nun weiter zur Gruppe 21, 22, 23 und schliefslich zu 24 und 25 übergehen. — Nun werden aus der Kraft 6 die

drei: 28, 29 und 30 abgeleitet; aus den 11, 5 und 28 die drei 26, 27 und 31, ferner 32, 33 und 20; dann 18 und 19.

Die Lösung der Aufgabe ist nicht schwieriger, wenn mehrere Punkte gleichzeitig belastet sind; namentlich symmetrische Belastungen in bezug auf einen Sparren lassen sich ohne Schwierigkeit behandeln. Die zwei Aufgaben, die immer wieder vorkommen, sind:

1. Zerlegung einer Kraft nach drei Richtungen, die durch einen Punkt gehen, aber nicht in einer Ebene liegen;
2. Zerlegung einer Kraft nach den Richtungen einer Geraden und einer Ebene, welche die Gerade nicht enthält.

Erschwerend wirkt der Umstand, dafs man im allgemeinen mit schlaffen Diagonalen und Gegendiagonalen zu tun hat, denn es ist nicht immer möglich, von vornherein anzugeben, welche von den beiden tätig ist. Am besten setzt man voraus, dafs alle Diagonalen druckfest sind und führt dann die Rechnung zu Ende; für alle Felder, wo die Diagonale gedrückt wird, ist eine Berichtigung erforderlich. Wenn man in einem trapezförmigen Fachwerk (Fig. 183) eine Diagonale d' einschaltet, deren Spannkraft (Zug) durch die Länge d' dargestellt ist, so entstehen in den Aufsenseiten Druckkräfte, in den anderen Diagonalen aber eine Zugkraft. Aus der Figur selbst kann man alle diese Kräfte abgreifen, denn sie sind durch die Längen der betreffenden Stäbe dargestellt, mit der einzigen Ausnahme, dafs die Parallelseiten unter sich vertauscht werden (die Länge a entspricht der Kraft von b und umgekehrt). Der Einflufs dieser Belastung bleibt (bei statisch bestimmten Systemen) auf das Trapez beschränkt. Auf grund dieser Betrachtungen ist es leicht, eine gedrückte Diagonale durch eine gezogene Gegendiagonale zu ersetzen, indem man

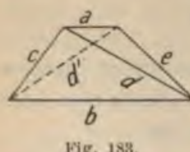


Fig. 183.

die letztere mit einer solchen Spannkraft einschaltet, dafs die erstere spannungslos wird.

Für solche, die lieber rechnen als zeichnen, werden die in folgender Tabelle angegebenen Formeln nützlich sein. Dieselben setzen voraus, dafs der Grundrifs der Kuppel ein regelmäfsiges Vieleck ist. Die eingeklammerten Buchstaben bedeuten die wirklichen Stablängen, im Gegensatz zur Länge der Projektionen. Die Auflagerreaktionen liefern die Belastung für die weiteren angeschlossenen Elemente.

Man berechnet zuerst die Längen der Hilfsgeraden (Fig. 184 und 185):

$$k = \frac{r(s-r)}{2a}; \; t = \sqrt{r^2 - k^2}; \; m = s\frac{s-r}{a} = \frac{2ks}{r}; \; h' = h\frac{m}{a}.$$

Fig. 184. Fig. 185.

(Siehe Tabelle Seite 224.)

Die Kraft H_B liefert die Komponenten $H' = H_B\frac{t}{r}$ radial und $T' = H_B\frac{k}{r}$ tangential.

Als Kontrolle empfiehlt es sich, ein beliebiges Stück der Kuppel auszuschneiden und mindestens eine der sechs Gleichgewichtsbedingungen aufzustellen.

Oberer Ring	links	S_1	$P\frac{s}{h'}$	$H\frac{s}{m}$	$-T\frac{r}{2t}$	$-P\frac{ar}{2hk}$	$-H\frac{r}{2k}$	$-T\frac{r}{2t}$
	rechts	S_2		—	—	$-P\frac{ar}{2hk}$	$-H\frac{r}{2k}$	$+T\frac{r}{2t}$
Sparren	links	S_3	$P\frac{[a]}{h'}$	$-H\frac{[a]}{m}$	$-T\frac{[a]r}{2st}$	$-P\frac{a[a]}{hm}$	$-H\frac{[a]}{m}$	$-T\frac{[a]r}{2st}$
	mitte	S_4	$P\left(\frac{[a]}{h'}-\frac{[a]}{h}\right)$	$+H\frac{[a]}{m}$	$-T\frac{[a]r}{2st}$	$-P\frac{[a]}{h}$	—	
	rechts	S_5	—	—	—	$-P\frac{a[a]}{hm}$	$-H\frac{[a]}{m}$	$+T\frac{[a]r}{2st}$
Diagonalen	links	S_6	$+P\frac{[d]}{h'}$	$+H\frac{[d]}{m}$	$+T\frac{[d]r}{2st}$	$+P\frac{a[d]}{hm}$	$+H\frac{[d]}{m}$	$+T\frac{[d]r}{2st}$
	rechts	S_7	$-P\frac{[d]}{h'}$	$-H\frac{[d]}{m}$	$-T\frac{[d]r}{2st}$	$+P\frac{a[d]}{hm}$	$+H\frac{[d]}{m}$	$T\frac{[d]r}{2st}$
Unterer Ring	links	S_8	$+P\frac{s-r}{2h'}$	$+H\frac{s-r}{2m}$	$+T\frac{r(s-r)}{4st}$	$+P\frac{a^2}{2hs}$	$+H\frac{a}{2s}$	$+T\frac{ak}{2st}$
	rechts	S_9	$+P\frac{s+r}{2h'}$	$+H\frac{s+r}{2m}$	$-T\frac{r(s+r)}{4st}$	$P\frac{a^2}{2hs}$	$+H\frac{a}{2s}$	$T\frac{ak}{2st}$
Vertikale Reaktionen	links	B	$+P\frac{a}{m}$	$+H\frac{h}{m}$	$+T\frac{rh}{2st}$	$+P\frac{a}{m}$	$+H\frac{h}{m}$	$+T\frac{hr}{2st}$
	mitte	A	$+P\left(1-\frac{2a}{m}\right)$	$-H\frac{2h}{m}$	—	$P\left(1-\frac{2a}{m}\right)$	$H\frac{2h}{m}$	
	rechts	C	$+P\frac{a}{m}$	$+H\frac{h}{m}$	$T\frac{rh}{2st}$	$+P\frac{a}{m}$	$H\frac{h}{m}$	$T\frac{hr}{2st}$
Horizontale Reaktionen	links	H_B	$-P\frac{at}{rh'}$	$-H\frac{at}{mr}$	$+T\frac{a}{2s}$	$P\frac{at}{rh}$	$-H\frac{at}{mr}$	$T\frac{a}{2s}$
	mitte	H_A	$-P\frac{4a-m-2k}{2h'}$	$H\frac{4a+m+2k}{2m}$	—	$P\frac{4a-m-2k}{2h}$	$H\frac{4a-m-2k}{2m}$	
	rechts	H_C	$+P\frac{at}{rh'}$	$H\frac{at}{mr}$	$-T\frac{a}{2s}$	$-P\frac{at}{rh}$	$H\frac{at}{mr}$	$T\frac{a}{2s}$
Tangentialkraft		T	—	—	T	—		T

Die Schwedlersche Kuppel mit unversteiftem Laternenring ist wohl statisch stabil; sie ist aber (besonders bei kleiner Pfeilhöhe) wenig geeignet zur Aufnahme von konzentrierten oder einseitigen Lasten, die z. B. durch den Winddruck auf eine hohe und schmale Laterne entstehen. Um starke Formänderungen zu vermeiden, empfiehlt es sich, durchgehende Sparren anzuordnen, und den Laternenring als in seiner Ebene und senkrecht dazu kinematisch starre Scheibe auszubilden. Das System wird dadurch in hohem Grade statisch unbestimmt, und die Berechnung stöfst auf grofse Schwierigkeiten. Am besten ermittelt man die Kräfte wie für ein statisch bestimmtes Fachwerk und berücksichtigt die tatsächlich stattfindende günstigere Verteilung der Kräfte durch eine höhere Beanspruchung des Materials. Es ist ratsam, besonders wenn starke einseitige Belastung in Betracht kommt, die Anzahl der Sparren auf das äufserste zu reduzieren, auch wenn dadurch die Einschaltung von Zwischensystemen erforderlich wird. Auf die Gefahr des »Auftriebes« für unbelastete Sparrenteile ist auch zu achten.

Die Steifigkeit der Knotenpunkte übt, besonders bei Kuppeln mit sehr grofser Seitenzahl, einen ziemlich grofsen Einflufs aus, so dafs die gewöhnliche Berechnungsart nur als eine (erfahrungsgemäfs genügende) Annäherung betrachtet werden kann. Die Formänderung des Systems ist im allgemeinen nicht übermäfsig grofs, was teils der Steifigkeit der Knoten, teils dem Umstand zuzuschreiben ist, dafs die einseitigen Belastungen nicht so ungünstig verteilt und vielleicht auch nicht so grofs sind wie man annimmt.

Praktische Angaben.

Die geometrische Form der Kuppel auf einem kreisrunden Grundrifs ist eine Umdrehungsfläche, deren Meridianlinie nach der Bedingung, dafs sie die Gleichgewichtsform für die über den Grundrifs gleichmäfsig verteilte Last darstellt, eine kubische Parabel der Form $\frac{y}{H} = \frac{x^3}{R^3}$ sein

sollte; da aber in dem mittleren Teil die Spannkräfte der Ringe darnach sehr grofs sein würden, so läfst man meistens die Kurve in dem oberen Teil (auf ca. $^3/_4$ der Höhe) in eine quadratische Parabel übergehen. Es ist indes nicht nötig, sich streng an diese Form zu halten.

Bei flachen Kuppeln findet man die Höhe zwischen $^1/_6$ und $^1/_8$ des Durchmessers. Fast immer wird in der Mitte eine Laterne angeordnet, deren Durchmesser $^1/_5$ bis $^1/_6$ desjenigen des Fufsringes beträgt.

Die Entfernung der Meridiane auf dem Fufsring wählt man etwa $2{,}7 + \frac{D}{25}$ m. Darnach bestimmt man die Anzahl der Sparren (immer durch 4 teilbar). Die Parallelkreise (horizontalen Ringe) werden so gelegt, dafs sie im Grundrifs ziemlich gleichweit voneinander entfernt liegen und zwar ungefähr um $1{,}2 + \frac{R}{14}$ m.

Die Wandhöhe der Laterne kann etwa $^1/_4$, die Höh ihres konischen Daches etwa $^1/_{10}$ ihres Durchmesse gewählt werden. Die Anzahl der Sparren macht ma zweckmäfsig halb so grofs als bei der Hauptkuppel.

Sämtliche Felder der Kuppel und die Wände de Laterne erhalten Diagonalen und Gegendiagonalen, a einfachem Flacheisen bestehend. Es empfiehlt sic besonders bei flachen Kuppeln, alle Diagonalen er fest anzuschliefsen, wenn die Kuppel schon die voll ständige Last trägt. Hierdurch vermeidet man, dafs si schlaff hängen (infolge der Verkürzung der Sparren wobei sie erst dann in Tätigkeit kämen, nachdem da Bauwerk eine nicht unbeträchtliche Formänderung e litten hat. Die Knicksicherheit der Sparren wird mei durch die steife Dachhaut erreicht.

Als Deckungsmaterial kommen nur Teerpappe, Zin oder Kupfer auf Holzschalung in Frage, selten Wel blech. Hiernach hat man als Eigengewicht etwa 70 kg/m und für zufällige Last etwa 100 kg/m², auf die Grund fläche bezogen.

Für die gleichmäfsig verteilte Belastung kann man 1 t/cm² Spannung zulassen, für einseitige Schneelast und Wind 1,2—1,3 t/cm².[1]) Das Eisengewicht einer Kuppel beträgt ungefähr $\frac{D}{20}\left(\frac{D^2}{100}+11\right)-\left(\frac{D^2}{100}+3\right)$ t (D in Metern.) Es kommt hinzu das Gewicht der Laterne vom Durchmesser D' (in Metern) $0{,}22\,D'^2+0{,}170$ t.

Die Sparren macht man oft stetig gekrümmt aus zwei Winkeleisen mit hohem Stehblech dazwischen; auf der äufseren Leibung befestigt man die Pfetten und darauf die Verschalung, etwa 2,5 cm stark. Bei polygonalen Sparren wird die runde Form durch eine entsprechende Holzunterlage hergestellt.

Die Berechnung setzt voraus, dafs der untere Ring fehlt, wofür aber alle Lager fest sind. Man kann sie aber alle als Gleitlager ausführen und sie, um den Schub aufzuheben, mit einem Ring verbinden.

Um die Auflagerungsbedingungen zu erfüllen, mufs man dem System noch ebensoviele Führungen oder Stäbe hinzufügen, wie Lager vorhanden sind; man kann z. B. den unteren Ring durch $n-3$ Diagonalen starr machen und drei Lager auf je einer Geraden führen, oder alle Lager in je einer Richtung zwangläufig anordnen, oder jedes zweite festmachen und die übrigen nur auf einer Fläche führen usw. Es darf nicht versäumt werden, zu untersuchen, ob der Fufsring bei der gewählten Auflagerung wirklich ein unverschiebliches System bildet; das wäre nicht der Fall, wenn die Ecken eines regelmäfsigen Vieleckes von gerader Seitenzahl auf Geraden verschieblich sind, die durch den Mittelpunkt gehen; wird aber jede Ecke auf einer Geraden geführt, die rechtwinklig zum folgenden Ringstab steht (wobei der Ring in einer bestimmten Richtung umfahren wird), so ist die Stützung sicher.

[1]) Nach einem Erlafs des preufsischen Ministeriums ist die zulässige Beanspruchung bei Eigengewicht + Schnee 1,2 t/cm², bei Eigengewicht + Schnee + Wind (bei der ungünstigsten Berechnung) 1,6 t/cm².

48. Führungsgerüste für Gasbehälter.

Ein Gerüst mit polygonalem Grundrifs, die Ständer alle fest aufgelagert und die Wände als starre Scheiben gebildet, ist stabil und statisch bestimmt. Indes ist ein solches System, besonders bei grofser Seitenzahl, sehr nachgiebig, daher zur Aufnahme von Einzelkräften wenig geeignet; seine Anwendung ist nur durch den Umstand ermöglicht, dafs die angreifenden Kräfte sich auf eine gröfsere Anzahl von Seiten verteilen.

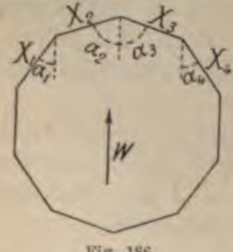


Fig. 186.

Die Berechnung stützt sich auf die wohlberechtigte Annahme, dafs die Glockendecke als starr im Vergleich mit dem Führungsgerüst angesehen werden darf. Unter dieser Voraussetzung ist die Gröfse der auf eine Seitenwand in ihrer Ebene wirkenden Kraft proportional dem Kosinus des Winkels der Wandebene mit der Kraftrichtung. Die einzelnen Kräfte sind also (Fig. 186):

$$X_1 = W \frac{\cos \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 + \ldots}$$

$$X_2 = W \frac{\cos \alpha_2}{\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 + \ldots} \text{ usw.}$$

Dies sind die ideellen Kräfte in der Richtung der Stäbe des oberen Ringes, die für die Berechnung der Stabkräfte in den einzelnen Seitenwänden mafsgebend sind. Die letzteren stellen Parallelträger dar, die an einem Ende eingespannt, am andern durch die Kraft X in ihrer Ebene belastet sind.

Im oberen Ringe treten aufserdem noch andere Kräfte auf, die sich aus der Gleichgewichtsbedingung der Horizontal-Projektion der Kräfte ergeben. Hier unterscheiden wir zwei nachstehende Fälle.

a) Radialführung.

Unter der Voraussetzung, dafs nur Radial-Pressungen stattfinden, dafs also die Flanschen der Führungsrollen gar nicht zur Wirkung kommen, hat man eine Anzahl von Radialkräften P_1, P_2, P_3 ...... (Fig. 187). Werden für die zur Wirkung kommenden Felder nach den obigen Formeln die Werte X_1 X_2 ..... , welche der Natur der Sache nach Zugkräfte darstellen, berechnet, so sind die Kräfte in dem oberen Ring:

$T_1 = X_1$,
$T_2 = X_1 + X_2$,
$T_3 = X_1 + X_2 + X_3$ usw.

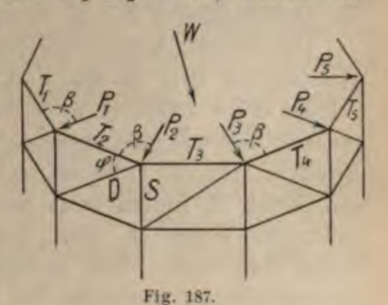


Fig. 187.

Die Summation wird so lange fortgesetzt, bis eine der Kräfte P in die Windrichtung fällt, und dementsprechend die Richtung der wirksamen Diagonalen wechselt (man pflegt ja immer Gegendiagonalen anzuordnen); die übrigen T-Kräfte berechnet man auf gleiche Weise, von der andern Seite beginnend. Es kann auch geschehen, dafs zwei P-Kräfte gleiche Winkel mit dem zwischen ihnen liegenden Ringstab bilden, in welchem Fall die Diagonalen der durch letzteren begrenzten Seitenwand spannungslos bleiben. Der ungünstigste Fall ist immer derjenige, wo eine Seitenwand parallel zur Windrichtung liegt.

Die P-Kräfte ergeben sich aus der Gleichung: $P = 2\,T \cos\beta$.

Die Diagonalkräfte sind: $D = X\,\dfrac{1}{\cos\varphi}$.

Die Kräfte der Ringe sind alle gleich X.

Die Kräfte der Ständer sind $S = X \operatorname{tg}\varphi$ im oberen Geschofs und nehmen in jedem der unteren entsprechend zu. Da jeder Ständer zwei Seitenwänden angehört, so

gilt für die Dimensionierung die Differenz der zwei sich ergebenden Spannkräfte.

Als wirkend kann man eigentlich nur die Rollen auf der Leeseite des Gerüstes annehmen, höchstens sind noch die beiden hinzuzurechnen, die auf dem zur Windrichtung rechtwinkligen Durchmesser liegen, da infolge der Beanspruchung die ursprünglich runde Form des oberen Ringes in eine ovale übergeht.

Die Ständer können auch auf Biegung beansprucht werden, und zwar in dem Fall, dafs die Führungsrollen auf der Höhe zwischen zwei Ringen liegen. Zur Untersuchung dieses Belastungsfalles berechnet man den Winddruck W' für die entsprechende Höhe der Glocke und den Druck P, indem man den gröfsten der oben gerechneten Werte in dem Verhältnis reduziert. Die Ringe sind nicht ohne weiteres nach der Kraft X zu dimensionieren; vielmehr ist zu untersuchen, ob sie nicht stärkere Beanspruchungen erleiden, falls ihnen die Rolle des oberen Ringes (bei entsprechend tiefer Lage der Glocke) zufällt.

Für sogenannte teleskopische Gasbehälter ist die angegebene Berechnungsart annäherungsweise anwendbar. Den Winddruck verteilt man auf die Ebenen, in denen die Führungsrollen angeordnet sind, nach dem Gesetz des einfachen Trägers. Die Tassenringe sind allerdings nicht starr wie die Glockendecke; da aber durch eine gewisse Nachgiebigkeit die Verteilung der Windkraft auf die Rollen der Leeseite noch besser gesichert wird als durch grofse Steifigkeit, so geht man nicht stark fehl, wenn man die oben gegebenen Formeln anwendet. Die Verteilung der Kräfte P wird dadurch eine gleichmäfsigere, was eher nützlich als schädlich ist.

Die Einflüsse einseitiger Schneelast und des Windes auf die Glockendecke, sowie des sich infolge der unvermeidlichen Spielräume geltend machenden labilen Gleichgewichtszustandes der Glocke werden praktisch durch Einführung eines höheren Winddruckes berück-

sichtigt, indem man etwa 175 statt 150 kg/m² annimmt. Es ist: $W = p\,h\,d\,\frac{\pi}{4}$; diese Kraft wird nach dem Gesetz des einfachen Trägers auf die Rollenringe verteilt. Gegendiagonalen werden in allen Feldern angeordnet und die Füfse der Ständer alle verankert. Die Entfernung der letzteren voneinander findet man zwischen 5 und 9 m, auch noch darüber, in den meisten Ausführungen etwa gleich 6 m. Die Höhe der Geschosse schwankt zwischen 3, 5 und 7 m, meistens ist sie etwa gleich der Ständerentfernung.

b) Tangentialführung.

Die Formeln bleiben dieselben wie für den ersten Fall; nur merke man:

1. sämtliche Wände beteiligen sich an der Übertragung der Kräfte;

2. die Kräfte P fallen fort, denn jede der Kräfte X greift auf der Hälfte eines Stabes des oberen Ringes an und wird direkt von der betreffenden Diagonale nebst Ständer aufgenommen. Die Summe $\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2 + \ldots$ wird alsdann $= \frac{n}{2}$, wo n die Anzahl der Seiten des regelmäfsigen Grundpolygons bezeichnet. Diese Führungsart ist also besser als die vorhergehende, indem sie eine gleichmäfsigere Verteilung der Kräfte bewirkt. Im übrigen bleibt die Berechnung wie vorher.

Die angegebene Berechnungsart beider Fälle ist nur als eine Annäherung anzusehen; erfahrungsgemäfs sind aber die Ergebnisse genügend.

49. Gerüstpfeiler.

Als Brückenpfeiler, als Unterstützung von Wasserbehältern und in ähnlichen Fällen verwendet man oft räumliche Fachwerke, welche den Führungsgerüsten ähnlich sind; davon unterscheiden sie sich hauptsächlich

durch die geringe Seitenzahl und durch den nicht immer regelmäßigen Grundriß. Es ist üblich, solche Gerüste als abgestumpfte Pyramiden zu bauen, um eine höhere Widerstandsfähigkeit gegen oben angreifende Horizontalkräfte zu erzielen. Die Anordnung von Gegendiagonalen in allen Feldern ist nicht immer notwendig, indem unter Umständen die Knicksicherheit ohne große Materialverschwendung zu erreichen ist. Die Füße werden alle fest aufgelagert und der obere Ring zu einer starren Scheibe gemacht. Das System wird dadurch statisch unbestimmt; es läßt sich annäherungsweise wie ein Führungsgerüst für Gasbehälter mit Tangentialführung behandeln, indem man für jede Wand die horizontale Kraft berechnet, die in dem betreffenden Stab des oberen Ringes angreift. Die Vertikalkräfte, welche selbstredend nur in den Knoten des oberen Ringes angreifen, werden nach den Richtungen der Ständer und parallel zur Ebene des Ringes zerlegt. Die entstehenden horizontalen Kräfte zerlegt man nach den Richtungen der Stäbe des oberen Ringes. Es ist möglich, daß alle diese Kräfte im Gleichgewicht sind, meistens ist das aber nicht der Fall; alsdann setzt man sie am besten zu einer einzigen Resultante zusammen, die mit Hilfe der im vorigen Kapitel angegebenen Formeln auf die Seitenwände verteilt wird. Diese Zusatzbelastung muß berücksichtigt werden, besonders bei stark geneigten Ständern und unregelmäßiger Verteilung der senkrechten Lasten. Bei Wasserbehältern mit tief herunterhängendem Boden ist der obere Ring in seiner Ebene gut auszusteifen.

Vierkantige Stützen für hohe Talbrücken gehören auch zu diesen Fachwerken. Bei diesen, wie überhaupt bei den stabilen räumlichen Systemen, ist die Anordnung von Diagonalen in den Ebenen der Ringe nicht nötig, jedoch immer empfehlenswert. Zur Erleichterung der Anschlüsse wird diese Versteifung zweckmäßig nach dem Prinzip der halben Diagonalen konstruiert,

d. h. es werden die Mittelpunkte der vier Seiten durch vier Stäbe miteinander verbunden, und in dem so gebildeten Parallelogramm eine Diagonale angeordnet.

50. Der dreikantige Träger.

Das einfachste räumliche Fachwerk wird aus drei Wänden gebildet, die ein Prisma darstellen. Ist jede Wand für sich starr, z. B. durch eine Vergitterung in Dreiecke zerlegt und außerdem an jedem Ende ein Stabdreieck angeordnet, so ist das System stabil und in sich statisch bestimmt. Man ist aber gezwungen, ein überzähliges Lager anzuordnen, um hohe Beanspruchungen und starke Formänderungen zu vermeiden; es werden die vier Ecken einer Wand aufgelagert, das eine Lager fest, eins auf einer Linie und zwei auf je einer Fläche geführt. Die Anzahl der Lagerbedingungen ist somit gleich 7, das ganze System wird also einfach statisch unbestimmt; ebenso wie bei Brücken kann man aber jede Wand als einen einfachen Balken betrachten, wodurch die Berechnung erleichtert wird.

Sind A, B und C (Fig. 188) die Schwerpunkte der Gurtquerschnitte, so kann eine in einem beliebigen Punkt angreifende Kraft graphisch in drei Komponenten zerlegt werden, die in die Ebenen der drei Seiten des Trägers fallen. Zur rechnerischen Ermittelung der Komponenten ist eine Momentengleichung aufzustellen; z. B. ergibt das Moment in bezug auf A:

$$\frac{a\,P}{h_a} = S_{CB}.$$

Fig. 188.

Für Kräfte, die das Dreieck ABC nicht schneiden, wird jeder Gurt als Glied der einen Seitenfläche auf Zug beansprucht, als Glied der anderen auf Druck; die endgültige Stabkraft ist also die Differenz der beiden. Dies trifft nicht für alle Gurte zu für Kräfte, die das Dreieck

schneiden. Nur wenn P unendlich fern liegt und unendlich klein ist (reines Torsionsmoment), entlasten sich die Gurtungen gegenseitig vollständig (vollwandige Parallelträger vorausgesetzt). Die Diagonalen entlasten sich in keinem Falle und werden deshalb im Verhältnis zu den Gurtungen ziemlich stark.

Hat die Kraft P eine rechtwinklig zur Ebene der Figur gerichtete Komponente Q (Fig. 189), so wird diese getrennt berücksichtigt, denn sie beansprucht nur die Gurtungen. Die Spannkräfte für A, B und C werden mit Hilfe der Momentengleichungen in bezug auf jede Seite des Dreiecks berechnet. Man hat z. B. $A = \frac{Q\,q}{h_a}$; über das Vorzeichen kann kein Zweifel bestehen.

Fig. 189.

Jede Wand wird nun für sich als ein einfacher Balken betrachtet; die Diagonalkräfte erhält man sofort endgültig, die zusammengehörenden Gurtkräfte werden algebraisch addiert.

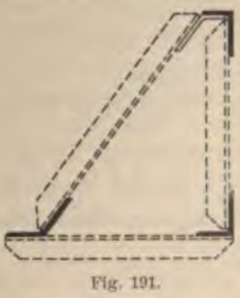
Wie bei allen räumlichen Fachwerken hat man auch bei den dreikantigen Trägern eine große Freiheit in der Linienführung der Gurtungen; so könnte man den Träger z. B. nach einem Kreisbogen krumm ausführen, wobei die Gurtungen als in der Kurve eingeschriebene Polygone erscheinen würden; auch für die Seitenflächen an und für sich ist jede für ein ebenes Fachwerk passende Form anwendbar, doch findet man dieselbe immer als Parallelträger ausgeführt. Eine starke Verjüngung der Seitenflächen würde Schwierigkeiten bei der Auflagerung bieten und keine so einfache Berechnung gestatten, da in jedem Knotenpunkt eine Wand auf die andere einwirken würde; ferner würden nicht geringe konstruktive Schwierigkeiten entstehen; solche Formen hätten übrigens wenig Zweck, weil die Materialersparnis nur unbedeutend wäre.

Das Gitterwerk der Wände macht man am besten so, dafs die Knoten auf den drei Kanten immer in Ebenen liegen, die senkrecht zur Achse des Trägers stehen; es ist jedoch nicht nötig, sich streng an diese Regel zu halten.

Der dreiwandige Träger ist theoretisch das vorteilhafteste unter den biegungs- und torsionsfesten Fachwerken; in der Ausführung machen die Anschlüsse der Diagonalen und die Bildung der Gurtungen gewisse Schwierigkeiten, wodurch nicht selten der Vorteil wieder verloren geht. Es ist empfehlenswert, zu spitze Ecken zwischen den Seitenflächen zu vermeiden, um einerseits die Anschlüsse zu erleichtern, anderseits keine allzugrofsen Kräfte in den Seitenwänden zu erhalten.

Die Breiten der Seitenflächen kann man zwischen $^1/_{10}$ und $^1/_{20}$ der Trägerlänge wählen; theoretisch sind diese Verhältnisse in bezug auf den Materialaufwand nicht von der Bedeutung wie bei ebenen Fachwerkbalken. Fig. 190 stellt den Querschnitt eines Trägers dar, welcher zur Befestigung von Transmissionen zwischen zwei Säulen in einer Werkstatt dient. Die senkrechte Wand mufs eine glatte Aufsenfläche haben. Das


Fig. 190.


Fig. 191.

Gitterwerk besteht aus einfachen Winkeleisen, die nur auf einer Seite mit Hilfe von Knotenblechen angeschlossen sind. Die stark exzentrischen Anschlüsse lassen diese Bauart nur für geringe Kräfte als brauchbar erscheinen.

Die Benutzung von schiefen Winkeleisen erleichtert die Konstruktion ganz wesentlich, wie z. B. Fig. 191 zeigt. Die Bildung von kräftigen und anschlufsfähigen Gurtungen zeigt Fig. 192, wo wieder schiefe Winkeleisen bzw. geknickte Knotenbleche zu benutzen sind. Dafs die Diagonalen etwas exzentrisch angeschlossen werden, ist überhaupt nicht leicht zu vermeiden; es bleibt nichts anderes übrig, als die entstehenden Momente bei der Dimensionierung zu berücksichtigen.



Fig. 192.

51. Der dreiwandige Träger.

(Rieppelträger D. R. P.)

Verbindet man drei ebene Fachwerkträger derart miteinander, dafs ein Profil entsteht, welches die Form eines I-, eines ⊏-, oder eines ⌐L-Eisens aufweist, so hat man ein räumliches System, das imstande ist, die verschiedenartigsten Kräfte aufzunehmen, wenn jede Wand in sich starr und richtig aufgelagert ist. In letzterer Hinsicht tritt hier allerdings wieder die statische Unbestimmtheit ein, von welcher auf Seite 233 die Rede ist; jedoch kann diese unbedenklich durch die Annahme umgangen werden, dafs jede Wand sich wie ein ebener Fachwerkbalken verhält. In der ersten Anordnung sind nur vier, nicht sechs Gurtungen erforderlich, denn die vertikale Wand kann unmittelbar an die Gitterwerke der beiden anderen angeschlossen werden; selbstredend sind sie alsdann darnach auszubilden, z. B. mit halben oder mit gekreuzten Diagonalen. Dafs man dabei sehr oft auf statische Unbestimmtheit geführt wird, zeigen

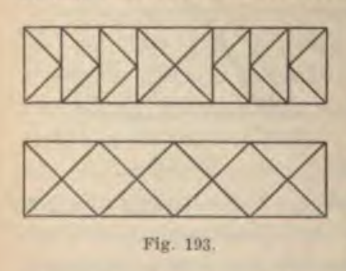


Fig. 193.

die beiden Beispiele der Fig. 193. Zur Berechnung der Stabkräfte hilft man sich durch vereinfachende Annahmen.

Die belasteten Gurtungen müssen auf alle Fälle durch passend angeordnete Streben abgesteift werden. So erhält man z. B. für Last unten die drei in Fig. 194 angegebenen Formen.

Eine beliebig gerichtete und in einem beliebigen Punkt angreifende Kraft P wird in die beiden Seitenkräfte V und H zerlegt. Die Kraft V wird bis zum

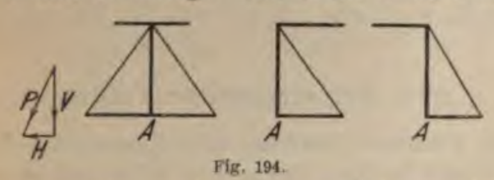


Fig. 194.

Punkt A parallel zu sich selbst verschoben und belastet dadurch unmittelbar die senkrechte Wand. Das entstehende Moment (gleich Kraft mal Verschiebung) wird durch ein gleichwertiges ersetzt, das aus zwei horizontalen Kräften besteht, die in der oberen und unteren Wand angreifen. Die wagerechte Kraft H wird ebenfalls nach A verlegt und beansprucht die untere Wand allein; das entstehende Moment wird wieder durch ein Kräftepaar ersetzt, welches den oberen und den unteren Verband beansprucht; im unteren addiert sich die entsprechende Kraft mit der Kraft H algebraisch zusammen. Die Beanspruchung der Streben ergibt sich aus den direkt angreifenden Kräften V und H, welche dadurch auf die wagerechten Wände übertragen werden.

Zur Aufhängung des nicht ausgesteiften wagerechten Trägers ist eine besondere Konstruktion erforderlich, z. B. auskragende Arme, die sich auf die Ständer der senkrechten Wand stützen.

Der dreiwandige Träger in der ersten Form fand eine Anwendung für die Schwebebahn Barmen—Elberfeld—Vohwinkel, wo die Schienenträger als Gurtungen der unteren Wand dienen; in allen drei Formen wird

VI. ABSCHNITT

Statisch unbestimmte Systeme.

---

53. Allgemeines.

Enthält ein System mehr Stäbe oder Stützen oder eingespannte Glieder o. dgl., als zur Stabilität erforderlich sind, so lassen sich die betreffenden Kräfte bzw. Einspannungsmomente nicht mehr aus den Gleichungen der Statik, d. h. aus den Bedingungen des Gleichgewichtes ableiten; man ist alsdann genötigt, die unbekannten Gröfsen mit Hilfe der elastischen Formänderungen zu bestimmen.

Eine charakteristische Eigenschaft der statisch unbestimmten Systeme besteht darin, dafs bei der Längenänderung eines überzähligen Stabes, bei der Senkung einer überzähligen Stütze u. dgl. in dem statisch unbestimmten Teil des Systems Kräfte entstehen. So ist eine Temperaturänderung nur dann ohne Einflufs, wenn sie als gleichmäfsig für das ganze Bauwerk gelten kann, und dieses seinerseits durchwegs aus demselben Material besteht (wobei z. B. bei einem Zweigelenkbogen die Erde als ein Teil des Bauwerkes betrachtet wird). Man sollte nicht unterlassen, einen gewissen Fehler in der Herstellung in Rechnung zu ziehen, um gegen die Folgen der ungenauen Ausführung gedeckt zu sein.

Gegenüber diesem Nachteil bieten viele statisch unbestimmte Systeme im Vergleich mit statisch bestimmten den Vorteil geringerer Nachgiebigkeit.[1]) In vielen Fällen kann man auch darauf rechnen, daſs die Folgen eines Fehlers im Material, der Beschädigung eines Teiles des Bauwerkes u. dgl. nicht so schwer sind wie bei statisch bestimmten Systemen.

In bezug auf die Kosten ist das statisch unbestimmte System dem statisch bestimmten meistens ziemlich gleichwertig, für groſse Bauwerke vorteilhafter.

54. Der Satz von der Gegenseitigkeit der Formänderungen.

(Der Maxwellsche Satz.)

In einem ebenen oder räumlichen System mit unveränderlicher Gliederung und unveränderlicher Auflagerung bewirkt eine Ursache (eine Kraft, ein Kräftepaar, ein Moment oder ein Momentenpaar[2])) elastische Formänderungen. Wirkt auf einen Punkt, auf ein Punktpaar oder auf ein Geradenpaar die Ursache gleich eins, so ist die dadurch in einem zweiten Punkt, Punktpaar oder Geradenpaar entstehende Formänderung ebensogroſs wie die Formänderung, welche im ersten Punkt, Punktpaar oder Geradenpaar entsteht, wenn die Ursache gleich eins im zweiten Punkt, Punktpaar oder Geradenpaar wirkt. Das Produkt der Verschiebung eines Punktes in der Richtung einer Kraft mit der Kraft selbst heiſst ihre Arbeit; die Arbeit eines Momentes ist das Produkt des Momentes mit dem Drehungswinkel (in Bogenmaſs) des Punktpaares wo es angreift; die Arbeit eines Momentenpaares ist gleich seiner Gröſse multipliziert mit

---

[1]) Im allgemeinen wird die Steifigkeit besonders durch mehrfache statische Unbestimmtheiten erhöht; durch einfache nicht selten verringert.

[2]) Ähnlich wie ein Kräftepaar besteht ein Momentenpaar aus zwei gleich groſsen und entgegengesetzten Momenten; seine Gröſse ist durch eines der beiden Momente gegeben.

der gegenseitigen Drehung der beiden Geraden, auf welche das Paar wirkt, in Bogenmaſs ausgedrückt.

Nun kann man den Maxwellschen Lehrsatz so ausdrücken: die Arbeit, welche R_1 leistet, während R_2 wirkt, ist gleich der Arbeit, welche R_2 leistet, während R_1 wirkt. Mit dem Buchstaben R ist eine Kraft oder ein Kräftepaar (Moment) oder ein Momentenpaar bezeichnet.

In besonderen Fällen haben wir daher folgende Sätze:

1. Unter der Wirkung der Kraft $P = 1$ verschiebt sich der Punkt B (Fig. 196) in der Richtung von Q um ebensoviel, als sich der Punkt A in der Richtung von P verschiebt, wenn die Kraft $Q = 1$ auf B wirkt.

2. Unter der Wirkung des Momentes $M = 1$

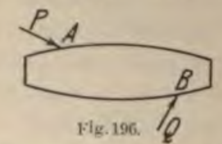


Fig. 196.

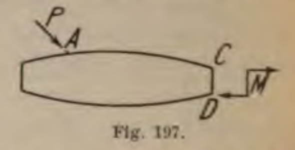


Fig. 197.

(Fig. 197) verschiebt sich der Punkt A in der Richtung der Kraft P um ebensoviel, als sich die Gerade CD dreht (in Bogenmaſs gemessen), wenn die Kraft $P = 1$ in A wirkt.

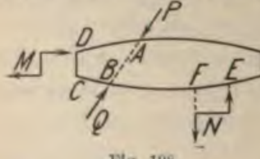


Fig. 198.

3. Die Entfernung der Punkte A und B ändert sich unter der Wirkung der beiden Momente $M = 1$ und $N = 1$ (Fig. 198) um ebensoviel, als sich der Winkel der beiden Geraden CD und EF unter der Wirkung der Kräfte $P = 1$ und $Q = 1$ ändert.

Ähnliche Sätze erhält man, wenn man die Elemente:

a) Belastung eines Punktes durch eine Kraft;
b) Belastung eines Punktpaares durch ein Kräftepaar;
c) Belastung einer Geraden durch ein Moment;

d) Belastung eines Geradenpaares durch ein Momentenpaar;

anders unter sich kombiniert.

Die Auflager werden dabei als fest angesehen, so dafs die Auflagerkräfte keine Arbeit leisten; bei elastisch nachgiebigen Lagern ersetzt man sie durch ideelle Systeme, die selbst fest aufgelagert sind und entsprechende Nachgiebigkeit besitzen. Man kann dabei die Auflagerreaktionen ganz aufser acht lassen (Fall 1 und 2) oder solche Belastungen annehmen, bei welchen überhaupt keine Reaktionen entstehen wie im Fall 3, oder wie in Fig. 199, wo die in A wirkende Kraft P durch zwei gleich gerichtete Kräfte C und D im Gleichgewicht gehalten wird. Der Maxwellsche Satz sagt nun, dafs die zwei entsprechenden Arbeiten unter sich gleich sind.

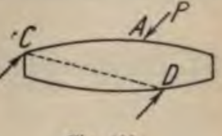


Fig. 199.

Auf diesen Satz gründet sich die Theorie der Einflufslinien, als Biegungslinien aufgefafst.

Nehmen wir z. B. an, die Durchbiegung eines durch eine Last $X = 1$ belasteten Trägers sei an dem Angriffspunkte der Last gleich f, an einem beliebigen anderen Punkte C gleich η (Fig. 200). Lassen wir nun in C eine Last P gleich eins wirken, so mufs, nach dem Satz der Gegenseitigkeit der Formänderungen, bei X dieselbe Durchbiegung η entstehen, die X bei C verursacht. Der Wert der Kraft X, welcher die in ihrem Angriffspunkt durch die Last P hervorgerufene Durchbiegung rückgängig macht, ergibt sich aus folgender Betrachtung: die Last 1 an dieser Stelle hat die Durchbiegung f verursacht, die Kraft X wird also fX verursachen; die Durchbiegung, die man rückgängig machen will, wäre η für $P = 1$; im allgemeinen ist sie $P\eta$. Durch Gleichsetzung beider Werte erhält man $fX = P\eta$, oder $X = P\frac{\eta}{f}$.

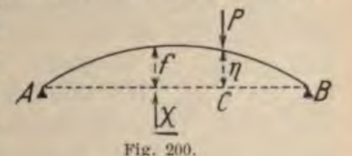


Fig. 200.

Die Biegungslinie ist also die Einflufslinie für die Auflagerkräfte an der Mittelstütze eines durchgehenden Balkens über zwei Felder.

Ähnliche Anwendungen des Maxwellschen Satzes findet man bei allen statisch unbestimmten Systemen.

Dieser Lehrsatz gilt für statisch bestimmte und für statisch unbestimmte Systeme, für fachwerkartige und für vollwandige Träger, für ebene und für räumliche Systeme, mit Ausnahme der Fälle, wo veränderliche Gliederung bzw. Auflagerung vorliegt, wie z. B. bei schlaffen Gegendiagonalen, bei Lagern, die sich vom Fundament abheben können u. dgl. In solchen Fällen gilt er nur, so lange bei den vorkommenden Belastungen die Gliederung als unveränderlich betrachtet werden darf.

55. Allgemeine Behandlung statisch unbestimmter Systeme.

Man macht das System zunächst statisch bestimmt, indem man nach Bedarf Gelenke einschaltet, überzählige Stäbe sowie Stützen o. dgl. entfernt. Dabei ist zu beachten:

a) dafs das System stabil bleibt;
b) dafs die statisch nicht bestimmbaren Gröfsen sich möglichst wenig gegenseitig beeinflussen;
c) dafs das entstehende statisch bestimmte System möglichst einfach und übersichtlich bleibt.

Sind einige Stützen elastisch senkbar, so nimmt man an, dafs sie auf Federn von passender Biegsamkeit ruhen, die wiederum auf festen Unterlagen aufgelagert sind. Die Einflüsse unbeabsichtigter Stützensenkungen, Temperaturänderung (gleichmäfsig oder ungleichmäfsig) u. dgl., betrachtet man am besten getrennt, jeden für sich.

Nun schreibt man der Reihe nach jeder statisch nicht bestimmbaren Gröfse den Wert 1 und allen anderen den Wert 0 zu. Für jeden dieser Zustände ermittelt man den Verschiebungsplan, z. B. durch eine wagerechte und eine senkrechte Biegungslinie oder einen Williot-Plan.

Zur Aufstellung der Elastizitätsgleichungen gelangt man am einfachsten durch geometrische Betrachtungen;

z. B. die Einspannungsmomente eines beiderseits eingespannten Trägers müssen die Neigungen der beiden Endquerschnitte rückgängig machen, die Stützendrücke der mittleren (starren) Stützen eines durchgehenden Trägers müssen die Achse des Balkens auf die ursprüngliche Höhe zurückführen usw.

Ebenso kann man die Elastizitätsgleichungen aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit ableiten. Man betrachtet der Reihe nach die Formänderungen infolge der Belastung durch die Kraft $X=1$, $Y=1$, $Z=1 \ldots$ In jedem beliebigen Belastungszustand mufs Gleichgewicht vorhanden sein, also die Summe der Arbeiten aller Kräfte mufs gleich Null sein. Die Arbeiten erhält man durch Multiplikation der Kräfte mit den Verschiebungen und der Momente mit den Drehungen. Dabei sind alle Kräfte zu berücksichtigen, auch die statisch nicht bestimmbaren, welche als Unbekannte auftreten.

Der Elastizitätsgleichungen müssen stets eben so viele sein wie Unbekannte; sie ermöglichen die numerische oder graphische Berechnung der letzteren.

Die Formänderungen infolge der äufseren Kräfte können, dank dem Maxwellschen Satze, den Biegungslinien für die Zustände $X=1$, $Y=1 \ldots$ direkt entnommen werden, so dafs die Gleichungen aufser den Unbekannten auch die Gröfsen einiger Ordinaten dieser Biegungslinien als Koeffizienten enthalten. Man kann sie mit den numerischen Werten einführen und auch für die äufseren Kräfte die richtigen Werte einsetzen, was zur Bestimmung der Unbekannten für einen gegebenen Belastungsfall führt; im allgemeinen ist es besser, die algebraischen Ausdrücke zu behalten, was die Konstruktion der Einflufslinien für sämtliche Unbekannten ermöglicht.

Infolge des Maxwellschen Satzes weisen die Elastizitätsgleichungen eine charakteristische Eigenschaft

auf: in der Gleichung, die dem Belastungszustand $X = 1$ entspricht, ist der Koeffizient der Unbekannten Y gleich dem der Unbekannten X bei der Gleichung für $Y = 1$ usw. Bei n Elastizitätsgleichungen hat man demnach $n\,\frac{(n-1)}{2}$ Koeffizienten, die je in zwei Gleichungen vorkommen.

Beispiel. Das in Fig. 201 dargestellte Joch ist vierfach statisch unbestimmt, denn es bleibt statisch stabil, nachdem man den unteren Riegel durchgeschnitten und eins der festen Fufslager in ein beweg-

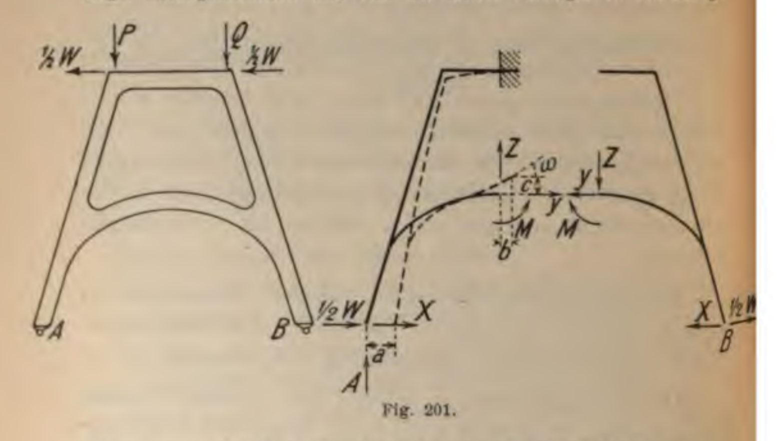


Fig. 201.

liches umgewandelt hat. Vernachlässigt man den Einflufs der Normal- und Querkräfte, der meistens sehr klein ist im Vergleich zur Formänderung durch die Biegungsmomente, so kann man die oben angreifende Horizontalkraft W auf die beiden Hälften des Systems gleichmäfsig verteilen.[1]

Alsdann ist folgende Berechnungsart vorteilhaft. Man schneidet das System längs der Symmetrieachse und denkt sich die eine Hälfte oben fest eingespannt. Als statisch nicht bestimmbare Gröfsen treten die Kräfte X, Y, Z und das Moment M auf. Nun untersucht man, graphisch oder rechnerisch, die 6 Belastungszustände: $X = 1$, $Y = 1$, $Z = 1$, $M = 1$, $P = 1$, $A = 1$ und trägt die Verschiebungen in eine Tabelle ein (der Winkel ω drückt die Drehung des mittleren Querschnittes des unteren Riegels aus). Folgende numerische Werte setzen voraus, dafs $E = 1$ (statt $E = 2150$ t/cm²), und geben die Verschiebungen in cm, ω in Bogenmafs. Die Werte für $W = 1$ lassen sich aus denen für $X = 1$ ableiten.

---

[1]) Sehr oft wird durch eine solche Annahme die Berechnung wesentlich erleichtert. Nötigenfalls kann man nachträglich kleine Korrekturglieder einführen und die Werte der Unbekannten mit voller Genauigkeit ermitteln.

Belastung	a	b	c	ω	a	b	c	ω
$X=1$	a_x	$b_x=a_y$	$c_x=a_z$	$\omega_x=a_M$	1440	608	342	24
$Y=1$	$a_y=b_x$	b_y	$c_y=b_z$	$\omega_y=b_M$	608	220	88	6
$Z=1$	$a_z=c_x$	$b_z=c_y$	c_z	$\omega_z=c_M$	342	88	416	16
$M=1$	$a_M=\omega_x$	$b_M=\omega_y$	$c_M=\omega_z$	ω_M	24	6	16	38
$P=1$	a_P	b_P	c_P	ω_P	78	47	4	1
$A=1$	a_A	b_A	c_A	ω_A	—256	—162	—84	—5
$W=1$	a_W	b_W	c_W	ω_W	720	304	171	12

Die erste Elastizitätsgleichung drückt die Bedingung aus, dafs die Entfernung der Füfse unverändert bleibt, es kommen also die Zahlen der Kolonne a in Betracht, und man erhält unter Berücksichtigung beider Systemhälften:

$$2\,(1440\,X + 608\,Y + 24\,M) + 78\,(P + Q) - 256\,A - 256\,B = 0.$$

Die wagerechte Entfernung der Endquerschnitte des unteren Riegels mufs gleich Null sein; folglich (nach den Zahlen der Kolonne b):

$$2\,(608\,X + 220\,Y + 6\,M) + 47\,(P + Q) - 162\,A - 162\,B = 0.$$

Die senkrechte Entfernung derselben Querschnitte mufs auch gleich Null sein; also, nach der Kolonne c:

$$2 \cdot 416\,Z + 4\,(P - Q) - 84\,A + 84\,B + 2 \cdot 171\,W = 0.$$

Die Drehungen ω müssen für beide Seiten entgegengesetzt gleich sein; folglich, nach der Kolonne ω:

$$2\,(24\,X + 6\,Y + 38\,M) + P + Q - 5\,A - 5\,B = 0.$$

Aus diesen Gleichungen berechnet man die Werte der vier Unbekannten für jeden Belastungsfall. Es empfiehlt sich, zuerst $P = Q$ und $W = 0$ zu setzen, dann $P = -Q$ und $W = 0$; aus der Addition der Ergebnisse findet man die Werte der Unbekannten für die Belastung $2\,P$, und $Q = 0$, $W = 0$. Ferner wird der Fall untersucht, wo $P = 0$, $Q = 0$ und nur W eine gewisse Gröfse hat. Schliefslich untersucht man den Einflufs einer Temperaturänderung, indem man $A = 0$, $B = 0$, $W = 0$ setzt und im zweiten Glied der ersten Gleichung statt Null die Gröfse Δl einführt, welche die Längenänderung des Abstandes der Füfse darstellt; für einen Temperaturunterschied von 40° C ist $\Delta l = \frac{l}{2100}$; da aber alle Gleichungen mit 2150 multipliziert worden sind, so mufs man $\Delta l = \frac{2150}{2100}\,l$ setzen. Die anderen Gleichungen bleiben unverändert.

Es ist nun leicht, die Biegungsmomente und die Normal- und Querkräfte für alle Querschnitte zu berechnen.

56. Formänderung stabförmiger Körper.

Die Formänderung wird hauptsächlich durch die Biegungsmomente hervorgerufen; eine viel kleinere, aber nicht immer zu vernachlässigende Wirkung haben die Quer- und die Normalkräfte. Besonders für die Untersuchung statisch unbestimmter Bauwerke pflegt man

nur die erste Ursache zu berücksichtigen, was im allgemeinen zu Ergebnissen führt, die für die Bestimmung der Verteilung der Kräfte genau genug sind.

Wird die Formänderung aber zu dem Zwecke untersucht, die berechneten und die bei der Probebelastung gemessenen Durchbiegungen zu vergleichen, so mufs man alle Umstände genau berücksichtigen. Auch die oft gemachte vereinfachende Annahme eines konstanten Trägheitsmomentes ist in diesem Falle unzulässig.

Alle auf einen Querschnitt wirkenden Kräfte lassen sich auf ein Moment M, eine Querkraft Q und eine Normalkraft N zurückführen. In dem fast immer vorliegenden Fall, dafs die angreifenden Kräfte alle in der Ebene des Bauwerkes liegen, hat man nur ein reines Biegungsmoment zu betrachten; auf diesen Fall wollen wir uns hier beschränken (für Ausnahmefälle siehe das Kapitel über Drehungsfestigkeit). Betrachtet man von einem Körper einen kleinen Teil, dessen Länge Δs (auf der Achse gemessen) so gering ist, dafs die Gröfsen M, Q, N, J, F' (Seite 253) und F als unveränderlich gelten können, so verursacht das Moment M eine Drehung von der Gröfse $\Delta \varphi = \frac{M}{EJ} \Delta s$ um die neutrale Achse, die Kraft Q eine Verschiebung eines Querschnittes parallel zu sich selbst, gegen den benachbarten um $\Delta z = \frac{Q}{GF'} \Delta s$, und die Kraft N eine Längenänderung: $\Delta l = \frac{N}{EF} \Delta s$.

Auf grund dieser Formeln berechnet man die Formänderung oder ermittelt sie auf graphischem Wege.

Die Linie, in welche die ursprüngliche Mittellinie (bzw. Schwerpunktlinie) des Körpers bei der Formänderung übergeht, heifst im allgemeinen **elastische Linie**. Die Benennung **Biegungslinie** ist auch gebräuchlich, und zwar in dem Fall, wo nur die Wirkung der Biegungsmomente betrachtet wird.

Gerade Balken.

Die Differentialgleichung der elastischen Linie infolge der Biegungsmomente ist: $\frac{d^2 y}{dx^2} = \pm \frac{M}{EJ}$. Sie wird abgeleitet unter Vernachlässigung der Gröfse $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ gegenüber der Einheit, was einer Vertauschung der Bogenlänge ds mit ihrer Projektion dx entspricht. Dies erscheint zulässig, wenn die Durchbiegungen sehr klein sind, ist aber immer nur als eine Annäherung zu betrachten, die wohl für die meisten Fälle genügt, nicht aber unbedingt ausreichend ist (z. B. dürften die Durchbiegungen von Federn nicht ohne weiteres so gerechnet werden, allein eben hier hat man in dem Wert von E eine Ursache zu viel gröfseren Fehlern). Erfolgt die Biegung in dem gewählten Achsenkreuz so, dafs die Biegungslinie der positiven Seite der X-Achse die konvexe Seite zukehrt, so mufs $\frac{d^2 y}{dx^2}$ positiv sein, wie z. B. bei einem an einem Ende eingespannten sonst freien Stab, der irgendwie belastet ist.

Wird das Moment als Funktion der Abszisse dargestellt, so liefert bei konstantem J eine zweimalige Integration die Gleichung der Biegungslinie. Die Auflagerungsbedingungen gestatten die beiden Integrationskonstanten zu ermitteln. (Anwendungen auf Seite 276.)

Wo das Moment gleich Null ist, hat die Biegungslinie einen Wendepunkt. Einen Knick kann sie nur bei einem Gelenk aufweisen. Den Fall ausgenommen wo das Trägheitsmoment sich plötzlich ändert, ist auch die Krümmung stetig, denn in jedem Punkt kann das Moment nur einen Wert haben. Bei sprungweise veränderlichem J mufs der Stab in Teile geteilt werden, derart, dafs für jeden Teil J konstant bleibt. Der Übergang von einem zum andern Zweig der Kurve ist gegeben durch die Bedingungen, dafs im Berührungspunkt die Ordinate und die Tangente von

beiden Zweigen der Biegungslinie den gleichen Wert aufweisen müssen. Bei stetig veränderlichem J kann man seinen Wert ebenfalls als Funktion der Abszisse ausdrücken, was indes wenig nützt, denn, abgesehen von der dazu erforderlichen langen Arbeit, läfst sich meistens die Gleichung nicht integrieren; man mufs also zur graphischen Methode greifen.

Die zur Ermittlung der Formänderung durch Q und N erforderlichen Integrationen bieten keine Schwierigkeit.

Aus der Gleichung $\Delta\varphi = \frac{M}{EJ}\Delta s$ kann man unmittelbar die Biegungslinie ableiten. Der Zähler $M\Delta s$ kann als Flächenelement des Momentendiagramms aufgefafst werden; die Senkung eines Querschnittes, dessen Entfernung von diesem Element x ist, kann also geschrieben werden: $\Delta y = x\,\Delta\varphi = \frac{M\Delta s \cdot x}{EJ}$, d. h. sie ist gleich dem statischen Moment der Momentenfläche in bezug auf den Querschnitt, dessen Senkung gesucht wird, dividiert durch EJ. Wenn die Biegung auf die Tangente im Ursprung der Kurve bezogen wird, so ist damit alles berechnet; ist die Auflagerung aber eine andere, sind z. B. die Punkte A und B (Fig. 202) frei aufgelagert, so mufs durch eine passende Drehung um A die Senkung f von B rückgängig gemacht werden, d. h. die Senkung von C wird um $f\frac{l_2}{l_1}$ verringert.

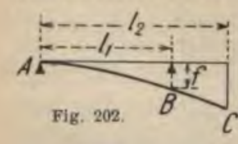


Fig. 202.

Allgemein gilt der Satz: um die Senkung eines Querschnittes zu erhalten, betrachtet man die Momentenfläche als eine Belastungsfläche und dividiert das sich aus dieser für den betrachteten Querschnitt ergebende statische Moment durch EJ. Dies kann sowohl rechnerisch als graphisch ausgeführt werden. Letzteres Verfahren gestattet auf einfache Weise die Veränder-

lichkeit von J zu berücksichtigen und liefert gleich die ganze Biegungslinie.

Konstruktion der Biegungslinie.

Zur graphischen Konstruktion der Biegungslinie gerader stabförmiger Körper betrachtet man die Momentenfläche als eine Belastungsfläche; man teilt sie durch Senkrechte in Streifen von beliebiger Breite und behandelt deren Flächen als Kräfte, welche in den Schwerpunkten der Streifen angreifen. Diese Kräfte vereinigt man zu einem Kräftepolygon und zeichnet zu diesem mit EJ als Polweite ein Seilpolygon, sowie die durch die Auflagerung gegebene Schlufslinie; entweder gibt es zwei Punkte, die gestützt sind, oder es ist ein Querschnitt fest eingespannt; im letzteren Falle gilt die betreffende Tangente als Schlufslinie. Die Seiten des Seilpolygones sind Tangenten zur Biegungslinie, der Berührungspunkt liegt jedesmal unter der betreffenden Trennungslinie der Streifen (Fig. 203). Die Biegungskurve selbst läfst sich dann leicht einzeichnen, indem man die einzelnen Teile zwischen zwei Trennungslinien als Parabeln betrachtet. Ist auf einer gewissen Strecke mit konstantem Trägheitsmoment auch das Biegungsmoment konstant, so ist eine Teilung dieser Strecke in mehrere Streifen nicht erforderlich, vielmehr kann man die Biegungslinie, welche in diesem Falle genau eine Parabel ist, zwischen den Endtangenten ohne weiteres konstruieren.

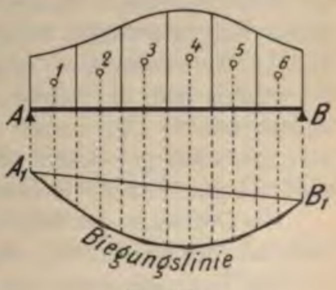


Fig. 203.

Ist das Trägheitsmoment veränderlich, so wird man die Trennung der Flächen womöglich so vornehmen, dafs für jeden Streifen das Trägheitsmoment konstant bleibt. Ist J stetig veränderlich, so müssen die Streifen entspre-

chend schmal gewählt werden (aber nicht zu klein, eine Breite von 1—2 cm ist immer zulässig); für J benutzt man den Wert, welcher dem Schwerpunkt entspricht. Um die Trägheitsmomente an diesen Punkten nicht immer ausrechnen zu müssen, ist es von grofsem Vorteil, ein Diagramm der Trägheitsmomente, gleichgültig in welchem Mafsstabe, zu zeichnen, nachdem man mehrere Werte durch Rechnung bestimmt hat.

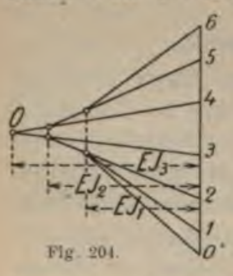


Fig. 204.

Wie die Gerade der Kräfte projiziert wird, zeigt Figur 204; alle Strahlen sind eindeutig bestimmt, sobald ein Projektionspunkt, z. B. O, gewählt wird. Wir nennen diese Figur das Diagramm der Neigungen, weil sie die Neigungen der Tangente darstellt.

Wer lieber mit einem einzigen Pol arbeitet, kann die Momentenfläche verzerren, indem er jede Ordinate durch das betreffende Trägheitsmoment dividiert und mit einem konstanten Trägheitsmoment multipliziert, als welches man am besten das am häufigsten vorkommende wählt. Mit dieser verzerrten Momentenfläche und mit dem gewählten konstanten Trägheitsmoment wird die gewöhnliche Konstruktion ausgeführt.[1])

Die Ordinaten der Biegungslinien erscheinen in dem Mafsstab der Zeichnung, wenn man die Polweite EJ in dem Mafs annimmt wie die Kräfte, d. h. die reduzierten Flächen durch den Mafsstab der Zeichnung dividiert. Nimmt man diese Polweite, so erscheinen die Ordinaten in Naturgröfse. Nimmt man sie noch kleiner, so werden die Ordinaten in dem Verhältnis gröfser.

Hat man z. B.

Mafsstab der Zeichnung	1 : 50	$\lambda = 50$
Mafsstab der Ordinaten der Momentenlinie	1 cm = 200 t · cm	$\mu = 200$
Mafsstab der Flächen im Kräftepolygon	1 cm = 5 cm²	$q = 5$

$$E = 2150 \text{ t/cm}^2;\ J = 40000 \text{ cm}^4$$

[1]) Dieses Verfahren empfiehlt sich besonders für die rechnerische Ermittelung der Biegungslinie.

und will man die Ordinaten der Biegungslinie in Naturgröfse haben, so mufs man als Polweite H wählen:

$$H = \frac{2150 \cdot 40000}{50 \cdot 50 \cdot 200 \cdot 5} = 34{,}4 \text{ cm}; \text{ allgemein } H = \frac{E J}{\lambda^2 \cdot \mu \cdot \varphi}.$$

Will man die Ordinaten auf das n-fache vergröfsert haben, z. B. auf das 4-fache, so ist zu nehmen: $H = \frac{34{,}4}{4} = 8{,}6$ cm. Im allgemeinen ist also: $H = \frac{E \cdot J}{n \cdot \lambda^2 \cdot \mu \cdot \varphi}$. Die Neigungen (der Tangenten) erscheinen aber in viel gröfserem Mafsstabe, und zwar mit dem Mafsstab der Zeichnung multipliziert; in diesem Falle ist:

$$\omega = 4 \cdot 50 = 200; \text{ allgemein } \omega = \frac{E \cdot J}{H \cdot \lambda \cdot \mu \cdot \varphi}.$$

Berücksichtigung der Quer- und Normalkräfte.

Die elastische Linie infolge der Wirkung der Querkräfte wird aus der Linie der Momente abgeleitet, indem man deren Ordinaten mit dem Verhältnis $\frac{\mu}{G F'}$ multipliziert; hier ist μ das Moment (in t · cm) das durch eine Ordinate von 1 cm dargestellt wird, G der Gleitmodul (für Flufseisen $G = {}^5/_{13}\, E = 830$ t/cm²) und F' die Fläche (in cm²) auf welche die Querkraft Q gleichmäfsig verteilt wirken sollte um die tatsächliche Formänderung hervorzurufen. Für Kreis und Ellipse ist $F' = {}^9/_{10}\, F$; für Rechtecke $F' = {}^5/_6\, F$; für gewalzte ⌶- und ⊏-Eisen ist $F' = {}^9/_8$ der Fläche des Steges zwischen den Flanschen; für genietete Träger nimmt man F' gleich der Fläche des Stahlbleches an.

In unserem Beispiel war $\mu = 200$. Für einen Blechbalken mit konstanter Höhe und Stehblech 400 · 10 mm ist das Verhältnis $\frac{200}{40 \cdot 830}$. Um die Ordinaten in vierfacher Gröfse zu erhalten nimmt man dafür $\frac{4 \cdot 200}{40 \cdot 830} = \frac{1}{41{,}5}$.

Die so reduzierten Ordinaten werden zu den ersten addiert.

Bei Trägern mit veränderlicher Höhe mufs die Momentenfläche entsprechend verzerrt werden, wobei die Gleichung auf Seite 118 zur Anwendung kommt.

Die Normalkräfte kommen nur ausnahmsweise in Betracht; wie man sie berücksichtigt, ist auf Seite 256 auseinandergesetzt.

Krumme stabförmige Körper.

Zur Bestimmung der Formänderung von krummen stabförmigen Körpern kommt man mit einer einzigen elastischen Linie nicht aus; man mufs vielmehr eine solche für die vertikalen und eine für die horizontalen Verschiebungen zeichnen. Den gröfsten Einflufs haben auch hier die Biegungsmomente, denen gegenüber oft alle andern vernachlässigt werden.

Man nimmt am besten an, dafs das eine Ende fest eingespannt ist. Wirkt das Moment M auf das kurze Stück Δs, so erfolgt eine Drehung um $\Delta \varphi = M \frac{\Delta s}{F J}$.

Ein beliebiger Punkt verschiebt sich horizontal um $(y - y') \Delta \varphi$ (Fig. 205) und vertikal um $(x - x') \Delta \varphi$. Aus diesen Gleichungen folgt die Konstruktion: man zeichnet auf der abgewickelten Achse $A_1 B_1$ (Fig. 206) das Diagramm der Trägheitsmomente und das Diagramm der Biegungsmomente. Letzteres teilt man durch Senkrechte in Streifen, bestimmt den Flächeninhalt, die Schwerpunkte und die zugehörigen Trägheitsmomente. Die Flächen der einzelnen Streifen werden untereinander aufgetragen und mit den verschiedenen Polentfernungen $E J_1$, $E J_2$, $E J_3$ . . . usw. das Diagramm der Neigungen konstruiert, wobei ein Punkt, z. B. O, beliebig auf der Senkrechten in entsprechender Entfernung von der Geraden der Kräfte gewählt wird. Nun überträgt man auf die Achse des Körpers die Punkte 1, 2, 3 . . . und zeichnet zwei Seilpolygone: das eine, v, hat die Ecken auf den Senkrechten durch diese Punkte und die Seiten parallel zu den Neigungen; das andere, h, hat die Ecken auf den Wagerechten und die Seiten rechtwinklig zu den Neigungen. Die Seiten dieser Seilpolygone sind Tangenten der vertikalen und horizontalen Biegungslinien, die

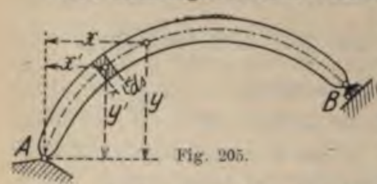


Fig. 205.

Berührungspunkte entsprechen den Trennungslinien der Momentenfläche.

Es erübrigt nur, die Schlufslinien festzustellen. Ist ein Punkt, z. B. A, fest eingespannt, so sind die betreffenden Tangenten an v und h die Schlufslinien. Ist der Punkt A gelenkig aufgelagert, B dagegen auf einer Geraden geführt, so ermittelt man die horizontale

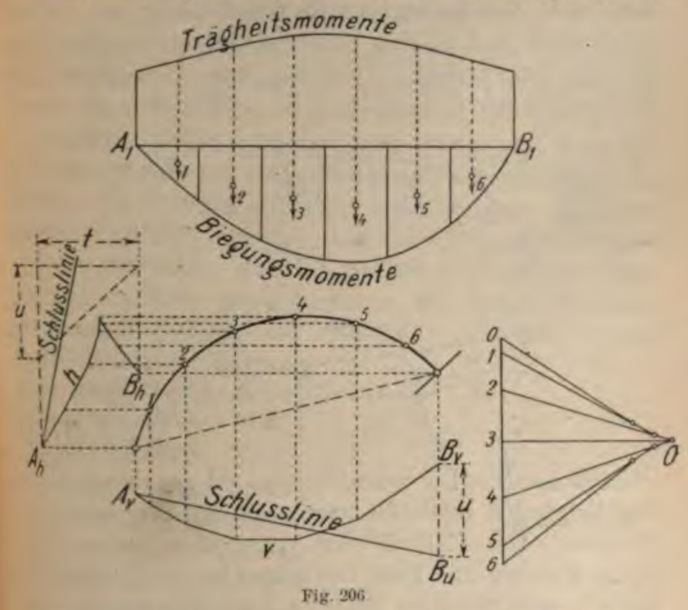


Fig. 206.

Entfernung t der Punkte A_h und B_h und zieht durch das Ende über B_h eine Parallele zur Bahn von B, wodurch über A_h die Strecke u abgeschnitten wird. Nun trägt man $B_v\ B_u = u$ auf und zieht die Gerade $A_v\ B_u$, ferner durch A_h (den ersten Punkt) die rechtwinklige dazu; dies sind die beiden Schlufslinien. Die Neigungen, deren Mafsstab nach Seite 253 ermittelt wird, beziehen sich auf die Tangente in A. Die horizontale bzw. vertikale Verschiebung jedes Punktes ist gleich seiner horizontalen bzw. vertikalen Entfernung von der Schlufs-

linie. Die Maſsstäbe der Biegungslinien werden wie für den geraden Balken ermittelt (Seite 253).

Um den Einfluſs der Querkräfte zu berücksichtigen, geht man von der Formel $\Delta z = \frac{Q}{G F'} \Delta s$ aus, und verfährt hier am besten teilweise rechnerisch. Man teilt den Körper in mehrere Abschnitte; die für jeden derselben berechnete Verschiebung wird rechtwinklig zur Achse aufgetragen und in eine vertikale und eine horizontale Verschiebung zerlegt. Nun trägt man die senkrechten Verschiebungen $C C_2$, $D D_2$, $E E_2$, $\ldots B B_2$ (Fig. 207) von den betreffenden Wagerechten, und die wagerechten Verschiebungen $C_2 C_1$, $D_2 D_1$, $\ldots B_1 B_2$ von den Senkrechten ab; man erhält dann ebensoviel Punkte der betreffenden elastischen Linien. Die Schluſslinien sind genau wie oben.



Fig. 207.

Die Neigungen bestimmt man nach den Tangenten der Kurven. Der Einfluſs der Querkräfte ist meistens äuſserst gering und kann fast immer bei der Berechnung statisch unbestimmter Systeme vernachlässigt werden.

Ganz ähnlich verfährt man, um die Formänderung infolge der Normalkräfte zu ermitteln, die oft (z. B. bei dem eingespannten Bogen) eine nicht unwesentliche Rolle spielen. Es ist $\Delta l = \frac{N \Delta s}{E F}$. Mit dieser Formel berechnet man die Δl für verschiedene Abschnitte des Körpers, trägt sie auf die Tangente an die Achse ab, und zerlegt sie in wagerechte und senkrechte Verschiebungen. Des weiteren verfährt man genau wie oben. Schlieſslich addiert man die Ordinaten der zusammengehörigen

elastischen Linien und erhält so die Gesamtverschiebungen. Mit der allgemeinen Benennung »Verschiebungsplan« bezeichnet man beide vollständigen elastischen Linien.

57. Formänderung ebener Fachwerke.

I. Williot-Verschiebungspläne.

Ändern sich die Längen der Stäbe eines Fachwerkes um sehr kleine Strecken, und betrachtet man das eine Ende eines beliebigen Stabes als fest, so besteht die Verschiebung des anderen Endpunktes aus zwei Elementen, erstens aus einer Bewegung in der Stabrichtung gleich der Längenänderung, und zweitens aus einer kleinen Drehung um das feste Ende, also einem Kreisbogen, der wegen seiner Kleinheit als eine Senkrechte zur Stabrichtung gelten kann. — Man erhält demnach die endgültige Lage des Punktes C, Fig. 208, indem man zuerst die Längenänderung des Stabes a nach der Formel $\Delta l = \frac{S\,l}{E\,F}$ berechnet, sie nach Gröfse und Richtung von einem festen Punkt O' aufträgt und in dem Endpunkte ein Lot errichtet; auf diesem Lote mufs der gesuchte Punkt nach der Formänderung liegen. Durch eine ähnliche Konstruktion liefert der Stab b eine zweite Linie, welche die erste in dem gesuchten Punkte C' schneidet.

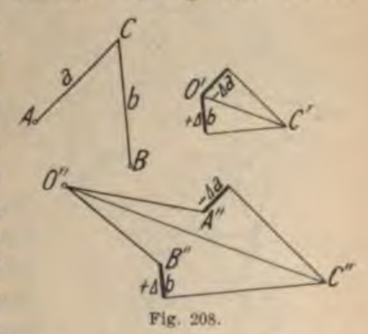


Fig. 208.

Die Gesamtverschiebung des Punktes C ist nach Gröfse und Richtung durch die Gerade $O'\,C'$ dargestellt. Waren die Punkte A und B nicht fest, so ist die gleiche Konstruktion gültig, wenn man nur die Längenänderungen von den Punkten A'' und B'' aufträgt. Wenn die

Strahlen $O'' A''$ und $O'' B''$ die Verschiebungen von A und B darstellen, so ist $O'' C''$ die Verschiebung von C.

Durch Wiederholung dieser Konstruktion gelangt man zum vollständigen Verschiebungsplan des Fachwerkes. Man nimmt (am besten in der Mitte des Systems) einen Punkt und die Richtung eines Stabes als fest an und ermittelt der Reihe nach die Lage aller Knotenpunkte nach der Formänderung.

Um Fehler zu vermeiden, merke man sich, dafs die Verlängerung eines Stabes in der Richtung vom festen (bzw. zuletzt ermittelten) Punkt nach dem verschieblichen aufgetragen werden mufs; das Umgekehrte gilt für die Verkürzung. In Fig. 208 ist Δa eine Verlängerung, Δb eine Verkürzung.

Die Gesamtverschiebungen aller Punkte werden nach Gröfse und Richtung durch die Strahlen dargestellt, die von dem festen Punkt ausgehen, und zwar in dem Mafsstab, in welchem die Längenänderungen aufgetragen worden sind.

Fig. 209.

Es bleibt nun noch zu untersuchen, ob die Auflagerungsbedingungen erfüllt werden; wenn dies nicht der Fall ist, so mufs eine passende Drehung des Systems vorgenommen werden.

Zum besseren Verständnis wurde für das Fachwerk (Fig. 209) der Verschiebungsplan gezeichnet. Dabei wurde O als Ausgangspunkt und die Richtung des Stabes OC als fest gewählt, wonach sich A und B gehoben haben. Ist aber tatsächlich A fest und B auf einer gewissen Bahn gleitend, so mufs man

zunächst durch eine Bewegung des Systems parallel zu sich selbst den Punkt A in seine ursprüngliche Lage zurückbringen, was auf den Verschiebungsplan ohne Einfluſs ist. Hierdurch würde aber dem Punkte B eine Bewegung angewiesen, die er nicht ausführen kann; infolgedessen ist noch eine Drehung des ganzen Systems um A nötig. Dabei beschreiben sämtliche Knotenpunkte des Fachwerkes kleine Kreisbögen, die man als Senkrechte zu den Strahlen AD, AO, AC, AE und AB auffassen kann. Ihre Länge ist den Längen der zugehörigen Strahlen proportional, so daſs eine dem Fachwerknetz ähnliche Figur entsteht, die gegenüber der ursprünglichen um einen rechten Winkel gedreht erscheint. Durch die Bedingung, daſs $B' B''$ der Auflagerbahn von B parallel und $A' B''$ normal zu AB sein muſs, ist B'' bestimmt. Die Figur $A' D'' O'' E'' B'' C''$ läſst sich dann durch eine Reihe von Senkrechten zu den entsprechenden Stäben des Fachwerkes leicht konstruieren. Die Verschiebungen sind dann $B' B''$, $C' C''$, $D' D''$ usw.

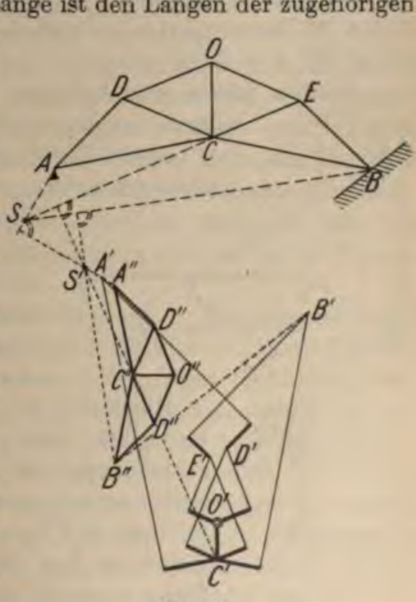


Fig. 210.

Ist die Bahn nicht geradlinig, so ersetzt man sie durch ihre Tangente in B.

Sollen sich drei Punkte, z. B. A, B und C, auf bestimmten Bahnen bewegen, Fig. 210, so zieht man

zunächst durch A und C Normalen zu diesen Bahnen, die sich in einem Punkte S treffen mögen. Diesen Punkt betrachtet man als einen Systempunkt, durch starre Stäbe mit A und C verbunden. Seine Lage im Verschiebungsplan ergibt sich, indem man durch A' und C' Senkrechte zu SA und SC zieht. Hiermit ist der Fall auf den vorigen zurückgeführt. Um B'', d. i. die neue Lage von B, zu erhalten, zieht man durch B' eine Parallele zur Auflagerbahn bis zum Schnitt mit der von S' senkrecht zu SB gezogenen Geraden. Auf $S'B''$ konstruiert man endlich das Schlufspolygon $S'A''B''C''$.

Ähnlich lassen sich Aufgaben für andere Auflagerungsbedingungen lösen.

Dieses Verfahren setzt ein statisch bestimmtes System voraus, was für alle Untersuchungen von Formänderung gilt. Nötigenfalls schaltet man überzählige Stäbe aus, oder ändert die Auflagerungsbedingungen.

Die Fälle, in denen ein biegungsfester Stab beim Zeichnen eines Verschiebungsplanes berücksichtigt werden mufs, sind äufserst selten; im allgemeinen sind die Biegungen im Vergleich zu den Längenänderungen der Stäbe so stark, dafs die letzteren vernachlässigt werden dürfen. Wie man verfährt, wenn ausnahmsweise ein sehr kräftiger, biegungsfester Stab im System liegt, sei an einem Beispiel erläutert.

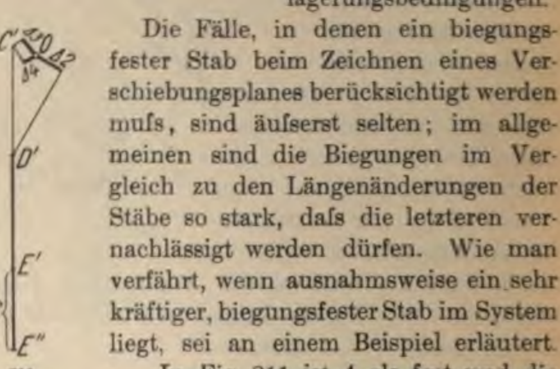


Fig. 211.

In Fig. 211 ist A als fest und die Richtung von AB als unveränderlich angenommen und mit den Längenänderungen Δ_3 und Δ_4 die Verschiebung des Punktes C ermittelt worden. Zur Bestimmung von

D' wurde die Längenänderung des Stabes CD als äufserst gering vernachlässigt, $C'D'$ rechtwinklig zu CD gezogen und bis in E' verlängert, wobei $\frac{C'D'}{D'E'} = \frac{CD}{DE}$; schliefslich kam noch $f = E'E''$ gleich der Senkung des Punktes E auf die Gerade CD bezogen: $f = \frac{P}{3\,EJ}\,a^2\,(a+b)$; OE'' ist dann die Gesamtverschiebung von E.

Bei Systemen mit zahlreichen Stäben empfiehlt es sich, den Verschiebungsplan in gröfserem Mafsstabe zu beginnen und nachträglich zu einem kleineren übergehen, wenn der zur Verfügung stehende Raum nicht ausreicht. Es kann auch vorteilhaft sein, das System in mehrere Scheiben zu zerlegen, welche jede für sich untersucht werden. In einem Plan in kleinerem Mafsstab werden schliefslich sämtliche Verschiebungen vereinigt, indem man jede Scheibe als einen einfachen Stab betrachtet, dessen Längenänderung den partiellen Plänen zu entnehmen ist.

Die Williot-Pläne sind die vollkommensten, da sie die Verschiebungen jedes Punktes in der wirklichen Richtung darstellen, wozu bei anderen Methoden zwei elastische Linien nötig sind. Sie gestatten eine rasche und übersichtliche Lösung vieler Aufgaben und zugleich die Berücksichtigung der Formänderungen aller Stäbe. Die Genauigkeit ist bei einigermafsen sorgfältiger Zeichnung vollständig befriedigend. Ob aber andere Verfahren in dieser Beziehung besser sind, erscheint zweifelhaft, indem meistens die Genauigkeit mehr scheinbar als reell ist. Die umständliche Berechnung von Williot-Plänen ist nur bei gewissen theoretischen Untersuchungen vorteilhaft. Als nachteilig wird es empfunden, dafs zur sicheren Kontrolle der ganze Verschiebungsplan neu gezeichnet werden mufs (wobei zweckmäfsig ein anderer Pol und eine andere feste Richtung angenommen werden). Mit geringer Mühe kann man auch nach dem Prinzip der virtuellen Arbeit eine Verschiebung rechnerisch ermitteln,

was einen Anhalt für die Genauigkeit des Planes gibt. (Vgl. Seite 373.) Bei der Ermittelung von Einflufslinien statisch bestimmter Systeme geben die Williot-Pläne ein wertvolles Hilfsmittel.

Es soll schliefslich noch erwähnt werden, dafs vielfach die Längenänderung der einzelnen Stäbe nicht ohne weiteres als unendlich klein im Vergleich mit den Stablängen gelten kann. Diese Voraussetzung, auf welche sich die ganze Theorie des Fachwerks aufbaut, ist nur angenähert richtig (ebenso wie die Gleichung der elastischen Linie); aus diesem Grunde ist es zwecklos, eine übertriebene Genauigkeit zu verfolgen, die nur illusorisch ist. Die Theorie entspricht wohl der Annäherung der Angaben und der Voraussetzungen, ist aber nicht mathematisch genau. Diese Bemerkungen gelten für alle statischen Untersuchungen.

II. Rechnerische Ermittelung der Formänderung.

Die Aufgabe ist eine rein geometrische und kann nach verschiedenen Verfahren gelöst werden.

Bei allen berechnet man zunächst für den gegebenen Belastungszustand die Stabkräfte und die Längenänderungen der einzelnen Glieder nach der Formel $\Delta l = \frac{S\,l}{EF}$. Für F werden die Brutto-Querschnittsflächen eingeführt; selbst Futterstücke, die lediglich zur Ausfüllung von Zwischenräumen dienen, sind dabei mitzurechnen, sofern sie nur durch einige Nieten mit dem Stab verbunden sind und infolgedessen die Dehnung mitmachen müssen. Für l ist nicht immer die geometrische Länge einzusetzen, sondern oft eine etwas kürzere. Anwendbar sind folgende Verfahren:

a) Bei ganz einfachen Systemen

stellt man die Gleichungen auf, welche durch die geometrischen Längen der Stäbe gegeben sind, setzt überall $l + \Delta l$ statt jeder Länge l ein, und entwickelt

die Gleichungen; von den letzteren subtrahiert man die ursprünglichen, in denen nur die Längen l vorkommen, und streicht alle Glieder, welche kleine Gröfsen höheren Grades enthalten (wie Δl^2, $\Delta l_1 \cdot \Delta l_2$ usw.).[1]) So ergeben sich Gleichungen ersten Grades, welche die Ermittelung der Verschiebungen der Hauptknoten ermöglichen.

Fig. 212.

Beispiel 1. Ändern die drei Seiten eines Dreiecks ihre Längen, so erhält man (Fig. 212.):

$$\Delta m = \frac{1}{a}(n \,\Delta a + b \,\Delta b - c \,\Delta c)$$

$$\Delta n = \frac{1}{a}(m \,\Delta a - b \,\Delta b + c \,\Delta c)$$

$$\Delta h = \frac{m\,n}{a\,h}\left(\frac{b \,\Delta b}{m} + \frac{c \,\Delta c}{n} - \Delta a\right)$$

$$\Delta \alpha = -\Delta \beta - \Delta \gamma = \frac{\Delta a}{h} - m\frac{\Delta b}{b\,h} - n\frac{\Delta c}{c\,h}.$$

Die Strecken m und n lassen sich aus den zwei Gleichungen $m + n = a$, $m - n = \frac{(b+c)(b-c)}{a}$ leicht berechnen.

Beispiel 2. In einem ursprünglich rechtwinkligen Dreieck ändern sich die Längen der drei Seiten; gesucht ist die Abweichung des Winkels α von einem rechten (Fig. 213).

Fig. 213.

Man findet: $\Delta \alpha = \frac{1}{b\,c}(a \,\Delta a - b \,\Delta b - c \,\Delta c)$.

Beispiel 3. Ändern sich in dem Viereck (Fig. 214) nur die Längen der Seiten r und s, so hat man die Bedingungsgleichungen: $x^2 + y^2 = s^2$, $(m-y)^2 + (n+x)^2 = r^2$. Schreibt man den Gröfsen r, s, x

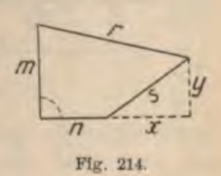


Fig. 214.

[1]) Dies entspricht der Differentiation der Bedingungsgleichungen die Δl können mit den Differentialen vertauscht werden. Dieser Grad der Annäherung entspricht der Genauigkeit aller statischen Berechnungen.

und y je eine kleine Änderung zu und verfährt wie oben angegeben, so erhält man:

$$\varDelta x = \frac{y\,r\,\varDelta r + (m-y)\,s\,\varDelta s}{m x + n y}; \quad \varDelta y = -\frac{x\,r\,\varDelta r - (n+x)\,s\,\varDelta s}{m x + n y}.$$

b) Methode der Drehungen (Fig. 215).

Ändert sich die Länge des Stabes a um die kleine Gröfse $\varDelta a$, so kann man annehmen, dafs diese Längenänderung genau bei dem Fufs des Lotes h geschieht. Denkt man sich den rechten Teil des Fachwerkes fest, so vollzieht der linke eine Drehung $\Theta = \frac{\varDelta a}{h}$ um den Punkt A.

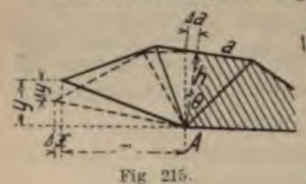


Fig. 215.

Die Änderung der Koordinaten y und x sind:

$$\varDelta y = \Theta\,x = x\,\frac{\varDelta a}{h}; \quad \varDelta x = \Theta\,y = y\,\frac{\varDelta a}{h}.$$

Indem man auf diese Weise der Reihe nach die Längenänderungen sämtlicher Stäbe berücksichtigt, ergeben sich die Verschiebungen aller Punkte. Sollen nur die vertikalen Verschiebungen ermittelt werden, so rechnet man nur die $\varDelta y$. Das Verfahren ist sehr übersichtlich und besonders bequem, wenn die Formänderung der Gitterstäbe nicht berücksichtigt wird, was oft zulässig ist. Für Parallelträger ist es um so mehr angebracht, als hier die Drehpunkte der Gitterstäbe ins unendliche fallen, d. h. es kommen Parallelverschiebungen statt Drehungen vor. Man nimmt zuerst einen Stab als fest an und berechnet die Winkel Θ (Fig. 216):

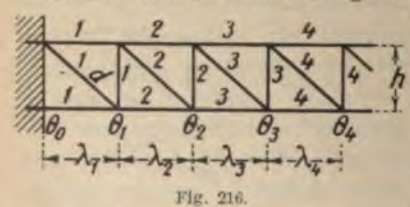


Fig. 216.

$$\Theta_0 = \frac{\varDelta u_1}{h}; \quad \Theta_1 = \frac{\varDelta o_1 + \varDelta u_2}{h}; \quad \Theta_2 = \frac{\varDelta o_2 + \varDelta u_3}{h} \text{ usw.}$$

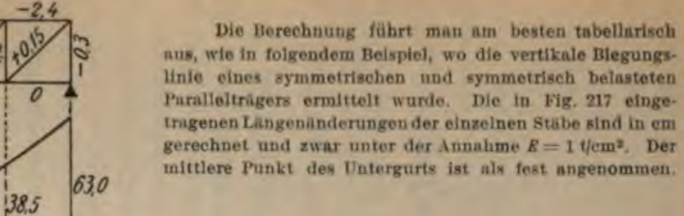


Fig. 217.

Die Berechnung führt man am besten tabellarisch aus, wie in folgendem Beispiel, wo die vertikale Biegungslinie eines symmetrischen und symmetrisch belasteten Parallelträgers ermittelt wurde. Die in Fig. 217 eingetragenen Längenänderungen der einzelnen Stäbe sind in cm gerechnet und zwar unter der Annahme $E = 1$ t/cm². Der mittlere Punkt des Untergurts ist als fest angenommen.

1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8
					Δv_0		$y_0 = \Delta v_0$						0,20		$y_0 = 0{,}20$
Θ_0	Θ_0	λ_1	$\Theta_0 \lambda_1$	$\frac{d_1}{h}\Delta d_1$	Δv_1	Δy_1	$y_1 = \Delta y_1$	0,0215	0,0215	220	4,73	0,55	0,60	5,88	$y_1 = 5{,}88$
Θ_1	$\Theta_0 + \Theta_1$	λ_2	$(\Theta_0 + \Theta_1)\lambda_2$	$\frac{d_2}{h}\Delta d_2$	Δv_2	Δy_2	$y_2 = \Delta y_2 + y_1$	0,0280	0,0495	220	10,89	0,77	0,80	12,46	$y_2 = 18{,}34$
Θ_2	$\Theta_0 + \Theta_1 + \Theta_2$	λ_3	$(\Theta_0 + \Theta_1 + \Theta_2)\lambda_3$	$\frac{d_3}{h}\Delta d_3$	Δv_3	Δy_3	$y_3 = \Delta y_3 + y_2$	0,0360	0,0855	220	18,81	0,12	1,20	20,13	$y_3 = 38{,}47$
Θ_3	$\Theta_0 + \Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3$	λ_4	$(\Theta_0 + \Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3)\lambda_4$	$\frac{d_4}{h}\Delta d_4$	Δv_4	Δy_4	$y_4 = \Delta y_4 + y_3$	0,0240	0,1095	220	24,09	0,17	0,30	24,56	$y_4 = 63{,}03$

Die Schlußlinie zu dieser Kurve ist horizontal.

Hat der Träger keine Vertikalen, so sind alle $\Delta v = 0$.

Die vertikale Biegungslinie des Obergurtes hat die Ordinaten:

$$y_0 = \Delta v_0;$$

$$y_1 = \Theta_0 \lambda_1 + \frac{d_1}{h} \Delta d_1 + \Delta v_1;$$

$$y_2 = y_1 + (\Theta_0 + \Theta_1) \lambda_2 + \frac{d_2}{h} \Delta d_2 + \Delta v_2;$$

$$y_3 = y_2 + (\Theta_0 + \Theta_1 + \Theta_2) \lambda_3 + \frac{d_3}{h} \Delta d_3 + \Delta v_3; \text{ usw.}$$

Die Biegungslinie kann auch graphisch ermittelt werden, indem man alle Drehungswinkel als Gewichte betrachtet, die in den betreffenden Drehpunkten angreifen, und dazu ein Seilpolygon mit Polweite $H = \frac{1}{n}$ zeichnet, wo n den Maſsstab der Zeichnung darstellt und die Einheit dieselbe ist, nach welcher die Winkel aufgetragen werden. Alsdann erscheinen die Ordinaten in Naturgröſse; um sie m-mal vergröſsert zu erhalten, muſs man H m-mal kleiner wählen.

Dieses Verfahren ist im allgemeinen nur dann vorteilhaft, wenn die Längenänderungen der Füllungsglieder vernachlässigt werden.

c) **Die Müller-Breslauschen w-Gewichte.**

Im allgemeinen Fall, wenn man die Längenänderung aller Glieder berücksichtigen will, ist die Methode der w-Gewichte die geeignetste, um die Senkungen der einzelnen Punkte der Gurtungen zu berechnen. Das Verfahren besteht darin, daſs man für jeden einzelnen Knotenpunkt ein ideelles Gewicht ermittelt und das entsprechende Seilpolygon zeichnet oder berechnet. Die Ordinaten dieses Seilpolygons, auf die

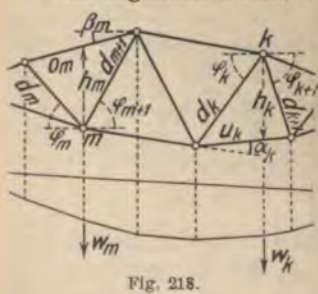


Fig. 218.

Schlufslinie bezogen, ergeben die gesuchten Senkungen. Die von Müller-Breslau zur Berechnung der w-Gewichte angegebenen Formeln sind in folgendem zusammengestellt.

1. Fall. Das Fachwerk enthält keine vertikalen Stäbe. Gesucht die senkrechten Verschiebungen der Knotenpunkte beider Gurtungen.

Mit bezug auf Fig. 218 erhält man mit $\frac{1}{\cos\alpha} = \sec\alpha$ usw.

$$w_m = \frac{1}{h_m}(-\Delta o_m \sec\beta_m + \Delta d_m \sec\varphi_m + \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1})$$

$$w_k = \frac{1}{k_m}(+\Delta u_k \sec\alpha_k - \Delta d_k \sec\varphi_k - \Delta d_{k+1} \sec\varphi_{k+1}).^{1)}$$

Es ist wohl möglich, die w-Gewichte für die Senkungen der Knoten nur einer Gurtung aufzustellen; doch wird dabei kaum etwas an Arbeit gespart.



Fig. 219.

Die Winkel α, β und φ sind hier immer spitz; ob sie nach unten oder nach oben positiv gezählt werden, ist einerlei. In einigen Fällen können sie aber stumpf werden, wie in dem Beispiel der Fig. 219 für alle Füllungsglieder geschieht, bei welchen eine Umkehrung in der Reihenfolge der Projektionen der Knotenpunkte stattfindet, wenn man den Linienzug der Füllungsstäbe verfolgt. Wo die Neigungswinkel stumpf sind, wechselt das Vorzeichen des betreffenden Gliedes. Das Seilpolygon weist dementsprechend Verschlingungen auf.

Liegt zufällig ein Stab in der Richtung der gesuchten Verschiebung, so wird dessen Längenänderung zunächst aufser acht gelassen und nachträglich berücksichtigt. Wie man die betreffende Biegungslinie findet, ist auf Seite 264 angegeben.

---

1) Hier ist α_k der Winkel des Stabes u_k mit der Wagerechten.

II. Fall. Gesucht die senkrechten Verschiebungen des Untergurtes eines Fachwerkes mit Vertikalen.

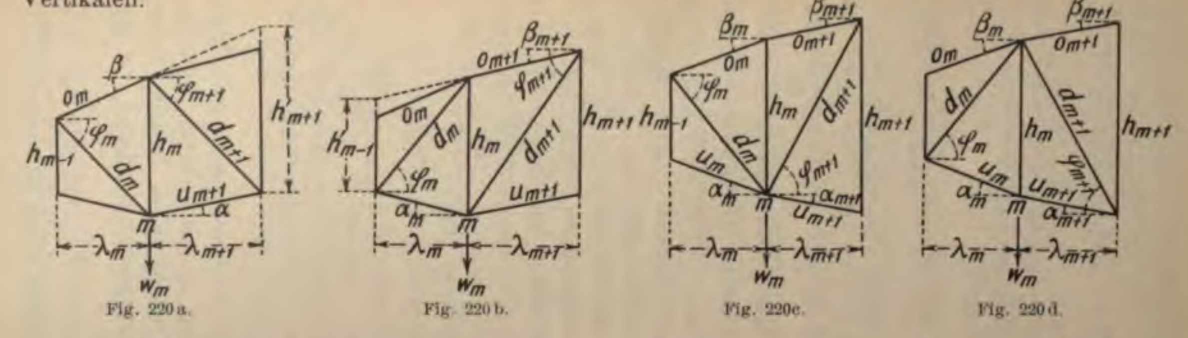


Fig. 220a. Fig. 220b. Fig. 220c. Fig. 220d.

a) $w_m = \frac{1}{h_m}\left[-\Delta o_m \sec\beta + \Delta u_m \sec\alpha + \Delta d_m \sec\varphi_m - \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1} - \Delta h_{m-1}\frac{h_m}{\lambda_m} + \Delta h_m \frac{h'_{m+1}}{\lambda_{m+1}}\right];$

b) $w_m = \frac{1}{h_m}\left[-\Delta o_{m+1} \sec\beta_{m+1} + \Delta u_m \sec\alpha_m - \Delta d_m \sec\varphi_m + \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1} - \Delta h_{m+1}\frac{h_m}{\lambda_{m+1}} + \Delta h_m \frac{h'_{m-1}}{\lambda_m}\right];$

c) $w_m = \frac{1}{h_m}\Big[-\Delta o_m \sec\beta_m - \Delta o_{m+1} \sec\beta_{m+1} + \Delta d_m \sec\varphi_m + \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1} + \Delta h_m(\operatorname{tg}\beta_m - \operatorname{tg}\beta_{m+1}) -$

$- \Delta h_{m-1}\frac{h_m}{\lambda_m} - \Delta h_{m+1}\frac{h_{m+1}}{\lambda_{m+1}}\Big];$

d) $w_m = \frac{1}{h_m}\left[+\Delta u_m \sec\alpha_m + \Delta u_{m+1} \sec\alpha_{m+1} - \Delta d_m \sec\varphi_m - \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1} + \Delta h_m(\operatorname{tg}\varphi_m + \operatorname{tg}\varphi_{m+1})\right].$

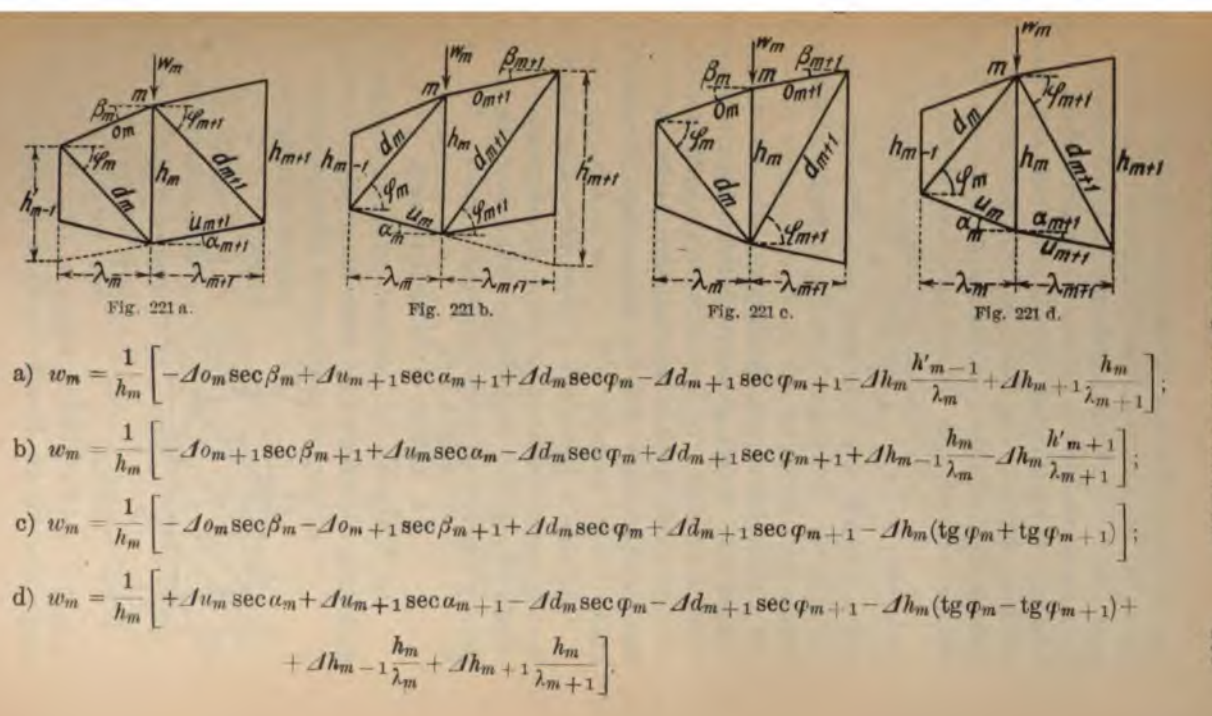


Fig. 221 a. Fig. 221 b. Fig. 221 c. Fig. 221 d.

a) $$w_m = \frac{1}{h_m}\left[-\Delta o_m \sec\beta_m + \Delta u_{m+1} \sec\alpha_{m+1} + \Delta d_m \sec\varphi_m - \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1} - \Delta h_m \frac{h'_{m-1}}{\lambda_m} + \Delta h_{m+1} \frac{h_m}{\lambda_{m+1}}\right];$$

b) $$w_m = \frac{1}{h_m}\left[-\Delta o_{m+1} \sec\beta_{m+1} + \Delta u_m \sec\alpha_m - \Delta d_m \sec\varphi_m + \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1} + \Delta h_{m-1} \frac{h_m}{\lambda_m} - \Delta h_m \frac{h'_{m+1}}{\lambda_{m+1}}\right];$$

c) $$w_m = \frac{1}{h_m}\left[-\Delta o_m \sec\beta_m - \Delta o_{m+1} \sec\beta_{m+1} + \Delta d_m \sec\varphi_m + \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1} - \Delta h_m (\operatorname{tg}\varphi_m + \operatorname{tg}\varphi_{m+1})\right];$$

d) $$w_m = \frac{1}{h_m}\left[+\Delta u_m \sec\alpha_m + \Delta u_{m+1} \sec\alpha_{m+1} - \Delta d_m \sec\varphi_m - \Delta d_{m+1} \sec\varphi_{m+1} - \Delta h_m (\operatorname{tg}\varphi_m - \operatorname{tg}\varphi_{m+1}) + \right.$$
$$\left. + \Delta h_{m-1} \frac{h_m}{\lambda_m} + \Delta h_{m+1} \frac{h_m}{\lambda_{m+1}}\right].$$

Die w-Gewichte sind Zahlen, haben also die Dimension Null; die Polentfernung zum Seilpolygon ist auch eine Zahl: wird sie gleich 1 genommen, so erscheinen die Senkungen verkleinert in dem Mafsstab der Zeichnung, falls die w-Werte nach derselben Einheit aufgetragen werden. Werden die Gewichte um das m-fache vergröfsert und will man die Senkungen in Naturgröfse erhalten, während die Zeichnung n-fach kleiner ist, so mufs man mit $H = \frac{m}{n}$ rechnen. Wird die Zahl n in einem Verhältnis k vergröfsert oder verkleinert, so erscheinen die Senkungen auch in demselben Verhältnis gröfser oder kleiner.

Das Verfahren, sinngemäfs geändert, kann auch die wagerechten Verschiebungen liefern; jedoch wird es äufserst verwickelt und unübersichtlich. Zu empfehlen ist dann die Methode der virtuellen Arbeit, besonders in dem Fall, dafs nur die gegenseitige Verschiebung zweier Punkte gesucht wird.

Statisch unbestimmte Fachwerke werden für diese Berechnungen immer zu einfachen Balken gemacht durch Ausschaltung der überzähligen Stäbe oder durch Änderung der Auflagerungsbedingungen usw.

d) Methode der virtuellen Arbeit.

Das Verfahren ist geeignet, um eine einzige Verschiebung zu ermitteln; diese kann aber verschiedener Natur sein, wie aus folgenden Beispielen hervorgeht:

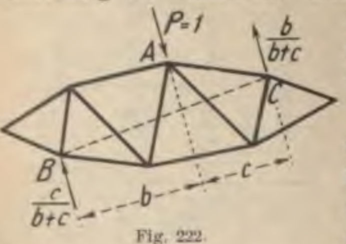


Fig. 222.

1. Gesucht die Verschiebung des Punktes A in einer gegebenen Richtung, bezogen auf die Gerade, welche zwei Punkte B und C des Fachwerkes verbindet (Fig. 222). Man belastet den Punkt A mit der Kraft $P = 1$ in der ge-

gebenen Richtung und nimmt an, daſs das Fachwerk in den Punkten B und C gestützt ist. Alsdann entstehen dort Reaktionen, die parallel zur Kraft P liegen und sich nach der Theorie des einfachen Balkens berechnen lassen. Nun ermittelt man die Stabkräfte infolge dieser Belastung und multipliziert sie mit den Längenänderungen der einzelnen Stäbe infolge irgendeiner Belastung oder einer Temperaturänderung o. dgl. Die Summe der Produkte gibt die gesuchte Verschiebung.

2. Gesucht die gegenseitige Annäherung der beiden Punkte B und C. Man läſst in B eine Kraft gleich 1 in der Richtung BC und in C eine solche in der Richtung CB wirken, berechnet die Stabkräfte und multipliziert sie mit den Längenänderungen der Stäbe. Die Summe der Produkte gibt die gesuchte Annäherung der beiden Punkte.

3. Gesucht die gegenseitige Drehung zweier (ideellen oder reellen) Geraden AB und CD. Dieses Geradepaar belastet man mit einem Momentenpaar gleich eins. Die entsprechenden Kräfte sind in Fig. 223 angegeben. Nun berechnet man wieder die Stabkräfte, multipliziert sie mit den Längenänderungen der Stäbe und addiert die Produkte. Die Summe gibt die Drehung im Bogenmaſs.

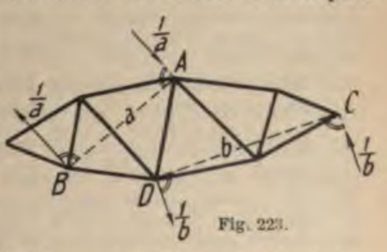


Fig. 223.

Beispiel. Die in Fig. 224 dargestellte mittlere Öffnung eines durchgehenden Fachwerkträgers sei durch gewisse Kräfte beansprucht, aus denen die Längenänderungen $\Delta s = \frac{Ss}{EF}$ für $E = 1$ berechnet werden. Gesucht werden:

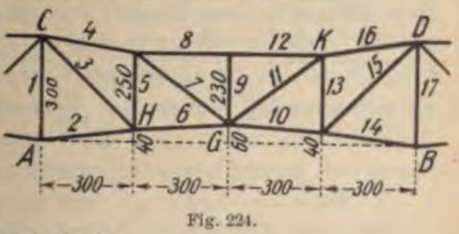


Fig. 224.

1. Die vertikale Senkung des Punktes G;

2. die gegenseitige Annäherung der Punkte H und K;

3. die gegenseitige Drehung der Pfosten AC und BD.

In folgender Tabelle bedeuten:

s die Länge der einzelnen Stäbe in cm;

Δs die Längenänderung infolge der tatsächlich vorhandenen Stabkräfte;

S' die Stabkräfte bei der Belastung für den Fall 1, d. i. durch eine vertikal nach unten gerichtete Kraft $= 1$ t in G, welche durch das Fachwerk auf die Lager A und B übertragen wird;

S'' die Stabkräfte bei der Belastung für den Fall 2, d. i. durch eine in H in der Richtung HK und eine in K in der Richtung KH wirkende Kraft, beide $= 1$ t;

S''' die Stabkräfte bei der Belastung für den Fall 3, d. i. durch je eine horizontale Kraft $= 1$ in A, B, C und D, die oberen nach innen, die unteren nach aufsen gerichtet. Da das Momentenpaar den Wert 300 t cm hat, so müssen wir nachträglich das Resultat durch 300 dividieren.

Stab	Stablänge		I. Fall		II. Fall		III. Fall	
	s	Δs	S'	$S'\Delta s$	S''	$S''\Delta s$	S'''	$S'''\Delta s$
Nr.	cm	cm	t	t cm	t	t cm	t	t cm
1	300	−120	−0,500	+ 60	0	0	−0,134	− 16
2	303	−122	0	0	0	0	+1,006	−123
3	397	+254	+0,856	+218	0	0	+0,298	+ 76
4	300	+182	−0,612	−111	0	0	−1,224	−223
5	250	−170	−0,640	+109	−0,324	+ 55	−0,156	+ 27
6	301	+164	+0,600	+ 98	−0,924	−152	+1,214	+199
7	378	+212	+0,800	+170	+0,533	+113	−0,093	− 20
8	300	−110	−1,293	+142	−0,420	+ 46	−1,140	+125
9	230	0	0	0	0	0	0	0
10	301	+186	+0,600	+112	0	0	+1,214	+226
11	378	+230	+0,880	+202	−0,621	−144	−0,093	− 21
12	300	−110	−1,293	+142	−0,420	+ 46	−1,140	+125
13	250	−185	−0,640	+119	0	0	−0,156	+ 29
14	303	−130	0	0	0	0	+1,006	−131
15	397	+286	+0,856	+245	0	0	+0,298	+ 86
16	300	+203	−0,612	−125	0	0	−1,224	−249
17	300	−142	−0,500	+ 71	0	0	−0,134	+ 19
			$\Sigma =$	+1452	$\Sigma =$	−36	$\Sigma =$	+129
	Endresultat		$\frac{1452}{2150} = 0{,}68$ cm		$-\frac{36}{2150} = -0{,}017$ cm		$+\frac{129}{300} = 0{,}43$	

$$\frac{0{,}43}{2150} = +0{,}000186$$
in Bogenmafs.

Wie man ähnliche Fälle behandelt, braucht nicht weiter auseinandergesetzt zu werden.

58. Einflufslinien statisch unbestimmter Systeme.

Bei statisch unbestimmten Systemen werden die Einflufslinien nach demselben Prinzip konstruiert wie bei statisch bestimmten; nur müssen für jeden Stab die statisch nicht bestimmbaren Gröfsen besonders ermittelt werden, wodurch die Arbeit sehr langwierig wird.

Am zweckmäfsigsten beginnt man mit der Konstruktion der Einflufslinien für die statisch nicht bestimmbaren Gröfsen. Die einfachste Methode ist folgende.

Man setzt das System unbelastet voraus, schreibt einer der statisch nicht bestimmbaren Gröfsen einen beliebigen Wert (meistens 1) zu, und setzt alle anderen gleich Null. Da der Träger jetzt kinematisch starr ist, so ist keine andere als eine elastische Formänderung möglich; man erhält also eine krumme bzw. polygonale Biegungslinie (überhaupt sind alle Einflufslinien statisch unbestimmter Systeme gekrümmt oder eckig, ausgenommen die Strecken, welche einer starren, von den statisch nicht bestimmbaren Gröfsen unabhängigen Scheibe entsprechen). Bei dieser Formänderung verschieben sich (im allgemeinen) die Angriffspunkte sämtlicher Kräfte; da aber die äufseren Kräfte sowohl wie die statisch nicht bestimmbaren Kräfte bzw. Momente unter sich im Gleichgewicht sind, so mufs die Summe aller Arbeiten gleich Null sein. Indem man der Reihe nach $X = 1$, $Y = 1$, $Z = 1 \ldots.$ setzt und jedesmal die Arbeitsgleichung aufstellt, erhält man ebensoviele Elastizitätsgleichungen wie Unbekannte vorhanden sind.

Wir bezeichnen im folgenden die auf die Richtung einer Kraft projizierte Verschiebung durch zwei kleine Buchstaben, deren erster die gleiche Bezeichnung wie die wirksam gedachte Kraft hat, der zweite die Kraft angibt, in deren Richtung die Verschiebung geschehen ist; es bedeutet also (xy) die durch die Kraft $X = 1$ in der Richtung der Kraft Y hervorgerufene Verschiebung.

Während das Fachwerk infolge der Belastung $X = 1$ von dem ursprünglichen zu dem deformierten Zustande übergeht, seien alle statisch nicht bestimmbaren Gröfsen $X, Y, Z \ldots.$ wirksam und aufserdem eine an einem beliebigen Punkt angreifende Last P.

Die Gleichung der Arbeit lautet dann:

$$X\,(xx) + Y\,(xy) + Z\,(xz) \ldots\ldots + P\,(px) = 0.$$

Ähnlich erhält man:

$$X\,(yx) + Y\,(yy) + Z\,(yz) \ldots\ldots + P\,(py) = 0 \text{ usw.}$$

Es ergeben sich schliefslich ebensoviele Gleichungen als Unbekannte, deren Auflösung nach einem beliebigen Verfahren erfolgen kann. Dabei gelangt man auf Ausdrücke von der Form:

$$X = P\,[\alpha\ (xp) + \beta\ (yp) + \gamma\ (zp) + \ldots\ldots]$$
$$Y = P\,[\alpha'\ (xp) + \beta'\ (yp) + \gamma'\ (zp) + \ldots\ldots]$$
$$Z = P\,[\alpha''\ (xp) + \beta''\ (yp) + \gamma''\ (zp) + \ldots\ldots].$$

Man erhält also die Einflufslinien für $X, Y, Z \ldots.$, wenn man die mit dem entsprechenden Koeffizienten multiplizierten Ordinaten der Biegungslinien infolge der Belastungen $X = 1$, $Y = 1$, $Z = 1 \ldots\ldots$ algebraisch addiert.

Die Auflagerkräfte kommen nicht in Betracht, solange man mit unverschieblichen Lagern zu tun hat; ist dies nicht der Fall, so ersetzt man das Lager durch ein passend gewähltes elastisches Glied.

Will man den Einflufs einer Temperaturänderung berücksichtigen, so berechnet man für die dadurch bedingten Längenänderungen der Stäbe die Deformation des Systems und darnach die Arbeit aller statisch nicht bestimmbaren Kräfte. In jede der früheren Gleichungen setzt man $P = 0$ und fügt als vollständig bekanntes Glied den Ausdruck der Arbeit der betreffenden Kraft für $X = 1$ in die erste Gleichung, für $Y = 1$ in die zweite usw.

Aus diesem System von Gleichungen lassen sich die Werte der Unbekannten mit Hilfe der bereits ermittelten Koeffizienten $\alpha, \beta, \gamma \ldots.$ sofort bestimmen.

Ganz ähnlich behandelt man den Fall der Nachgiebigkeit einer Stütze, wenn die betreffende Auflagerkraft statisch nicht bestimmbar ist.

Um die Einflufslinie irgend einer Stabkraft zu erhalten, drückt man dieselbe aus durch die für das statisch bestimmte System gültige Kraft S_0 und die Kräfte S_x, S_y, $S_z \ldots$, welche ausschliefslich von X, Y, $Z \ldots$ abhängen. Es wird also: $S = S_0 + S_x + S_y + \ldots$

Die Spannkräfte, welche durch $X = 1$, $Y = 1$, $Z = 1$ usw. hervorgerufen werden, sind aber bekannt, so dafs es nur einer Multiplikation dieser Stabkräfte mit den Werten von X, Y, Z usw. bedarf, welche der jeweiligen Lage der Angriffskraft P entsprechen. Schliefslich wird die gesuchte Einflufslinie gefunden, indem man zu den Ordinaten der S_0-Linie addiert: die Ordinaten der X-Linie mit der Kraft multipliziert, die aus $X = 1$ folgt, die Ordinaten der Y-Linie mit der Kraft multipliziert, die aus $Y = 1$ folgt usw. Diese umständliche Arbeit kann nur in seltenen Fällen durch andere Verfahren etwas abgekürzt werden.

Das einzige, welches mitunter Vorteile bietet, besteht in der Annahme eines statisch unbestimmten Grundsystems. Man läfst alsdann eine Kraft (bzw. ein Moment) mit dem Wert 1 darauf wirken und zeichnet unter Berücksichtigung der statisch nicht bestimmbaren Gröfsen die Biegungslinie, welche die Einflufslinie für die zur Wirkung gebrachte Kraft (bzw. Moment) darstellt. Der Mafsstab ergibt sich aus der Gleichung der Arbeit.

Beispiele für dieses Verfahren findet man in der Theorie der durchgehenden Träger.

Das allgemeine Verfahren führt immer zum Ziel, ist übersichtlich und einfach, und liefert die Einflufslinie in gewünschtem Mafsstab. Der Gebrauch eines Reduktionswinkels oder des Proportionalzirkels ist dabei sehr zu empfehlen.

Ist das System nur einfach statisch unbestimmt, so kommt man mit einer einzigen krummen Einflufslinie aus. Es lohnt sich dann, den Mafsstab für jede andere Einflufslinie so zu wählen, dafs die erste unverändert bleibt; sonst lehnt sich das Verfahren streng an das allgemeine (vgl. Theorie des Zweigelenkbogens, des durchgehenden Trägers auf drei Stützen usw.) an.

Wie bei statisch bestimmten Systemen, hat man mitunter auch hier nur einige Punkte der Einflufslinie nötig und kommt dann durch Rechnung schneller zum Ziele. Das Verfahren der virtuellen Arbeit wird in einigen Fällen Vorteile bieten; vielfach werden die Formeln auf Seite 262 geeignet sein, die Formänderung zu berechnen.

59. Formänderung stabförmiger Körper in einfachen Belastungsfällen.

Folgende einfache Formeln, bei welchen stabförmige Körper mit unveränderlichem Querschnitte vorausgesetzt werden, und die Formänderungen infolge der Normal- und Schubkräfte gegenüber derjenigen infolge der Biegungsmomente vernachlässigt werden, dienen als Grundlage zur Lösung zahlreicher Aufgaben.

Die Gleichung der Biegungslinie ergibt sich aus der Integration der allgemeinen Gleichung der elastischen Linie $\frac{d^2y}{dx^2} = \pm \frac{M}{EJ}$.

Einseitig eingespannter, sonst freier Stab.

Fig. 225.

$$1.\quad f = \frac{P}{EJ}\frac{l^3}{3};\quad \varphi = \frac{P}{EJ}\frac{l^2}{2}$$

$$y = \frac{Pl^3}{6EJ}\left(3\frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3}\right)$$

2. $f = \frac{M l^2}{2 EJ}$; $\varphi = \frac{M l}{EJ}$

$y = \frac{M x^2}{2 EJ}$; Biegungslinie parabolisch.

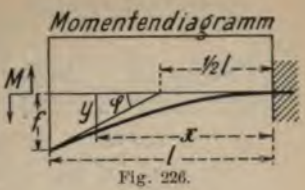


Fig. 226.

3. $f = \frac{M l^2}{6 EJ}$; $\varphi = \frac{M l}{2 EJ}$

$y = \frac{M x^3}{6 EJ l}$.

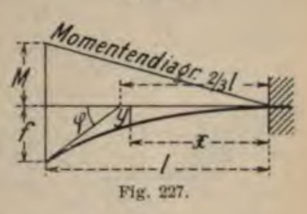


Fig. 227.

An den Enden gestützter Stab.

4. $y = \frac{M l^2}{6 EJ}\left(\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3}\right)$

$\alpha = \frac{M l}{6 EJ}$; $\beta = \frac{M l}{3 EJ} = 2 \alpha$.



Fig. 228.

Bei der Wichtigkeit der Biegungslinie für diesen Fall ist folgende Konstruktion von Wert.

Der Punkt C, wo sich die beiden Endtangenten schneiden, liegt unter dem Schwerpunkt des Momentendiagramms, also über dem einem Drittelpunkt der Länge l. Halbiert man AC in H und verbindet man H mit dem unteren Drittelpunkt von BC, so erhält man den Punkt der Kurve über E und seine Tangente. Andere Ordinaten sind gegeben durch:

$y_D = CM = {}^4/_9\, CF$; $y_F = {}^5/_9\, CF$; $y_G = {}^1/_2\, FN + MN$.

Die Tangente in einem beliebigen Punkt der Kurve läfst sich konstruieren, indem man durch den Fufs der Ordinate eine Parallele zu BC zieht, und den Schnittpunkt mit der Geraden AC mit dem betreffenden Punkt der Kurve verbindet.

5. $f = \frac{M l^2}{8 E J}$;

$$\alpha = \beta = \frac{M l}{2 E J} = \frac{4 f}{l}.$$

Fig. 229.

Biegungslinie parabolisch.

6. $\alpha = l \frac{2 M_A + M_B}{6 E J}$; $\beta = l \frac{2 M_B + M_A}{6 E J}$.

$$M_A = \frac{2 E J}{l} \left(2 \alpha - \beta\right)$$

$$M_B = \frac{2 E J}{l} \left(2 \beta - \alpha\right)$$

Fig. 230.

Der Schnittpunkt der Endtangenten liegt unter dem Schwerpunkt des Momentendiagramms.

Die Konstruktion von Zwischenpunkten der Kurve nebst Tangenten kann geschehen, indem man den Belastungsfall als Summe der beiden 4 und 5 betrachtet, also für jeden die Ordinaten des Punktes und die Tangenten ermittelt, und dann die Resultate addiert. Man kann aber auch direkt zum Ziel kommen, wenn nur die Endtangenten bekannt sind. Man zieht die Senkrechte $C D$, welche das Momentendiagramm in zwei Teile teilt, und projiziert die beiden Schwerpunkte in R und T auf die Endtangenten. Die Gerade $R T$ ist die Tangente in dem Punkt D der Kurve, den sie gleichzeitig bestimmt.

Alle diese Konstruktionen sind auch für schräge Koordinaten gültig.

7. **Träger mit einer Einzellast.** (Fig. 231.)

Durchbiegung unter der Last: $f = \frac{P}{EJ} \frac{a^2 b^2}{3 l}$, in der Mitte ($b > a$): $f_m = P a \left(\frac{3 l^2 - 4 a^2}{48 EJ}\right)$, unter einem beliebigen Punkt C: $f_c = \frac{P}{EJ} \frac{a c}{6 l} (l^2 - a^2 - c^2)$.

Neigung der Tangente unter der Last:

$$\varphi = \frac{P}{EJ}\,\frac{a\,b}{3}\,\frac{b-a}{l}.$$

Neigung der Endtangenten:

$$\tau_a = \frac{P}{EJ}\,\frac{ab}{6\,l}\,(b+l);$$

$$\tau_b = \frac{P}{EJ}\,\frac{ab}{6\,l}\,(a+l).$$

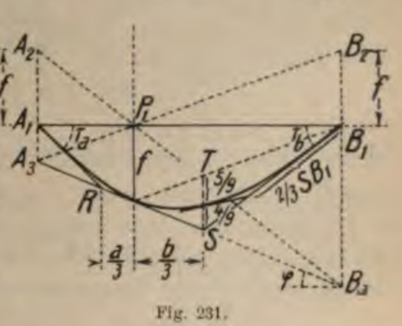


Fig. 231.

Um die Biegungslinie zu konstruieren, trägt man die berechnete Durchbiegung f in $A_1\,A_2$, und in $B_1\,B_2$ auf, und zieht die Geraden $B_2\,P_1\,A_3$, $A_2\,P_1\,B_3$. Die $A_3\,B_3$ ist die Tangente unter P_1, die $A_1\,R$, $B_1\,S$ sind die Endtangenten. Die Kurve schneidet die Gerade ST auf $^5/_9$; die Tangente dortselbst schneidet die SB_1 auf $^2/_3$.

Die Kurve besteht aus zwei Ästen, die sich nach dem Fall 4 konstruieren lassen.

8. $f = \frac{P\,(l-a)^2}{24\,l\,EJ}\,a^2$; $M_{max} = \pm\,P\,\frac{a}{l}\,\frac{l-a}{2}$;

$$\alpha = \beta = P\,\frac{a}{l}\,\frac{(l^2-a^2)}{24\,EJ};$$

$$\varphi = P\,\frac{a}{l}\,\frac{(l-a)\,(2\,l-a)}{24\,EJ}.$$

Fig. 232.

Überkragender Träger.

Allgemeiner Fall.

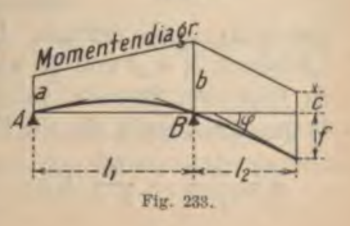


Fig. 233.

9. $f = \frac{l_2}{6\,EJ}\,[a\,l_1 + 2\,b\,(l_1+l_2)+c\,l_2]$;

$$\varphi = \frac{1}{6\,EJ}\left(l_1\,(a+2\,b) + 3\,l_2\,(b+c)\right).$$

10. $f = \frac{P}{3\,EJ}\,a^2\,(a+l)$; $\varphi = \frac{Pa}{6\,EJ}\,(3\,a+2\,l)$;

$\alpha = \frac{Pa\,l}{6\,EJ}$; $\beta = \frac{Pa\,l}{3\,EJ}$;

$y = P\frac{a}{l}\,\frac{x}{6\,EJ}\,(l^2 - x^2)$.

Fig. 234.

11. $f = \frac{Ma\,(3\,a+2\,l)}{6\,EJ}$; $\alpha = \frac{Ml}{6\,EJ}$.

$\beta = \frac{Ml}{3\,EJ}$;

$\varphi = \frac{M\,(3\,a+l)}{3\,EJ}$;

Fig. 235.

12. Einseitig eingespannter, sonst freier kreisförmiger Körper.
(Fig. 236.)

Aus den auf Seite 248 aufgestellten allgemeinen Ausdrücken für die Formänderung eines stabförmigen Körpers leitet man ab:

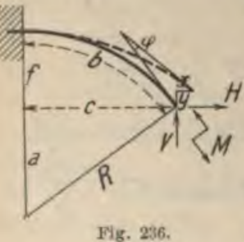


Fig. 236.

$$d\,\varphi = \frac{M}{EJ}\,d\,s;\quad d\,x = \frac{M\,y'}{EJ}\,d\,s;$$

$$d\,y = \frac{M\,x'}{EJ}\,d\,s.$$

Das Moment wird am besten mit Hilfe des Halbmessers und der trigonometrischen Funktionen eines veränderlichen Winkels ausgedrückt; nach erfolgter Integration führt man die Längen a, b, c, f und R wieder ein. So gelangt man zu folgenden Formeln, welche gültig sind, so lange der Bogen nicht mehr als ein Kreisviertel umfafst.

$$\varphi = \frac{M\,b}{EJ} + \frac{H}{EJ}\,(R\,c - a\,b) + \frac{V}{EJ}\,(b\,c - R\,f);$$

$$x = \frac{M}{EJ}(Rc - ab) + \frac{H}{2EJ}\left(b(R^2 + 2a^2) - 3Rac\right) +$$
$$+ \frac{V}{2EJ}(3Rc^2 - 2R^2 f - 2abc);$$
$$y = \frac{M}{EJ}(bc - Rf) + \frac{H}{2EJ}(3Rc^2 - 2R^2 f - 2abc) +$$
$$+ \frac{V}{2EJ}\left(b(R^2 + 2c^2) - Rc(R + 3f)\right).$$
$$R = \sqrt{a^2 + c^2} = a + f = \frac{c^2 + f^2}{2f}.$$

Bemerkungen über die Anwendung der Formeln 1 bis 12.

Die Voraussetzungen, unter denen diese Formeln abgeleitet wurden, können wohl als genügend zutreffend bezeichnet werden; für den Gebrauch mufs aber unbedingt der Belastungsfall mit dem vorhandenen übereinstimmen.

Sind die drei Elemente der Verschiebung (Drehung und Verschiebungen parallel zu den Achsen) für einen Querschnitt eines starren Stabes bekannt, so kann man die entsprechenden Werte für einen anderen beliebigen Querschnitt davon ableiten vermittelst der allgemeinen Formeln:

$$\varphi' = \varphi;\ \Delta x' = \Delta x + \varphi(y' - y);\ \Delta y' = \Delta y + \varphi(x' - x).$$

In dem Fall der Fig. 237 erhält man z. B.:

$$\Delta x = \varphi \cdot y;\ \Delta y = f + \varphi x,\ \varphi' = \varphi.$$

Es ist immer zulässig, sich einen Stab irgendwo geschnitten zu denken und die Durchbiegungen bzw. Neigungen der verschiedenen Querschnitte auf die dortige Tangente zu beziehen. Die Berechnung erfolgt gerade so, als ob der Stab dort eingespannt wäre. So können z. B. die Formeln von Nr. 12 auch bei einer beliebigen Anzahl von Einzellasten angewandt werden. Indem man den Stab im Angriffspunkt jeder Kraft durchschneidet, wird er in Teile zerlegt, die

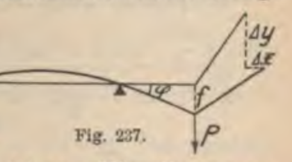


Fig. 237.

nur an den Enden belastet sind, für welche also obige Formeln anwendbar sind. Die Verschiebungen werden immer auf die Tangente bezogen, welche mit dem nächsten Teil gemeinschaftlich ist. Zum Schlufs setzt man die Verschiebungen zusammen.

Dasselbe Verfahren ist anwendbar, wenn der Halbmesser sprungweise wechselt und (annäherungsweise) auch bei stetig veränderlicher Krümmung.

60. Eingespannte Träger.[1])

Der einseitig eingespannte Träger. (Fig. 238.)

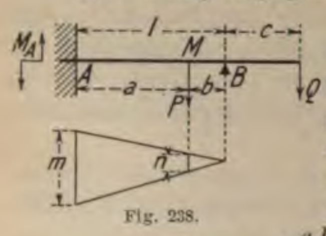


Fig. 238.

Das Einspannungsmoment mufs die durch die Belastung bei einem einfach gestützten Balken in A entstehende Neigung wieder zu Null machen. Darnach findet man:

$$M_A = -P\frac{a\,b}{2\,l^2}(b+l) = Q\,\frac{c}{2}.$$

Das Moment unter der Last P ist:

$$M = P\,\frac{a\,b}{l}\left(1 - \frac{a\,(b+l)}{2\,l^2}\right) = Q\,c\,\frac{l - 3\,a}{2\,l}.$$

Die Auflagerkräfte sind:

$$A = P\,\frac{b}{l}\left(1 + \frac{a\,(b+l)}{2\,l^2}\right) = -Q\,\frac{3\,c}{2\,l};$$

$$B = P\,\frac{a}{l}\left(1 - \frac{b\,(b+l)}{2\,l^2}\right) = Q\,\frac{2\,l + 3\,c}{2\,l}.$$

Graphisch kann M_A ermittelt werden, indem man $m = P\,\frac{a\,b}{l}$ unter A aufträgt und diese Strecke von einem Punkt unter B auf die Senkrechte durch P projiziert. Alsdann ist: $M_A = -\frac{m+n}{2}$.

[1]) Bei dieser und allen folgenden Anwendungen der oben angegebenen Formeln ist immer der Einflufs der Quer- und Normalkräfte vernachlässigt und das Trägheitsmoment konstant vorausgesetzt worden.

Bei gleichmäfsig zwischen A und B verteilter Last ist: Fig. 239
$A = \frac{3}{8} p l,\ B = \frac{5}{8} p l,\ M_A = -\frac{p l^2}{8}.$

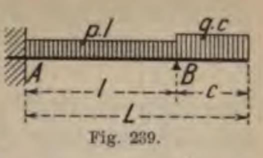


Fig. 239.

Das gröfste positive Moment (auf $^5/_8\, l$ von der Einspannungsstelle) ist: $M = +\frac{9}{128} p l^2.$

Die Last auf dem überkragenden Arm darf als in ihrem Schwerpunkt konzentriert angesehen werden; ist sie gleichmäfsig verteilt, so ergibt sich:

$$M'_A = \frac{c^2}{4} q,\quad M'_B = -\frac{c^2}{2} q.$$

Die beiden gröfsten Momente haben gleich grofsen absoluten Wert, wenn $c = l\sqrt{\frac{p}{6q}}$. Ein einseitig eingespannter Balken, der nur eine gleichmäfsig verteilte Last trägt, wird also am wirksamsten unterstützt, wenn $l = 0{,}71\ L$. Das gröfste Moment ist alsdann:

$M = -0{,}042\ p\ L^2$ gegenüber $M = -0{,}125\ p\ L^2$ bei Stützung am Ende.

Auf eine wirksame Einspannung kann nur in dem Fall gerechnet werden, wo ein eiserner Träger mit wirklich unverschieblichen Konstruktionsteilen fest verbunden ist. Diese Verbindung mufs nach dem Wert des Einspannungsmomentes dimensioniert werden.

Der beiderseits eingespannte Träger. (Fig. 240.)

Die beiden Einspannungsmomente müssen die Neigungen, welche bei den Enden des einfach gestützten Balkens entstehen, rückgängig machen. Darnach findet man: $M_A = -P\frac{a b^2}{l^2}$;

$$M_B = -P\frac{a^2 b}{l^2}.$$

Das Moment unter der Last ist:

$$M = P\frac{a b}{l}\left(1 - \frac{a^2}{l^2} - \frac{b^2}{l^2}\right).$$

Fig. 240.

Die Auflagerkräfte sind:

$$A = P\frac{b}{l}\left[1 + \frac{a}{l}\left(\frac{b}{l} - \frac{a}{l}\right)\right], \quad B = P\frac{a}{l}\left[1 + \frac{b}{l}\left(\frac{a}{l} - \frac{b}{l}\right)\right].$$

Graphisch ermittelt man gleichzeitig die beiden Einspannungsmomente durch folgende Konstruktion: man macht $A_1 D = P\frac{a\,b}{l}$ und zieht durch C_1 die Parallele zu $D B_1$, welche bei A_1 das Moment M_B abschneidet und bei B_1 M_A.

Bei gleichmäſsig verteilter Last sind die Einspannungsmomente $M_A = M_B = -\frac{p\,l^2}{12}$. In der Mitte des Trägers ist: $M = +\frac{p\,l^2}{24}$. Die Durchbiegung in der Mitte ist: $f = \frac{p\,l^4}{384\,E\,J}$ d. h. nur $^1/_5$ von der eines einfach gestützten Balkens. Das Moment ist gleich Null in den Punkten, deren Abstände von den Enden 0,211 l beträgt.

Bezüglich der Einspannungen gilt das für den einseitig eingespannten Träger Gesagte.

61. Portale.

I. Das zweigelenkige Portal (Fig. 241).

Das System ist einfach statisch unbestimmt, man kommt also mit der Einfluſslinie einer einzigen statisch nicht bestimmbaren Gröſse aus. Am besten wählt man dazu den Horizontalschub; die betreffende Einfluſslinie ist eine Parabel mit der Gleichung:

$$\eta = \frac{x\,(l - x)}{2\,h\,l\left(1 + \frac{2}{3}\,\frac{h}{l}\,\frac{J_1}{J_2}\right)};$$

die Pfeilhöhe ist:

$$\eta_{max} = \frac{l}{8\,h\left(1 + \frac{2}{3}\,\frac{h}{l}\,\frac{J_1}{J_2}\right)}.$$

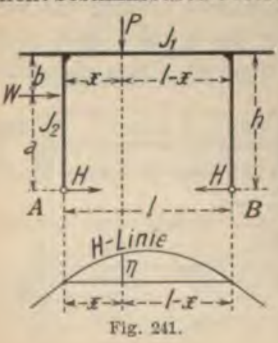


Fig. 241.

Hat das Portal Kragarme, so wird die H-Linie verlängert, indem man die Kurve in die beiden Endtangenten übergehen läſst.

Für jede Belastung rechnet man die Momente wie für einen einfachen Balken und zieht das für den Riegel konstante Moment Hh ab. Es ist auch nicht schwer, die Einfluſslinie für das Moment in einem beliebigen Querschnitt zu konstruieren; sie sieht so aus wie eine Einfluſslinie für einen Bogenträger.

Auf die Kragarme hat die Kraft H keinen Einfluſs.

Wirkt die wagerechte Kraft W auf einen Ständer, so ist:

$$H_A = \frac{W}{2}\left[1 + \frac{b}{h}\,\frac{\frac{1}{3}\frac{h}{l}\frac{J_1}{J_2}\left(3\frac{b}{h} - \frac{b^2}{h^2}\right) + 1}{1 + \frac{2}{3}\frac{h}{l}\frac{J_1}{J_2}}\right];\ H_B = W - H_A.$$

Ist die Last W auf den ganzen Ständer gleichmäſsig verteilt, so wird:

$$H_A = \frac{W}{2}\left[1 + \frac{\frac{h}{4l}\frac{J_1}{J_2} + \frac{1}{2}}{1 + \frac{2}{3}\frac{h}{l}\frac{J_1}{J_2}}\right]$$

Einfluſs einer Längenänderung der Sehne. Der entsprechende Horizontalschub ist:

$$H = \frac{E J_1 \cdot \Delta l}{h^2 l\left(1 + \frac{2}{3}\frac{h}{l}\frac{J_1}{J_2}\right)}.$$

Für eine Temperaturschwankung von $\pm\ 40^0$ C. ist $\Delta l = \frac{l}{2100}$; man kann also mit genügender Annäherung setzen:

$$H_t = \frac{J_1}{h^2\left(1 + \frac{2}{3}\frac{h}{l}\frac{J_1}{J_2}\right)}.$$

II. Das Doppelportal.

Unter diesem Namen verstehen wir das in Fig. 242 gezeichnete System, bei welchem der Riegel durch-

geht und mit den Ständern steif verbunden ist, während diese gelenkig aufgelagert sind. Das System ist dreifach statisch unbestimmt; für einige besondere Belastungsfälle können aber einfache Formeln aufgestellt werden.

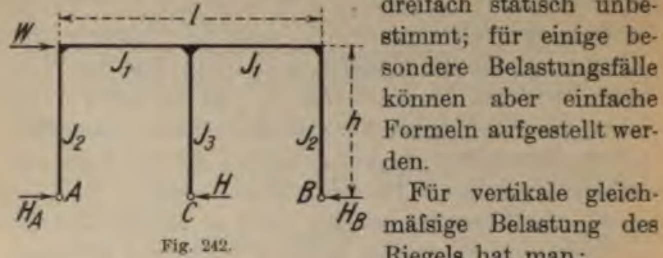


Fig. 242.

Für vertikale gleichmäfsige Belastung des Riegels hat man:

$$H_A = H_B = \frac{pl^3}{16\left(8\,h^2\,\frac{J_1}{J_2} + 3\,h\,l\right)};\quad H = 0$$

$$A = B = \frac{5\,p\,l}{16} - 3\,H_A\,\frac{h}{l};\; C = \frac{5}{8}\,p\,l + 6\,H_A\,\frac{l}{h}.$$

Für die auf der Höhe des Riegels angreifende Horizontalkraft W wird:

$$H = W\frac{4\,h\,\frac{J_1}{J_2} + 3\,l}{8\,h\,\frac{J_1}{J_3} + 3\,l};\; H_A = H_B = W\frac{4\,\frac{J_1}{J_3} - 2\,\frac{J_1}{J_2}}{8\,\frac{J_1}{J_3} + 3\,\frac{l}{h}}$$

$$-A = +B = W\,\frac{h}{l};\;\; C = 0.$$

Bei einer Temperaturänderung ist:

$$H_A = H_B = \frac{E\,J_1\,\Delta\,l}{2\,h^2\left(\frac{h\,J_1}{3\,J_2} + \frac{l}{8}\right)};\quad H = 0.$$

Dabei wird der Riegel in der Mitte durch die Kraft: $C = 6\,H_A\,\frac{h}{l}$ belastet. Die vertikalen Auflagerkräfte sind: $A = B = -3\,H_A\,\frac{h}{l},\; C = 6\,H_A\,\frac{h}{l}$. Für $\Delta\,l$ setzt man: $\frac{l}{2100}$.

Vorstehende Formeln sind auch für den Fall brauchbar, dafs man zwei benachbarte kleine Hallen durch feste

Verbindung der Dachbinder mit den Ständern gegen den Wind absteifen will. Dafs aber auf diesem Wege nur eine grobe Annäherung zu erreichen ist, braucht kaum hervorgehoben zu werden.

III. Das Portal mit Diagonalen und biegungsfesten Füfsen.

Man nimmt an, dafs die Diagonalen gelenkig angeschlossen sind; ob sie in ihrem Kreuzungspunkte miteinander verbunden sind oder nicht, ist für die Berechnung gleichgültig.

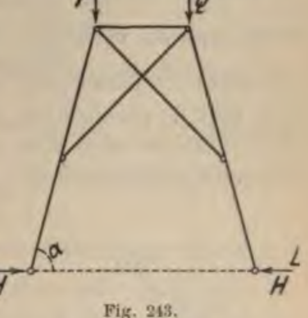


Fig. 243.

Das System ist einfach statisch unbestimmt, indem die Horizontalkraft H als Unbekannte auftritt (Fig. 243). Zur angenäherten Berechnung setzt man

$$H = (P + Q) \operatorname{ctg} \alpha.$$

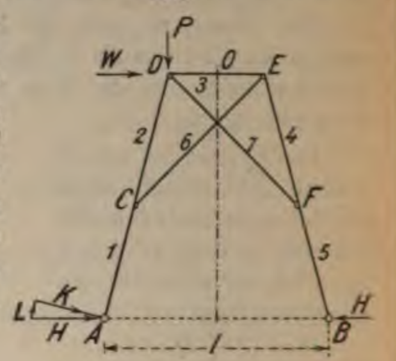
Kommen auch horizontale Kräfte am oberen Riegel in Betracht, so kann man sie gleichmäfsig auf beide Füfse verteilen. Kräfte, die an irgend einem Punkt eines Ständers angreifen, werden auf dessen Kopf und Fufs nach dem System des einfachen Balkens verteilt. Ist die Kraft H bekannt, so liefert ein Cremona-Kräfteplan (Seite 148) alle Kräfte.

Die genaue Berechnung dieses Systems liefert für H bis auf 10 % kleinere Werte, als die der angenäherten; man sollte also im allgemeinen nicht versäumen, die genaue Untersuchung durchzuführen.

Die rechnerische Behandlung führt zu Formeln, deren Komplikation im Mifsverhältnis steht zu der Einfachheit der Aufgabe; einfach und übersichtlich ist dagegen die graphische Berechnung.

Man läfst in A und in B (Fig. 244) je eine Kraft $H = 1$ t wirken, und zerlegt diese Kraft in eine rechtwinklige und eine parallele zu AC. Alsdann wirkt in

C die Kraft $K \frac{AD}{DC}$ als Druck gegen die Diagonale und in D die Kraft $K \frac{AC}{DC}$ als Zug schräg am Riegel. Die Kraft L wirkt längs des ganzen Ständers. Im Kräfteplan macht man $ab = L$, $ae = K \frac{AD}{DC}$, und zieht ec parallel zu EC; so ergeben sich die Kräfte der Diagonalen und des oberen Teiles des Ständers. Nun trägt man $bd = K \frac{AC}{DC}$ auf, zieht df parallel zu DF und fc parallel zu BA. Dadurch sind alle übrigen Kräfte bestimmt.



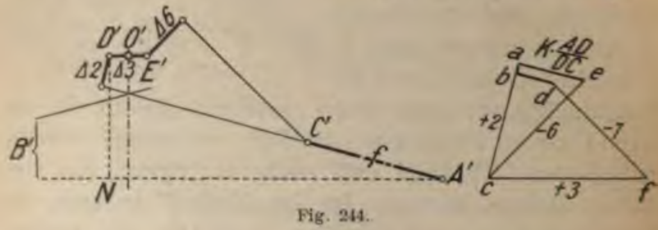


Fig. 244.

Auf grund dieser Kräfte berechnet man die Längenänderungen der einzelnen Stäbe und bestimmt ferner die Durchbiegung f des Ständers als Balken in C und D unterstützt und in A durch die Kraft K belastet. Jetzt ist es möglich, einen Willliot-Plan zu zeichnen. Den Punkt O und die Richtung von DE als fest betrachtend, findet man nach dem allgemeinen Verfahren die Punkte D', E', C'. Von C' aus trägt man nach Gröſse und Richtung die Durchbiegung f an und erhält so A'. Dank der Symmetrie der Figur kann man gleich auch B' finden. Sollten die Punkte A' und B' zu weit

fallen, so ist vorzuziehen, statt den Verschiebungsplan entsprechend klein zu zeichnen, den Einflufs der Strecke f rechnerisch zu berücksichtigen.

Nun verursacht eine vertikale Kraft P in D den Horizontalschub $P \frac{D'N}{B'A'}$; eine Horizontalkraft W in D verursacht in A den Horizontalschub $H_A = W \frac{A'N}{A'B'}$, und in B: $H_B = W \frac{B'N}{A'B'}$.

Hiermit hat man alle Elemente, um graphisch oder rechnerisch die Stabkräfte und Momente zu ermitteln.

Temperaturkraft. Einer Temperaturänderung von 40^0 C. entspricht eine Längenänderung $\Delta l = \frac{l}{2100}$ und die Kraft $H_t = \Delta l \frac{E}{A'B'}$.

IV. Schlanke Portale auf zwei Gelenken gestützt.

Sind die Ständer eines Portals sehr hoch im Vergleich zu ihrer wagerechten Entfernung, so ist hauptsächlich ihre Durchbiegung für die Bestimmung der H-Linie mafsgebend. Stehen die Füfse vertikal, so sind bei senkrechter Belastung die Ordinaten der H-Linie immer sehr klein, d. h. die durch den Horizontalschub entstehende Verminderung der Momente in dem Riegel ist gering. Bei der Wirkung äufserer horizontaler Kräfte entstehen dagegen hohe Beanspruchungen und starke Formänderungen, die unter Umständen für die Dimensionierung allein mafsgebend sind.

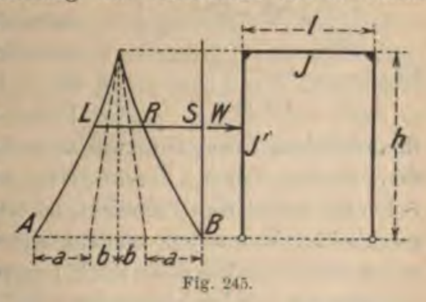


Fig. 245.

Die Horizontalkräfte dürfen, wenn sie oben am Riegel angreifen, gleichmäſsig über beide Füſse verteilt werden. In andern Fällen muſs die Verteilung mit Hilfe einer Einfluſslinie festgestellt werden.

Macht man nach Fig. 245: $a = \frac{2}{3} \frac{h}{k} \frac{J'}{J}$, $b = \frac{l}{k}$, wo k eine beliebige Gröſse darstellt, so ist von den beiden kubischen Parabeln, deren Scheitel auf der Höhe des Riegels liegt, die Tangente in der Spitze und je ein Punkt bestimmt; die Kurven sind demnach leicht zu konstruieren (Seite 277).

Von einer Kraft $W = A\,B$ wird der Teil $L\,S$ von dem linken, $R\,S$ von dem rechten Lager aufgenommen.

Bei einem Portal mit geneigten Schenkeln (Fig. 246) sind die Momente in denselben gleich Null für jede Belastung, für welche der Linienzug der drei Achsen als Seilpolygon der Lasten betrachtet werden kann.

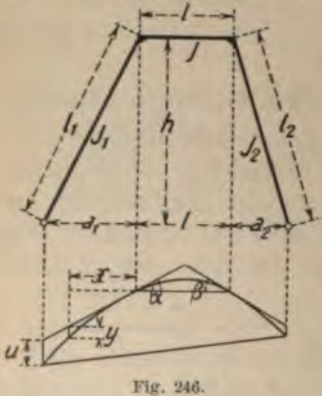


Fig. 246.

Dieses Verschwinden der Momente trifft mit derselben Annäherung zu, mit welcher die Formänderung infolge der achsialen Kräfte vernachlässigt werden darf, wie dies meistens der Fall ist. Hat man aber das Portal genau nach der theoretischen Form für zwei unveränderliche Lasten in den oberen Ecken konstruiert, und sind dabei die Schenkel leicht dimensioniert, so ist das Auftreten von merklichen Momenten nicht ausgeschlossen, besonders wenn die Schenkel sehr flach liegen.

Die H-Linie besteht aus drei Teilen: der mittlere dem Riegel entsprechend, ist eine Parabel mit der Pfeilhöhe $\frac{h\,l^2}{8\,EJ}$; auf der linken Seite schlieſst sich eine kubische

Parabel an, deren Ordinaten, von der Tangente vertikal gemessen, durch die Gleichung $y = \frac{a_1 h l_1}{6 EJ_1}\left(3\frac{x^2}{a_1^2} - \frac{x^3}{a_1^3}\right)$ ausgedrückt sind; die Endordinate ist also: $u = \frac{a_1 l_1 h}{3 EJ_1}$. Analog auf der rechten Seite. Die Einheit für die Ordinaten ist: $\Delta l = \frac{h^2}{E}\left(\frac{l}{3 J_1} + \frac{l}{J} + \frac{l_2}{3 J_2}\right)$.

Bei einer Temperatur-Änderung kann man den Wert von H_t aus der Bedingung ableiten, dafs die Längenänderung der Sehne gleich $H_t \Delta l$ sein mufs.

Die obige Konstruktion der H-Linie setzt voraus, dafs die Trägheitsmomente konstant sind. Diese Bedingung wird oft nicht einmal annähernd erfüllt; alsdann kann man das allgemeine Verfahren (Seite 251) anwenden, oder für jeden Stab die Biegungslinie für sich zeichnen. Die Ordinaten y, die man von der Tangente aus aufträgt, entsprechen den vertikalen Projektionen der Ordinaten der gezeichneten Kurve. Die horizontale Verschiebung der Füfse ist gleich der Summe der horizontalen Projektionen der Endordinaten, vergröfsert um $(\alpha + \beta)\, h$. Diese Horizontalverschiebung ist die Einheit für die H-Linie.

V. Das Bogenportal.

Zur analytischen Behandlung nimmt man am besten an, dafs der Bogen in seinem höchsten Punkt O (Fig. 247) fest eingespannt und die Fufsgelenke mit den Kräften $H = 1$ belastet seien. Darnach werden mit Hilfe der auf Seite 280 angegebenen Formeln, die Verschiebungen der Punkte C, A, D und B bestimmt, die man nach Gröfse und Richtung von dem festen Punkt O' in B', D', C' und A' aufträgt; durch einfache Projektion erhält man je fünf Punkte der beiden Einflufslinien, für den Horizontalschub infolge senkrechter Belastungen $A'' \ldots B''$ und wagerechter Kräfte $A''' \ldots B'''$. Für beide ist die Strecke $A''' B'''$ die Einheit. Eine Kraft W erzeugt z. B. $H_B = W \frac{x}{A''' B'''}$.

Einer Längenänderung der Sehne entspricht:

$$H = \frac{\Delta l}{A''' B'''}.$$

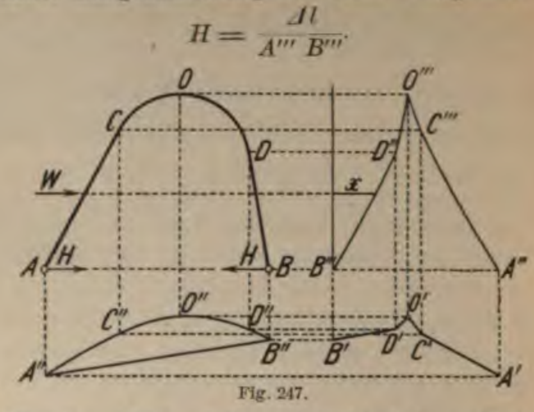


Fig. 247.

Für den Fall, daſs die Schenkel vertikal si
(Fig. 248) und das Trägheitsmoment durchweg konsta
ist, kann man n
einer einfacher
Berechnung a
kommen.

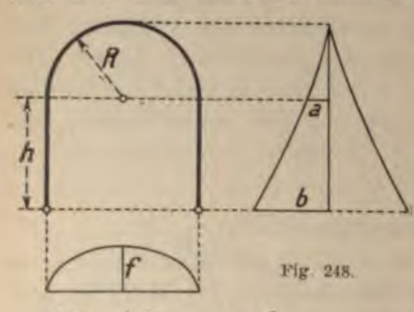


Fig. 248.

Für Vertik
lasten ist die H-Li
mit genügender A
näherung eine hal
Ellipse mit der kl
nen Halbachse

$f = \frac{3}{2} \frac{8\varphi + 7}{\psi}$ wo $\varphi = \frac{h}{R}$ und $\psi = 14\varphi^3 + 66\varphi^2 + 84\varphi + 3$

Für φ =	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	
ist ψ =	110	129	150	172	197	224	253	
Für φ =	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
ist ψ =	285	319	355	394	435	480	527	577

Die Einfluſslinie für Horizontalkräfte kann mit g
nügender Genauigkeit konstruiert werden mit Hilfe d
Gröſsen $a = 3\,(11 + 21\,\varphi)$, $b = \psi$. Bei Temperaturänd
rungen ist: $H_t = \frac{21\,EJ \cdot \Delta l}{R^3\,\psi} = \frac{43\,J}{R^2\,\psi}.$

VI. Das eingespannte Portal.

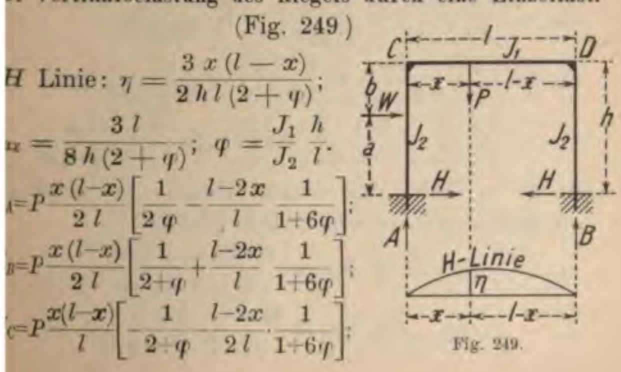
Sind beide Füfse eines Portals fest eingespannt, so, 's dort die Tangente zur elastischen Linie vertikal iben mufs, so ist das System dreifach statisch un- timmt. Zur allgemeinen Lösung der Aufgabe führt Betrachtung der folgenden Belastungsfälle:

a) zwei gleiche Lasten in gleicher Entfernung von der Mitte. Dank der vollständigen Symmetrie des Systems und der Belastung ist das Portal auch in deformiertem Zustand symmetrisch in bezug auf seine Mittellinie. Auf $1/3$ der Höhe vom Fufse ab gerechnet ist bei den Ständern das Biegungsmoment gleich Null; man kann sich also dort ein Gelenk eingeschaltet denken;

b) derselbe Belastungsfall wie vorher mit dem einzigen Unterschied, dafs eine der beiden Lasten negativ ist, d. h. von unten nach oben wirkt. Der Horizontalschub ist gleich Null.

Ermittelt man für beide Belastungsfälle Kopfmomente, Fufsmomente und Auflagerkräfte und addiert sie algebraisch, so erhält man die betreffenden Formeln für den Fall einer Einzellast auf dem Riegel. Nach einem ähnlichen Verfahren behandelt man die anderen hier betrachteten Belastungsfälle.

1. Vertikalbelastung des Riegels durch eine Einzellast. (Fig. 249.)



H Linie: $\eta = \frac{3\,x\,(l-x)}{2\,h\,l\,(2+\varphi)}$;

${}_x = \frac{3\,l}{8\,h\,(2+\varphi)}$; $\varphi = \frac{J_1}{J_2}\,\frac{h}{l}$.

${}_A = P\,\frac{x\,(l-x)}{2\,l}\left[\frac{1}{2\,\varphi} - \frac{l-2x}{l}\,\frac{1}{1+6\varphi}\right]$;

${}_B = P\,\frac{x\,(l-x)}{2\,l}\left[\frac{1}{2+\varphi} + \frac{l-2x}{l}\,\frac{1}{1+6\varphi}\right]$;

${}_C = P\,\frac{x(l-x)}{l}\left[-\frac{1}{2+\varphi}\,\frac{l-2x}{2\,l}\cdot\frac{1}{1+6\varphi}\right]$;

Fig. 249.

$$M_D = P\frac{x(l-x)}{l}\left[-\frac{1}{2+\varphi} + \frac{l-2x}{2l}\frac{1}{1+6\varphi}\right];$$

$$A = P\frac{l-x}{l}\left[1 + \frac{(l-2x)x}{l^2(1+6\varphi)}\right];$$

$$B = P\frac{x}{l}\left[1 - \frac{(l-2x)(l-x)}{l^2(1+6\varphi)}\right];$$

$$H_t = \frac{\Delta l\, E J_1\, 3\,(2\varphi+1)}{l\,h^2\,\varphi\,(\varphi+2)};\ \text{für } 40^0\,\mathrm{C}:\ \Delta l = \frac{l}{2100};$$

$$M_A = M_B = H_t\,h\,\frac{1+\varphi}{1+2\varphi};$$

$$M_C = M_D = -H_t\,h\,\frac{\varphi}{1+2\varphi}.$$

2. Windbelastung.

a) Als Einzellast auf einen Ständer.

$$M_A = -\frac{W a^2}{2h}\left(\frac{h+b}{a} - \frac{(1+\varphi)b}{(2+\varphi)h} - \frac{3\varphi}{1+6\varphi}\right);$$

$$M_B = \frac{W a^2}{2h}\left(1 - \frac{3\varphi}{1+6\varphi} + \frac{(1+\varphi)b}{(2+\varphi)h}\right).$$

$$M_C = \frac{W a^2}{2h}\left(\frac{\varphi}{2+\varphi}\frac{b}{h} + \frac{3\varphi}{1+6\varphi}\right);$$

$$M_D = \frac{W a^2}{2h}\left(\frac{\varphi}{2+\varphi}\frac{b}{h} - \frac{3\varphi}{1+6\varphi}\right).$$

$$M_W = W\frac{ab}{h} + \frac{W a^2 b}{2h^2}\left[\frac{h(\varphi+1)-a}{(2+\varphi)h} + \frac{3\varphi}{1+6\varphi}\frac{h}{b} - \frac{h+b}{a}\right].$$

$$H_A = \frac{W a^2 b}{2h^3}\left(\frac{h}{a} - \frac{1}{2+\varphi}\right) - W\frac{b+h}{2h};$$

$$H_B = W\frac{h-b}{2h} + W\frac{a^2 b}{2h^3}\left(\frac{h}{a} - \frac{1}{2+\varphi}\right).$$

$$A = -W\frac{a^2}{lh}\frac{3\varphi}{1+6\varphi};\quad B = +W\frac{a^2}{lh}\frac{3\varphi}{1+6\varphi}.$$

Greift W in Höhe des oberen Riegels an, wird al[s] $a = h$ und $b = 0$, so ergibt sich einfach:

$$-M_A = +M_B = \frac{Wh}{2}\frac{1+3\varphi}{1+6\varphi};$$

$$+M_C = -M_D = \frac{Wh}{2}\frac{3\varphi}{1+6\varphi};$$

[redacted]

$$A = B = \mp \frac{W h}{l} \frac{3 \varphi}{1 + 6 \varphi}; \quad H_A = H_B = \frac{W}{2}.$$

b) Gleichmäfsig verteilte Last auf einem Ständer. (Fig. 250.)

$$M_A = -\frac{W h}{4}\left(\frac{1 + 4 \varphi}{1 + 6 \varphi} + \frac{1}{6} \frac{3 + \varphi}{2 + \varphi}\right);$$

$$M_B = \frac{W h}{4}\left(\frac{1 + 4 \varphi}{1 + 6 \varphi} - \frac{1}{6} \frac{3 + \varphi}{2 + \varphi}\right).$$

$$M_C = \frac{W h \varphi}{2}\left(\frac{1}{1 + 6 \varphi} + \frac{1}{12} \frac{1}{2 + \varphi}\right);$$

$$M_D = \frac{W h \varphi}{2}\left(-\frac{1}{1 + 6 \varphi} + \frac{1}{12} \frac{1}{2 + \varphi}\right).$$

$$H_A = -\frac{W}{24} \frac{33 + 16 \varphi}{2 + \varphi}; \quad H_B = \frac{W}{24} \frac{15 + 8 \varphi}{2 + \varphi}.$$

$$A = -W \frac{h}{2 l} \frac{1 + 4 \varphi}{1 + 6 \varphi}; \quad B = + W \frac{h}{2 l} \frac{1 + 4 \varphi}{1 + 6 \varphi}.$$

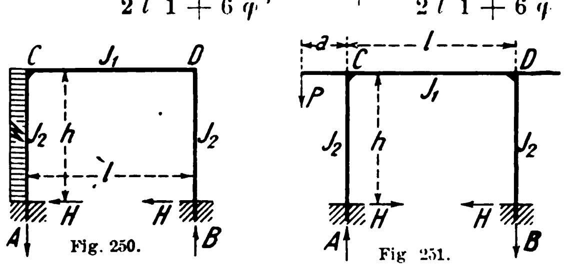


Fig. 250. Fig. 251.

Portal mit überkragenden Armen. (Fig. 251.)

$$M_A = \frac{P a}{2}\left[\frac{1}{1 + 6 \varphi} - \frac{1}{2 + \varphi}\right];$$

$$M_B = -\frac{P a}{2}\left[\frac{1}{1 + 6 \varphi} + \frac{1}{2 + \varphi}\right].$$

$$M_C = P a\left[\frac{1}{2} \frac{1}{1 + 6 \varphi} + \frac{1}{2 + \varphi}\right];$$

$$M_D = P a\left[-\frac{1}{2} \frac{1}{1 + 6 \varphi} + \frac{1}{2 + \varphi}\right].$$

$$H = -\frac{3}{2} \frac{P a}{h (2 + \varphi)}; \quad A = P + \frac{P a}{l} \frac{6 \varphi}{1 + 6 \varphi};$$

$$B = -\frac{P a}{l} \frac{6 \varphi}{1 + 6 \varphi}.$$

VII. Das geschlossene Brückenportal.

Das System ist im allgemeinen Fall dreifach statisch unbestimmt; doch vereinfacht sich die Behandlung in speziellen Fällen wesentlich.

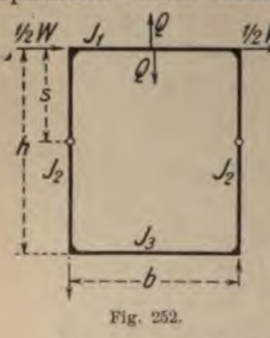


Fig. 252.

Unter der Annahme, daſs nur die Belastung durch Windkräfte vorliegt, und zwar daſs die Kraft W (Fig. 252) genau in der Achse des oberen Riegels angreift, ist die Querkraft Q in der Mitte:

$$Q = W\frac{h}{b}\,\frac{3\frac{h}{J_2}+\frac{b}{J_3}}{\frac{b}{J_1}+6\frac{h}{J_2}+\frac{b}{J_3}} \div W\frac{h}{2b}.$$

Man kann sich dann dort in den Riegel ein Gelenk eingeschaltet denken, denn das Biegungsmoment ist Null; die Längskraft ist gleich $\frac{W}{2}$. Damit sind also alle Elemente zur Berechnung sämtlicher Momente und Kräfte gegeben.

Die Punkte der Ständer, wo das Biegungsmoment zu Null wird (die Wendepunkte der elastischen Linie) sind gegeben durch:

$$s = b\,\frac{Q}{W} = h\,\frac{3\frac{h}{J_2}+\frac{b}{J_3}}{\frac{b}{J_1}+6\frac{h}{J_2}+\frac{b}{J_3}}.$$

Dort kann man sich ein Gelenk eingeschaltet denken, wodurch die Berechnung wesentlich erleichtert wird. Dabei wird die Windkraft gleichmäſsig auf beide Ständer verteilt.

Eine Annäherungsformel ist: $s = \frac{h}{2}$.

Es soll hier ausdrücklich betont werden, daſs selbst die genaue Berechnung nur als eine grobe Annäherung gelten kann, da die Voraussetzungen der Theorie, be-

sonders hinsichtlich der Angriffspunkte der äufseren Kräfte und der Länge der Stäbe, meist nicht einmal annähernd der Wirklichkeit entsprechen. Eine genaue Berechnung ist überhaupt erst nach der Dimensionierung an Hand einer vorläufigen Zeichnung möglich.

VIII. Das Brückenportal mit Fachwerkriegeln.

Unter der Annahme, dafs die Riegel vollständig starre Scheiben bilden, läfst sich die Lage der Wendepunkte der elastischen Linie der Ständer (Fig. 253) durch folgende Formeln berechnen:

$$d = \frac{s\,2b + 3s}{2h + 4s}; \quad e = \frac{s\,2a + 3s}{2h + 4s}.$$

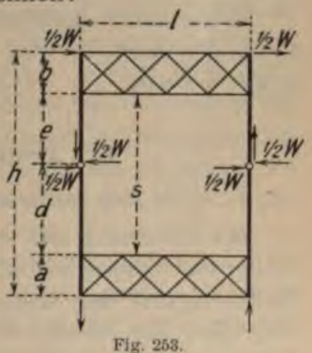


Fig. 253.

In diesen Punkten der Ständer kann man sich je ein Gelenk eingeschaltet denken; macht man weiter die Annahme, dafs die Windkraft sich gleichmäfsig auf beide Ständer verteilt, so ist es möglich, sämtliche Momente zu ermitteln.

Selbstverständlich kann diese Berechnung nur als eine grobe Annäherung gelten. Doch läfst sich auf Grund derselben eine Querschnittsbestimmung vornehmen, an Hand deren man das System nachträglich genauer untersucht. Dazu kann man folgenden Weg einschlagen.

Unter vorläufiger Beibehaltung der Lage der gedachten Gelenke wird jede Hälfte des Portals für sich betrachtet. Man ermittelt alle äufseren Kräfte und, aufgrund der Formänderung jedes Systems, die Neigung der Biegungslinie der Ständer bei den Gelenken. Diese Neigungen müssen unter sich gleich sein (auch bei der genauen Berechnung ist es meistens zulässig, die Kraft W gleichmäfsig zu verteilen, wie in der Figur angedeutet;

alsdann braucht man nur die eine Hälfte jedes Systems zu berücksichtigen). Nun schreibt man den Gröfsen c und d eine noch unbekannte Änderung zu, für beide gleich, aber entgegengesetzt, und berechnet (am besten algebraisch) die hierdurch verursachte Änderung in der Neigung der Biegungslinie der Ständer bei den Gelenken. Die Berechnung führt zu einem Ausdruck, in welchem die unbekannte Änderung von c und d nur in der ersten und zweiten Potenz vorkommt; ihr Wert kann also auf die Lösung einer Gleichung zweiten Grades zurückgeführt werden.

Wenn diese Behandlung der Aufgabe auch nicht streng genau ist, so wird sie doch als angenähert genug gelten können.

62. Armierte Balken.

I. Der einfach armierte Balken.

Mit Rücksicht auf den durchgehenden Balken ist das System einfach statisch unbestimmt. Jedoch ist die Nachgiebigkeit des Balkens so stark im Verhältnis zu derjenigen des Mittelpfostens und der Zugstangen, dafs es im allgemeinen zulässig ist, im mittleren Punkt des Balkens ein Gelenk anzunehmen. Alsdann ist die Kraft in dem Pfosten $X = -P$ und in den Zugstangen $S = P \frac{b}{2c}$. (Fig. 254.)

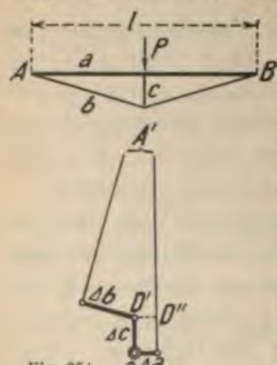


Fig. 254.

Nur wenn das Verhältnis $\frac{c}{l}$ sehr klein gewählt wird (etwa $^1/_{12}$ oder darunter) kann diese einfache Berechnungsart zu ungenauen Ergebnissen führen. Die genaue analytische Behandlung führt zu sehr verwickelten Ausdrücken; sehr zu empfehlen ist da-

gegen das graphische Verfahren. Als statisch nicht bestimmbare Kraft wählt man am besten die Druckkraft X im Pfosten c. Man schreibt ihr den Wert $+1$ t zu, ermittelt darnach die anderen Stabkräfte und die Längenänderungen aller Stäbe sowie die Durchbiegung f des Balkens, unter der Annahme $E = 1$. Nun nimmt man den oberen Punkt des Pfostens und die Richtung desselben als fest an, trägt von einem Pole O aus die Verkürzung Δa der linken Hälfte des Balkens, wie die Verkürzung Δc des Pfostens, weiter von D' aus die Verlängerung Δb der linken Zugstange in Gröfse und Richtung auf. Durch die zwei Lote in den Endpunkten von Δa und Δb ist der Punkt A' bestimmt. Der vertikale Abstand der Punkte A' und D', zu der Durchbiegung f des Balkens addiert, ist die Einheit für die Einflufslinie. Die Einflufslinie ist nichts anderes als die Biegungslinie des Balkens unter der Belastung 1 t durch die Strebe; man zeichnet sie nach dem auf Seite 278 angegebenen Verfahren. Nach dem gröfsten Wert von X berechnet man den Pfosten und die Zugstangen. Der Balken selbst (Obergurt) ist so zu berechnen, als ob er in A und B gestützt wäre, und auf ihn aufser der Belastung noch die aufwärts gerichtete Kraft X und die Achsialkraft $- X \frac{a}{2c}$ wirkten.

Dieses Verfahren gestattet den Einflufs des veränderlichen Momentes des Trägers sowie die eventuell exzentrischen Anschlüsse der Zugstangen zu berücksichtigen, was in manchen Fällen, z. B. bei der Verstärkung eines vorhandenen Trägers, nötig werden kann.

Mitunter wird ein hölzerner Balken armiert: in diesem Fall kann man nicht mehr $E = 1$ annehmen, sondern mufs für jeden Stab den richtigen Elastizitätsmodul einsetzen. Der Übersichtlichkeit halber wird für alle Glieder ein gemeinschaftlicher Faktor eingeführt, um nicht mit sehr kleinen Zahlen rechnen zu müssen. Aufserdem ist der Einflufs einer Temperaturänderung

zu berücksichtigen, was keine Schwierigkeit bietet, da die Längenänderungen sich leicht berechnen lassen; man ermittelt (aus rein geometrischen Betrachtungen) die kleine Strecke Δl, um welche die Strebe zu kurz oder zu lang ist, und erhält: $X_t = \frac{\Delta l}{A' D' + f}$. Für sogenannte Sprengwerke, wo die Armierungsstäbe oberhalb des Balkens angeordnet sind, ist im allgemeinen eine genaue Untersuchung nicht nötig, weil diese Stäbe wegen der Knickgefahr ziemlich starke Abmessungen erhalten, und das Verhältnis $\frac{a}{l}$ einen grofsen Wert hat.

II. Der doppeltarmierte Balken.

Das System ist einfach statisch unbestimmt, jedoch genügt in vielen Fällen eine einfache angenäherte Berechnung, da die Längenänderung der Stäbe lange nicht dem Einflufs der Durchbiegung des Balkens gleichkommt. Bei gelenkigen Knotenpunkten müfste das mittlere Feld eine Diagonale erhalten, was indes, besonders bei symmetrischer Anordnung, meist unterbleibt, indem man dem Balken (der biegungsfest sein mufs, um Lasten zwischen den Knotenpunkten tragen zu können) die Aufnahme des dadurch entstehenden Momentes wohl zumuten kann. Dieser Umstand mufs natürlich in der Berechnung berücksichtigt werden. Das System des Zugbandes und der Pfosten ist nur dann im Gleichgewicht, wenn es die Form des Seilpolygons der zwei Lasten in C und D mit passender Polentfernung darstellt, d. h. es mufs sein:

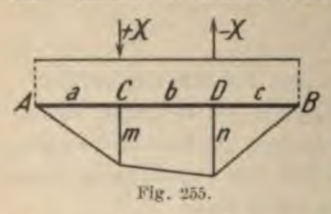


Fig. 255.

$$\frac{C}{D} = \frac{\frac{m}{a} - \frac{n-m}{b}}{\frac{n-m}{b} + \frac{n}{c}}$$ (Fig. 255). Stimmt die Belastung

hiermit nicht überein, so mufs der biegungsfeste Balken die Differenz aufnehmen, d. h. der Balken wird mit den beiden Kräften $+X$ und $-X$ belastet.

Liegen Einzellasten auf dem Balken, so verteilt man sie nach dem Gesetz des einfachen Balkens auf die benachbarten Knoten; erhält man dabei die Belastung P über C und Q über D, so ist:

$$X = P\frac{\frac{n-m}{b}+\frac{n}{c}}{\frac{m}{a}+\frac{n}{c}} - Q\frac{\frac{m}{a}-\frac{n-m}{b}}{\frac{m}{a}+\frac{n}{c}};$$ außerdem gibt es in dem Balken die Druckkraft $H = \frac{P+Q}{\frac{m}{a}+\frac{n}{c}}$.

Das Moment infolge der Zwischenlasten wird am besten wie für einen einfachen Balken berechnet, dessen Spannweite gleich der Strecke zwischen den Knoten ist. Die Sätze über den durchgehenden Träger sind für die Momente nicht ohne weiteres anwendbar, da die Stützen nicht als starr angesehen werden können.

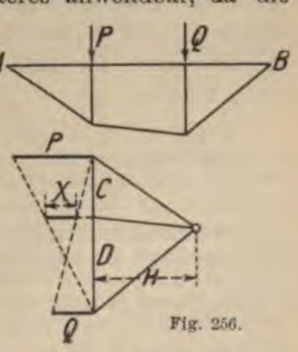


Fig. 256.

Sehr einfach gestaltet sich die graphische Berechnung. Von einem beliebigen Pol aus (Fig. 256) zieht man Strahlen, welche parallel zu den drei Zugstangen laufen, und schneidet sie durch eine beliebige Senkrechte, auf welcher die Strecken C und D in einem vorläufig unbekannten Mafsstabe erscheinen. Darauf ermittelt man X, wie aus der Figur hervorgeht, indem man P und Q im richtigen Mafsstab aufträgt. Nun mufs aber $C = P - X$ und $D = Q + X$ sein; aus diesen Bedingungen läfst sich der Mafsstab des Diagramms ableiten, falls man nicht vorzieht, durch eine neue Senkrechte die Figur in einem bequemen Mafs-

stab umzuzeichnen. Nun kann man H ermitteln; die Längen der Strahlen geben die Kräfte der Zugstäbe, die Strecken C und D diejenigen der Pfosten an. Die letzteren läfst man meist in den Drittelpunkten des Balkens angreifen und nimmt ihre Länge gewöhnlich gleich $^1/_8$ bis $^1/_{10}$ der ganzen Länge des Balkens; sodann ist die angenäherte Berechnung genügend.

Bleibt man wesentlich unter dieser Trägerhöhe, so ist die genaue Berechnung durchzuführen. Als statisch nicht bestimmbare Gröfse wird am besten die überall gleiche Horizontalprojektion H der Kraft in dem Zugband gewählt. Man setzt sie gleich eins, berechnet die auftretenden Kräfte und die Verschiebung des Systems in der Richtung von H. Alsdann ermittelt man die Biegungslinie des Balkens, dessen Momentenfläche durch den Linienzug des Zugbandes gegeben ist, und die eine weitere Verschiebung des Systems in der Richtung von H bewirkt. Die Ordinaten der Biegungslinie, durch die Gesamtverschiebung des Systems in der Richtung von H dividiert, geben die entsprechenden Werte von H für Belastung durch Einzellasten gleich einer Tonne.

Beispiel. Es seien bei dem in Fig. 257 skizzierten Balken (Mafse in cm) die Pfosten und die Zugstangen aus je zwei Winkeleisen ⌊ 90·90·9 und der Balken aus zwei ⊏ NP 26 gebildet; demnach sind die Stabquerschnitte 31,0 bzw. 96,6 cm².

Denkt man sich nun aus der unteren Zugstange ein kleines Stück herausgeschnitten und die Endquerschnitte mit der Kraft $H = 1$ t belastet, so ist die Kraft in den schrägen Stangen je 1,053 t, in den Pfosten je − 0,333 t, in dem Balken − 1,000 t. Mit Hilfe der Formel auf Seite 263 findet man für die Gesamtverschiebung der Angriffspunkte der Kraft H (unter der Annahme von $E = 1$)

$$2\,\frac{316 \cdot 10{,}7 + 300 \cdot 3{,}1 + 100 \cdot 1{,}1}{300} + \frac{300}{31} + 3\,\frac{100}{96{,}6} = 48{,}6 \text{ cm.}$$

Der Balken wird sich infolge der Belastung durchbiegen und die in der Figur angegebene Form annehmen; die eingeschriebenen Ordinaten lassen sich mit Hilfe der Formeln auf Seite 109 berechnen, bei welchen $E = 1$ und $J = 9646$ cm⁴ zu setzen ist. Infolge dieser Durchbiegung leistet die Kraft $H = 1$ eine weitere Arbeit von $2\,\frac{726 \cdot 100}{300} \cdot 1 = 484$ tcm. Die Gesamtarbeit der Kraft $H = 1$ ist also $484 + 49 = 533$ tcm.

Diese Gröfse ist die Einheit der Einflufslinie H, deren Ordinaten über den Pfosten bzw. in der Mitte des Balkens die Werte $\frac{726}{533} = 1{,}362$ bzw. $\frac{843}{533} = 1{,}582$ aufweisen. Bei Zugrundelegung der angenäherten Theorie würde man für beide 1,50 finden. Die Einflufslinie kann mit Hilfe der berechneten Ordinaten mit genügender Genauigkeit konstruiert werden. Liegt z. B. die Last 1 t 50 cm von der Mitte, so hat H nach der Einflufslinie den Wert 1,56 t; im Angriffspunkt der Last hat man das Moment

$$222 - 156 = 66 \text{ tcm}.$$

In der Figur ist das Momentendiagramm für die genaue und das für die angenäherte Berechnung gezeichnet.

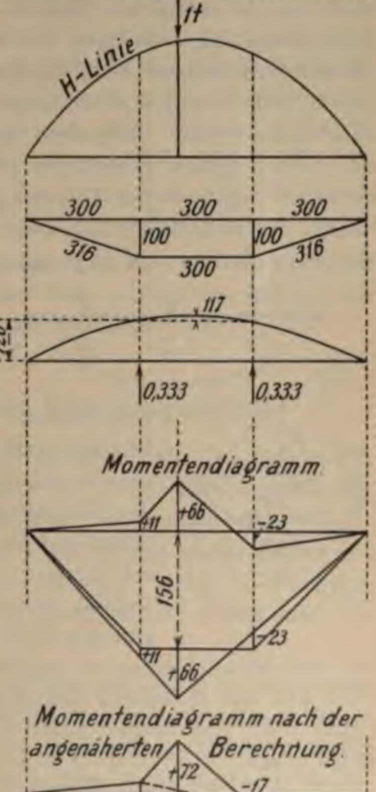


Fig. 257.

Für eine Last $P = 1$ über einem Pfosten sind die gröfsten Momente $+ 64$ tcm und $- 36$ tcm (nach der angenäherten Theorie $X = \frac{P}{2}$ und $M = \pm 50$ tcm). Für eine Last P in der Mitte sind die Momente der Reihe nach: $+8 + 67 + 8$ tcm (nach der angenäherten Theorie dagegen: $0 + 75 + 0$ tcm). Man sieht also, dafs selbst, wenn die Lasten nur in den Knotenpunkten angreifen, in dem ungünstigsten Fall (nur ein Knotenpunkt belastet), die genau berechneten Momente in den Knoten nicht gröfser werden, als das gröfste überhaupt mögliche Moment in dem Balken; wenn dieser einen konstanten Querschnitt erhält, so ist es gerechtfertigt, das mittlere Feld ohne Diagonalen zu konstruieren. Die angenäherte Theorie liefert keine sehr genauen Ergebnisse, kann aber in der Praxis in den meisten Fällen gebraucht werden.

III. Der dreifach armierte Balken.

Erhält ein dreifach armierter Balken in den Mittelfeldern Diagonalen, so kann er als ein Dreieckträger

oder als ein unregelmäſsiger Parabelträger behandelt werden. Der Einfluſs der Kontinuität des Balkens spielt hier eine wesentlich geringere Rolle als bei dem einfach und doppelt armierten Balken. Für den Träger ohne Diagonalen muſs dagegen auch der Einfluſs der Kontinuität des Balkens berücksichtigt werden, denn es ergeben sich dadurch für diesen nicht unbeträchtliche Biegungsmomente. Trotzdem erscheint diese Anordnung in solchen Fällen gerechtfertigt, in denen der Balken einen unveränderlichen Querschnitt hat, da die Momente infolge der Belastungen zwischen den Knoten mindestens ebenso groſs sind als diejenigen in den Knotenpunkten.

Fig. 258.

Die Behandlung des allgemeinen Falles geschieht am besten graphisch. Man nimmt als Unbekannte die Druckkräfte in den Pfosten an. Schneidet man einen Strahlenbüschel, dessen Strahlen parallel zu den Zugstangen verlaufen, mit einer beliebigen Senkrechten (Fig. 258), so erhält man die drei Strecken a, b, c welche proportional den drei Unbekannten sind. Da der Balken an und für sich keine Lasten zu tragen, sondern nur die Aufgabe hat, sie in einem bestimmten Verhältnis zu verteilen und den wagerechten Druck H aufzunehmen, so muſs sein: $P - X + Q - Y + R - Z = 0$. Hieraus ergibt sich: $X = \frac{P+Q+R}{a+b+c}\,a$, $Y = \frac{P+Q+R}{a+b+c}\,b$,

$$Z = \frac{P+Q+R}{a+b+c}\,c,\quad H = \frac{P+Q+R}{a+b+c}\,h.$$

Darnach ist der Balken für die drei Lasten $P -$ $Q - Y$ und $R - Z$ und für die Druckkraft H zu rechnen, die Armierungsstäbe für die sich aus den Strahlen des Strahlenbüschels ergebenden Kräfte, we[…] er durch die in richtiger Entfernung vom Pol liegen[…]

Senkrechte (punktiert gezeichnet) geschnitten wird. Das gröfste Moment über X ergibt sich, wenn Q möglichst grofs und in zweiter Linie auch R möglichst grofs wird. Über Y tritt das gröfste Moment auf, wenn P gleich Null und R möglichst grofs ist, oder umgekehrt. Am günstigsten liegen die Ecken des Tragwerkes im allgemeinen auf einer Parabel. Liegt dagegen das System der Zugstange auf zwei Geraden, die sich unter Y schneiden, so ist auf alle Fälle $X = 0$, $Z = 0$, d. h. die beiden Streben kommen gar nicht in Tätigkeit, wenn die Mittelfelder keine Diagonalen erhalten.

Die gegebene Berechnungsart ist auch nur eine angenäherte: sie kann aber hier noch besser verwendet werden als für den doppelt armierten Balken.

63. Träger mit Kreuzdiagonalen.

Die Anwendung von Kreuzdiagonalen ist theoretisch niemals nötig. Führt man die Diagonalen schlaff aus, so bleibt das System statisch bestimmt, erleidet aber infolge seiner wechselnden Gliederung starke Stöfse bei wandernden Lasten. Aus diesem Grunde sind solche Gitterwerke möglichst zu vermeiden, besonders für Brückenträger.

Vielfach versieht man das Mittelfach eines Trägers mit Kreuzdiagonalen lediglich der Symmetrie und Regelmäfsigkeit wegen; zur Vermeidung überzähliger Stäbe ist hier die Anordnung von halben Diagonalen angebracht. Träger, in denen alle Felder Kreuzdiagonalen aufweisen, sind zurzeit weniger beliebt als früher; selbst bei Parabelbrücken werden einfache steife Diagonalen vorgezogen; am häufigsten findet man diese Anordnung bei Bogenbrücken und Dachbindern, meistens aus ästhetischen Rücksichten.

Durch die Anwendung von drucksicheren Kreuzdiagonalen werden die Gurtungen entlastet, die Dia-

gonalen mehr belastet; letztere werden meistens bei Fachwerkbalken, die eine auf Druck, die andere auf Zug beansprucht, bei Bogen und Pfeilern oft beide auf Druck. Das System wird statisch unbestimmt und läfst sich nur mit Hilfe der Elastizitätstheorie genau berechnen.

1. Fall. Der Träger hat nur in einem Feld Kreuzdiagonalen. Zur ersten Annäherung ermittelt man die Spannkräfte unter einer vereinfachenden Annahme am besten mit Hilfe eines Cremona-Planes (Fig. 259).

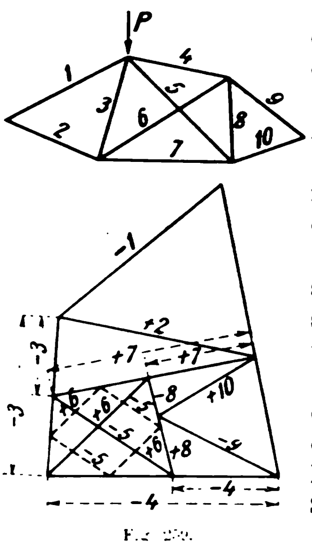


Fig. 259.

Man setzt voraus, dafs erst die eine, dann die andere der gekreuzten Diagonalen vorhanden ist; so gelangt man zum gezeichneten Kräfteplan. Aus demselben ist ersichtlich, innerhalb welcher Grenzen die Kräfte 3, 4, 7 und 8 sich ändern, während sich die Diagonalen in verschiedenem Mafs an der Übertragung der Kräfte beteiligen. Die zusammengehörigen Werte der sechs Kräfte werden durch die Konstruktion eines Parallelogramms festgestellt, dessen Seiten parallel zu den Diagonalen laufen und die betreffenden Spannkräfte darstellen. In dem Kräfteplan kommen nur die Kräfte der Kreuzdiagonalen je zweimal vor.

Im allgemeinen zeichnet man das Parallelogramm, das die Mittelpunkte der Seiten des Vierecks verbindet.

Rechnerisch kommt man zu diesem Resultat, wenn man von dem Vorhandensein der Diagonalen vollständig absieht und die Gurtkräfte aus den Momenten in bezug auf die Punkte D und D_u (Fig. 261) besimmt. Die Kräfte der Diagonalen und der Pfosten werden am

besten nach den Gleichgewichtsbedingungen der Knotenpunkte ermittelt. Nun kann man die vorläufige Querschnittsbestimmung und damit, soweit dies erforderlich, eine genaue Untersuchung vornehmen.

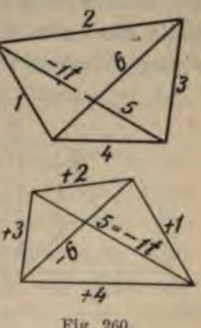


Fig. 260.

Zu diesem Zweck denkt man sich eine Diagonale geschnitten (Fig. 260) und läfst in ihr eine Kraft gleich — 1 t wirken. Die entstehenden Spannkräfte seien mit T bezeichnet; sie sind alle positiv mit Ausnahme von T_6.

Sind nun S_0 die Kräfte infolge der Belastung des Bauwerkes, so sind die endgültigen Stabkräfte durch die Gleichung $S = S_0 + k\,T$ gegeben, wo k ein noch zu bestimmender Koeffizient ist. Da die Kräfte T (wozu auch die Kraft — 1 gehört) unter sich im Gleichgewicht sind, so mufs nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen $\Sigma\, S\, \Delta\, s = 0$ sein. Hier sind die $\Delta\, s$ die Längenänderungen der sechs Stäbe: $\Delta\, s = \frac{(S_0 + k\,T)\,s}{E\,F}$; folglich wird $k = -\frac{\Sigma \frac{T\,S_0\,s}{E\,F}}{\Sigma \frac{T^2\,s}{E\,F}}$.

Die Berechnung mufs für die ungünstigsten Belastungsfälle aller Stäbe durchgeführt werden; im allgemeinen wird es genügen, einen Fall für die beiden Gurtungen und einen für die Diagonalen und Ständer näher zu betrachten. Nur bei Bogenbrücken und ähnlichen Systemen, wo für die Gurtungen aufser dem Moment noch eine Achsialkraft in Frage kommt, wird man drei Belastungsfälle untersuchen müssen, zwei für die Gurtungen und einen für die Füllungsstäbe.

2. Fall. Alle Felder haben Kreuzdiagonalen.

Bei der ersten angenäherten Berechnung der Stabkräfte resp. Querschnitte verfährt man wieder wie vorher.

Um die Spannkraft eines Gurtstabes zu erhalten, denkt man sich in dem betreffenden Felde erst die eine und dann die andere Diagonale wirksam, ermittelt dann für beide Fälle die auftretenden Gurtspannungen und nimmt von diesen Werten das Mittel. In Fig. 261 wurden die Kräfte auf graphischem Wege ermittelt. Die Arbeit kann durch folgendes Verfahren etwas abgekürzt werden: man verlängert für jedes Feld die Pfosten bis zu ihrem Schnittpunkte und verbinde diesen mit dem Kreuzungspunkte der Diagonalen. Die Punkte D_o bzw. D_u, in denen diese Verbindungslinie die Gurtlinien schneidet, stellen di Drehpunkte für die Gu tungen dar, d. h. ste man für diese Punk die Momentengleichunge auf, so ergeben sich für d Gurtstäbe ohne weitere die gemittelten Spann kräfte.

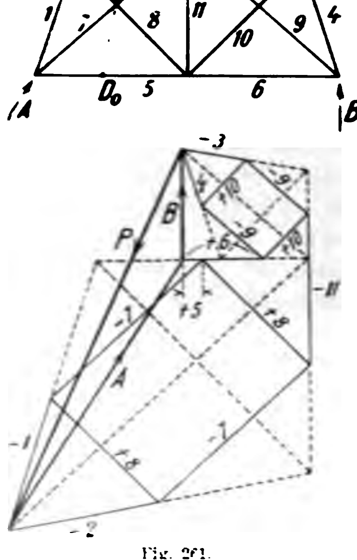


Fig. 261.

Zur vorläufigen Berechnung der Diagonalen wird an genommen, dafs alle Mittelpfosten spannungslos bleiben was annähernd zutrifft; dadurch ist man in der Lage, di Diagonalkräfte rechnerisch oder graphisch festzustellen

Für jeden Endpfosten nimmt man den Wert, de sich aus seinem oberen Knotenpunkte ergibt. Sollte die Endfelder je aus einem Dreiecke bestehen, so ha man für den letzten Pfosten den Mittelwert der vo dem unteren bzw. oberen Knotenpunkte abgeleitete Spannkräfte anzunehmen.

Auf grund dieser angenäherten Berechnung kann man alle Querschnitte bestimmen mit Ausnahme derjenigen der Mittelständer, für welche konstruktive Rücksichten mafsgebend sind. In vielen Fällen, z. B. bei grofsen Dachbindern kann man sich auf diese Berechnung beschränken; bei Portalen, hohen Pfeilern u. dgl. ist eine genauere Untersuchung nötig.

Nachdem durch Ausschalten einer Anzahl Stäbe das System statisch bestimmt gemacht wurde, zeichnet man mit den gegebenen Belastungen einen Cremona-Plan; die so ermittelten Spannkräfte seien mit S' bezeichnet. Nun wird für jedes Feld, unabhängig von der äufseren Belastung, ein Kräfteplan konstruiert, wobei man jedesmal eine Stabkraft beliebig annimmt. Dabei verfährt man jedoch praktisch so, dafs Stäbe, die in verschiedenen Diagrammen vorkommen, — wie die Pfosten — in allen gleiche Länge erhalten (Fig. 262). Auf diese

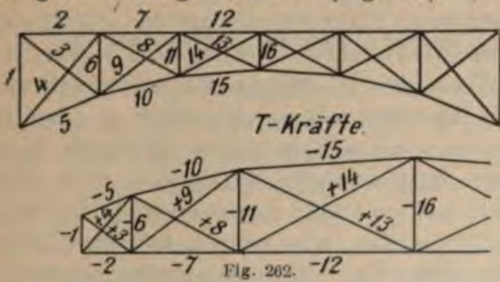


Fig. 262.

eise erhält man die T-Kräfte, mit deren Hilfe für den Stab die Gröfse $\frac{T^2 s}{F}$ berechnet wird.

Bei der nun möglichen Ermittelung der Koeffizienten für die verschiedenen Felder ist zu beachten, dafs die pannkräfte der Pfosten von zwei dieser Koeffizienten hängen; für die Stäbe eines Feldes ergeben sich fol- ende Spannkräfte:

Für den linken Ständer $S_l = S'_l + k_u T_l + k_{u-1} T_l$,
für den rechten Ständer $S_r = S'_r + k_u T_r + k_{u+1} T_r$,
für alle anderen Stäbe $S = S' + k_u T$.

Die allgemeine Gleichung der virtuellen Arbeit lautet: $\Sigma T \Delta s = 0$. Werden die Längenänderungen mit Hilfe der betreffenden Kräfte ausgedrückt, so wird man auf eine Reihe von Gleichungen geführt, deren jede drei Unbekannte enthält (mit Ausnahme der ersten und der letzten, wo nur zwei vorkommen).

Es ist indes selten nötig, diese äufserst komplizierte Berechnung durchzuführen; vielmehr empfiehlt es sich, die Formänderung der Ständer zunächst zu vernachlässigen; die einzelnen Koeffizienten k ergeben sich alsdann aus Gleichungen, die nur je eine Unbekannte enthalten; man berechnet sie nach der für den ersten Fall angegebenen Formel und benutzt dann die so gefundenen Werte zur Ermittelung der Kräfte der Ständer. Diese Berechnungsart genügt fast für alle Fälle. Es bietet aber keine Schwierigkeit, eine weitere Annäherung zu erreichen, indem man die auf grund der ersten Berechnung erhaltenen Stabkräfte anstatt der S'-Kräfte einsetzt und dasselbe Verfahren noch einmal anwendet. Die neuen Werte der Koeffizienten k sind jetzt so klein, dafs das Resultat schon viel näher an das richtige kommt; eine dritte Berechnung (die nach demselben Verfahren durchzuführen wäre) wird wohl kaum erforderlich sein, was man daraus erkennt, dafs die neuen Werte der Kräfte sehr wenig von den zuerst ermittelten abweichen. Eine allzugrofse Genauigkeit in dieser Untersuchung ist gar nicht am Platz, weil die unberechenbaren Montierungsspannungen einen nicht geringen Einflufs auf die Verteilung der Kräfte ausüben.

Die ungünstigsten Belastungen kann man ohne wesentlichen Fehler wie für einen Träger mit einfachen (eventuell halben) Diagonalen annehmen. Es ist auch nicht nötig, für jeden Belastungszustand die ganze Berechnung durchzuführen; denn man wird bald einsehen, in welchem Verhältnis die zur vorläufigen Dimensionierung ermittelten Stabkräfte geändert werden müssen.

Bei der Ausführung der Konstruktionszeichnungen sollte man immer darauf achten, dafs die Anschlüsse der Diagonalen genau zentrisch erfolgen, indem durch die Verbindung in dem Kreuzungspunkt weder die Nebenspannungen noch die Knicklänge der Stäbe merklich verringert werden, weil die gezogene Diagonale sich nach derselben Seite ausbiegt wie die gedrückte.


Fig. 263.

Eine passende Konstruktion ist in Fig. 263 angegeben. Noch einfacher gestaltet sich die Lösung, wenn jede Diagonale aus zwei über Kreuz stehenden Winkeleisen gebildet wird.

64. Der durchgehende Träger.

Die Vorteile der durchgehenden Träger bestehen hauptsächlich in der Ersparnis an Material[1]) (bis 20 %gegenüber Einzelträgern mit parallelen Gurtungen), in der geringen Durchbiegung unter der Last und in der Stetigkeit der elastischen Linie, daher stofsfreiem Fahren. Als Nachteil gilt die meist überschätzte Empfindlichkeit gegen unbeabsichtigte Senkungen der Stützen, so, dafs eine geringe Abweichung von der geplanten Lagerhöhe nicht unbedeutende Änderungen der Momente und Kräfte hervorruft. Aus diesem Grunde und wegen der komplizierten Berechnung werden sie als Hauptträger für Brücken nur noch selten gebraucht, obwohl sie nicht schlimmer als andere statisch unbestimmte Systeme sind, z. B. zweigelenkige Bögen, bei denen eine Nach-

[1]) Ein Gerberscher Träger oder eine Reihe getrennter Parabelträger gestatten bei kleinen und mittleren Spannweiten ungefähr dieselbe Ersparnis zu erzielen; bei grofsen Spannweiten ist der durchgehende Träger vorteilhafter.

giebigkeit der Stützen ebenso schädlich und dabei viel schwieriger zu beobachten und zu beseitigen ist. Trotz alledem sind die Fälle, wo der Einfachheit halber durchgehende Träger (z. B. Walzeisen) verwendet werden, noch heute sehr häufig. Viele Quer- und Zwischenkonstruktionen im Brückenbau sowie im Hochbau werden als durchgehende Träger ausgeführt; die Behandlung von vielen Aufgaben der Statik, wie u. a. die Untersuchung der Nebenspannungen, erfordert die Kenntnis der betreffenden allgemeinen Theorie.

Ein durchgehender Träger auf n-Stützen ist $(n-2)$-fach statisch unbestimmt und wird am besten nach der Momententheorie berechnet; nur der Balken über zwei oder drei Öffnungen kann mit Vorteil nach einer einfacheren Methode behandelt werden, bei der ein oder zwei Stützendrücke als statisch unbestimmbare Gröfsen eingeführt werden.

I. Der Träger auf drei Stützen.

a) Der vollwandige Träger.

Das System ist einfach statisch unbestimmt, erfordert also die Aufstellung einer Elastizitätsgleichung, welche die Bedingung ausdrückt, dafs die Biegungslinie durch die drei Auflagerpunkte gehen mufs. Als statisch nicht bestimmbare Gröfse kann man irgendeinen der drei Stützendrücke oder ein beliebiges Moment wählen (am besten dasjenige über der Mittelstütze).

Einfach und schnell führt die graphische Behandlung zum Ziele. Als statisch nicht bestimmbare Gröfse wählt man meistens den Stützendruck B (Fig. 264), denkt sich die Stütze entfernt, läfst an deren Stelle eine Kraft gleich eins wirken und zeichnet die Biegungslinie. Ist das Trägheitsmoment konstant und will man den Einflufs der Querkräfte nicht berücksichtigen, so leistet das auf Seite 278 angegebene Verfahren vorzügliche Dienste, um so mehr, weil es gestattet, von vornherein einen bequemen Wert für f einzuführen.

Diese Kurve liefert sämtliche Einflufslinien. Sie ist selbst die Einflufslinie für den Druck auf die Mittelstütze; die Einheit ist f, eine Last P ergibt also den Stützendruck

$$B = P\,\frac{\eta}{f}.$$

Die schraffierte Fläche gehört zur Einflufslinie des Stützendruckes C; die Einheit dazu ist k; es ist also

$$C = P\,\frac{\eta'}{k};$$

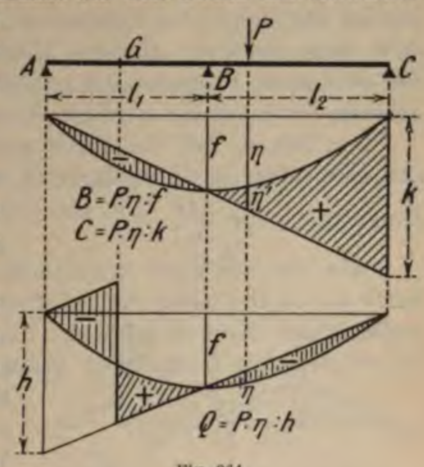


Fig. 264.

eine ähnliche Form zeigt die Einflufslinie für den Stützendruck A, wozu die Einheit h gehört. Bei Anwendung der erwähnten Konstruktion der Biegungslinie kann man die beiden letzten Einflufslinien auch direkt konstruieren.

Der untere Teil der Linie stellt die Einflufslinie der Querkraft im Querschnitt G dar und zwar ist $Q = P\,\frac{\eta}{h}$.

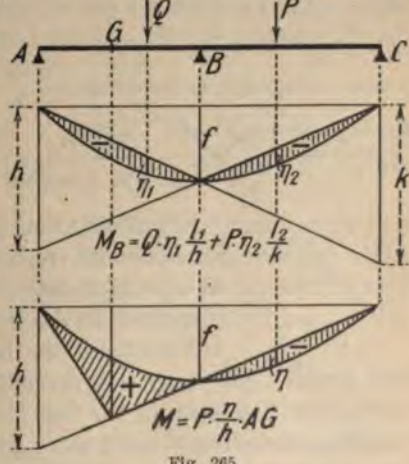


Fig. 265.

Im oberen Teil der Fig. 265 ist die Einflufsfläche des Momentes M_B über der Mittelstütze dargestellt. Zu beachten ist, dafs der Multiplikator für

den linken Teil $\frac{l_1}{h}$ ist, für den rechten dagegen $\frac{l_2}{h}$; das ist die Folge des Umstandes, daſs die Biegungslinie nicht aus einer einzigen Kurve besteht, sondern aus zwei unter B aneinander gefügten Ästen. Für alle anderen Einfluſslinien ist dieser Umstand belanglos.

Der untere Teil der Figur stellt die Einfluſslinie des Momentes im Querschnitt G dar; der zugehörige Multiplikator ist $\frac{AG}{h}$.

Wie aus der Figur ersichtlich, sind die Momente durch kleine Ordinaten dargestellt, zu welchen ziemlich groſse Multiplikatoren gehören. In den meisten Fällen ist trotzdem die Genauigkeit genügend; will man sie aber steigern, so empfiehlt sich folgendes Verfahren, welches keine gröſsere Arbeit erfordert.

Als statisch nicht bestimmbare Gröſse wird das Mome[nt] über der Mittelstüt[ze] gewählt; man den[kt] sich dort ein Gele[nk] eingeschaltet un[d] läſst auf die unmittelbar anschlieſsende[n] Querschnitte rechts und links ein b[e]liebiges Moment wirken. Das Momente[n]diagramm ist das Dreieck ACD (Fig. 266[)]. Die beiden Teile des Trägers, ursprün[g]lich gerade, gehen in die gezeichneten Kurven über, welche die Einfluſslinie für das Moment M_B darstellen. Die Einheit ist der Winkel α der Endtangenten bei B im Sinne der graphischen Statik verstanden, d. h. $\alpha = \frac{RS}{AB}$; es ist dabei angenommen, daſs die beiden Schluſs-

Fig. 266.

linien auf einer Geraden liegen. Eine Last P erzeugt: $M_B = P\,\eta\,\frac{A\,B}{R\,S}$.

Für den besonderen Fall, dafs das Trägheitsmoment konstant ist, und dafs man den Einflufs der Scherkräfte vernachlässigt, läfst sich folgende Konstruktion mit Vorteil anwenden.

Man nimmt BD willkürlich an (Fig. 267), fällt von B die Lote auf die Geraden AD und CD, bis sie die inneren Drittelvertikalen der beiden Strecken BA und BC in E und F schneiden. Man verbindet nun E mit A und F mit C und zeichnet dann in die beiden Dreiecke AEB und BFC nach dem Verfahren von Seite 277 Nr. 4 die beiden elastischen Linien; diese sind die Einflufslinien für das Stützenmoment in B.

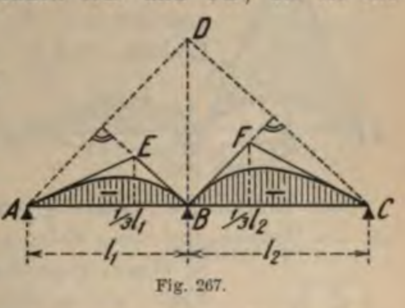


Fig. 267.

Der Multiplikator ist $\frac{B\,D}{A\,C}$, für welchen Bruch man einen bequemen Wert wählt z. B. $^1/_5$. Die Kraft P erzeugt nun das Moment $M_B = -P\,\eta\,\frac{B\,D}{A\,C}$.

Alle Einflufslinien lassen sich aus dieser einfach ableiten. Man konstruiert die Länge AE (Fig. 268) mit Hilfe der Gleichung

$$A\,E = A\,B\,\frac{A\,C}{B\,D},$$

oder zieht $C\,E$ rechtwinklig zu $A\,D$ und verbindet E mit B; die Einflufsfläche des Auflagerdruckes A ist

Fig. 268.

durch Schraffierung gekennzeichnet, die Einheit ist AE. Aus dieser Fläche ergibt sich auf sehr einfache Weise die Einflufsfläche des Momentes im Querschnitt G (Fig. 269). Der Multiplikator ist $\frac{AG}{AE}$. Die Einflufslinie der Querkraft in dem Querschnitt G folgt unmittelbar aus derjenigen der Auflagerkraft der nächsten Aufsenstütze; man zieht AH parallel zu EB (Fig. 270) und durch G die Senkrechte GH; die Einheit ist AE. Die Strecke AE der Fig. 268 wird im allgemeinen Fall (Fig. 266): $AE = \alpha AB = RS$.

Fig. 269.

Der Einflufs der Senkung einer Stütze ergibt sich aus der Betrachtung eines Balkens auf zwei Stützen, der in einem gegebenen Punkt durch eine Kraft von solcher Gröfse beansprucht wird, dafs eine gegebene Senkung entsteht.

Sollte z. B. eine Senkung der Stütze C (Fig. 264) um eine gegebene Strecke w berücksichtigt werden, so ermittle man die Kraft C, die dort wirkt bei der Belastung, für welche die Biegungslinie gezeichnet wurde; alsdann erhält man den dort entstehenden Auflagerdruck (bei sonst unbelastetem Träger) einfach nach der Formel $X = - C \frac{w}{k}$. Aus der Kraft X kann man die anderen Auflagerdrücke und die Momente berechnen. Eine Aufgabe dieser Art kommt vor bei der Untersuchung von Drehbrücken.

Fig. 270.

b) Der Fachwerkträger.

Die Berechnung von Fachwerkträgern auf drei Stützen geschieht nach dem gleichen Verfahren wie bei dem vollwandigen Träger. Die Biegungslinie des belasteten Gurtes unter einer auf den Träger wirkenden Last $B = 1\ t$ wird nach einem der angegebenen Verfahren ermittelt. Die Gurtkräfte werden direkt aus den Momenten in bezug auf die Drehpunkte der betreffenden

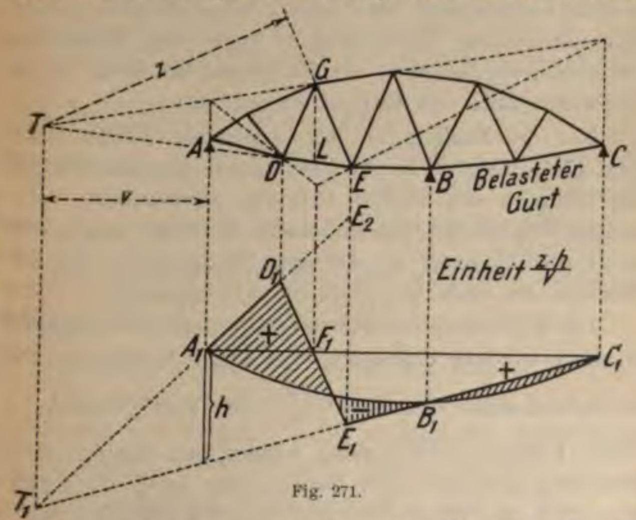


Fig. 271.

Stäbe abgeleitet; es sind also die Einflufslinien der Momente ohne weiteres verwendbar; ebenso sind die Einflufslinien der Stützendrücke gültig. Die Kräfte der Diagonalen sind nur bei Parallelträgern direkt proportional den Querkräften (Einflufslinie ähnlich wie in Fig. 280), in anderen Fällen mufs man besondere Einflufslinien zeichnen, was folgendermafsen geschieht.

Man denkt sich die Mittelstütze entfernt und die Einflufslinie für den betrachteten Stab in dem entstehenden einfachen Balken gezeichnet. Die Reaktion der mittleren Stütze ergibt aber auch eine Spannkraft in dem Stab, und zwar direkt proportional ihrer Gröfse;

zu der gezeichneten Einflufslinie mufs man also die Einflufslinie des mittleren Stützendruckes addieren, nachdem sie vorher in passendem Verhältnis reduziert wurde. Es empfiehlt sich, von der letzteren auszugehen und zu dieser die erstere hinzuzufügen, nachdem man deren Ordinaten im richtigen Verhältnis geändert hat; die Berechnung dieses Verhältnisses ist aber entbehrlich, denn eine Last über der Mittelstütze kann keine Kraft in dem betrachteten Stab hervorrufen; folglich müssen sich die beiden Einflufslinien unter der Mittelstütze schneiden, so dafs dort ein Nullpunkt entsteht. Es erübrigt nur noch die Einheit zu ermitteln.

Um die Einflufslinie für den Stab $G\,E$ zu finden (Fig. 271), zieht man die Gerade $C_1\,B_1$ (die für alle Einflufslinien der linken Öffnung unverändert bleibt) und vervollständigt den Linienzug $A_1\,D_1\,E_1$, indem man den Punkt T_1 unter T oder den Nullpunkt F_1 der Einflufslinie des einfachen Balkens $A\,C$ benutzt.

Die Einheit, durch welche die gemessenen Ordinaten dividiert werden, ergibt sich aus der Betrachtung einer in A wirkenden Kraft zu $\frac{z\,h}{v}$. Die Werte, welche in dieser Formel vorkommen, werden am besten durch Rechnung ermittelt. Zur Bestimmung der Einheit kann man auch das Prinzip benutzen, dafs das Dreieck $D_1\,E_1\,E_2$ die Einflufslinie der Diagonalkraft darstellt, für den Fall, dafs die Scheibe $A\,G\,D$ fest ist und die Last in irgend einem Punkt zwischen D und E angreift. Liegt eine Last 1 in E, so ist die Diagonalkraft $D = \frac{E\,G}{G\,L}$ und wird durch die Strecke $E_1\,E_2$ dargestellt. Danach ist die Einheit: $\frac{E_1\,E_2 \cdot G\,L}{E\,G}$.

c) Einige Ergebnisse der Theorie.

Für den vollwandigen Träger mit konstantem Trägheitsmoment liefert die analytische Behandlung folgende

ormeln, wo

$z = \frac{l_1}{l_2}$ (Fig. 272):

Fig. 272.

1. Eine Einzellast.

Mit $\frac{a}{l_2} = x$ sind die Auflagerdrücke:

$$A = -P \frac{1}{2\,z\,(z+1)}\,x\,(1-x)\,(2-x);$$

$$B = P \frac{(x-1)}{2\,z\,(z+1)}\left(x\,(x-2) + z\,(x^2 - 2\,x - 2) - 2\,z^2\right);$$

$$C = P \frac{x}{2\,(z+1)}\,(2\,z + 3\,x - x^2).$$

Mittelstützenmoment: $M_B = -P \frac{l_2\,x}{2\,(z+1)}\,(1-x)\,(2-x)$;

Max. für $x = 0{,}423$; $M_{B\,max} = -0{,}385\,P \frac{l_2}{2\,(z+1)}$.

Das Moment unter der Last wird zum Maximum für $x = \frac{0{,}512\,z^2 + 0{,}074\,z - 0{,}018}{z^2}$.

Wenn: $z = 1$, so wird $x = 0{,}568$ und $M_{max} = 0{,}315\,P\,l$.

Hat man in jeder Öffnung eine Last P, und ist außerdem $z = 1$ (d. i. $l_1 = l_2$), so sind die drei Stützendrücke gleich, wenn für jede Last $x = 0{,}774$.

2. Gleichmäßig verteilte Last p_1 bzw. p_2 t/m.
Auflagerdrücke:

$$A = \frac{3}{8}\,p_1\,l_1 + \frac{1}{8\,z}\,\frac{p_1\,l_1^2 - p_2\,l_2^2}{l_1 + l_2};$$

$$B = \frac{5}{8}\,(p_1\,l_1 + p_2\,l_2) + \frac{l_1 - l_2}{8}\,\frac{p_1\,l_1^2 - p_2\,l_2^2}{l_1\,l_2};$$

$$C = \frac{3}{8}\,p_2\,l_2 - \frac{z}{8}\,\frac{p_1\,l_1^2 - p_2\,l_2^2}{l_1 + l_2}.$$

Fig. 273.

Für $p_1 = p_2 = p$ sind die drei Stützendrucke gleich, wenn $x = 0{,}3055\,l$; $y = 0{,}6945\,l$. (Fig. 273.)

3. Dreiecksbelastung; mittlere Belastungshöhe a. (Fig. 274.)

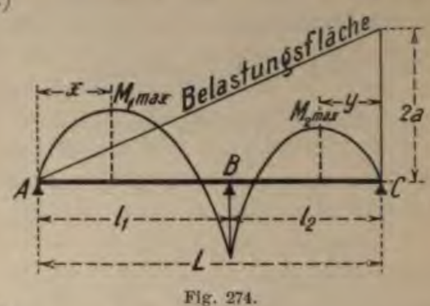


Fig. 274.

Mit $\frac{l_1}{l_2} = z$ hat man:

für	z	$-\frac{M_B}{a\,L^2}$	$\frac{A}{a\,L}$	$\frac{B}{a\,L}$	$\frac{C}{a\,L}$	$\frac{x}{L}$	$\frac{M_{1max}}{a\,L^2}$	$\frac{y}{L}$	M_2…
$M_B = min.$	1,310	0,0294	0,0554	0,6421	0,3025	0,235	0,0090	0,165	0,0…
$M_{1max} = M_{2max}$	1,669	0,0308	0,0818	0,6738	0,2444	0,286	0,0156	0,131	0,0…
$A = C$	2,529	0,0400	0,1154	0,7692	0,1154	0,3385	0,0261	0,059	0,0…
$-M_B = M_{2max}$	1,093	0,0307	0,0312	0,6301	0,3387	0,1715	0,0041	0,187	0,0…

Anwendungen für polygonale Dächer, Versteifungen ebener Wände von Wasserbehältern u. dgl. m.

4. Träger mit überkragendem Arm. (Fig. 275.)

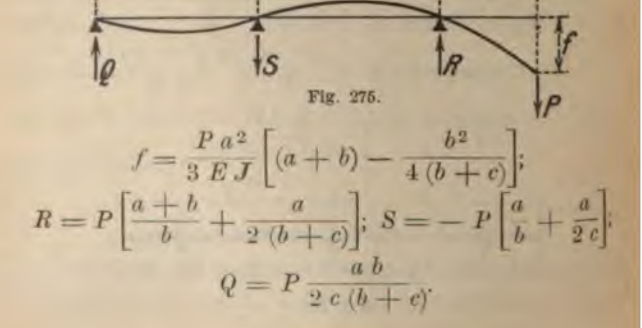


Fig. 275.

$$f = \frac{P\,a^2}{3\,E\,J}\left[(a+b) - \frac{b^2}{4\,(b+c)}\right];$$

$$R = P\left[\frac{a+b}{b} + \frac{a}{2\,(b+c)}\right];\quad S = -P\left[\frac{a}{b} + \frac{a}{2\,c}\right];$$

$$Q = P\,\frac{a\,b}{2\,c\,(b+c)}.$$

Es sei zum Schlusse noch erwähnt, daſs die genaue Behandlung der Aufgabe in vielen Fällen durch die rechnerische Ermittelung der Biegungslinie erleichtert wird, was nach den Fällen Nr. 1 und Nr. 4, Seite 276, geschehen kann, wenn man die dort gemachten Voraussetzungen gelten läſst. Zur Berechnung der Werte von $\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3}$ ist die Tabelle auf Seite 331 zu benutzen.

d) Zweckmäſsigste Höhenlage der Stützen.

Wie aus der Tabelle auf Seite 359 ersichtlich, gestattet der durchgehende Träger auf drei Stützen bei gleichen Öffnungen, konstantem Querschnitt und gleichmäſsig verteilter Last keine Materialersparnis gegenüber zwei getrennten Trägern, indem das gröſste Moment, welches hier über der Mittelstütze vorkommt, genau denselben absoluten Wert hat wie das Moment in der Mitte eines einfachen Balkens, der nur eine Öffnung überbrückt. Man hat aber ein Mittel an der Hand, das Resultat zu verbessern: durch eine Senkung der Mittelstütze wird das Moment über derselben verringert, die gröſsten Biegungsmomente in den beiden Öffnungen aber nicht in demselben Maſs vergröſsert. Senkt man die Mittelstütze um

$$w = \frac{(p+g)\,l^4}{24\;EJ}\left(0{,}163 + 0{,}151\,\frac{g}{p+g}\right),$$

so werden die absoluten Werte der gröſsten Momente einander gleich und zwar um 16 bis 31 % kleiner als bei gleicher Höhenlage der Stützen, je nachdem sich der Bruch $\frac{g}{p+g}$ den Grenzwerten 0 bzw. 1 nähert. Die Ermittelung der zweckmäſsigsten Senkung wird etwas umständlich bei ungleichen Öffnungen und beweglichen Einzellasten, sowie bei Gitterträgern allgemeiner Form, erfordert aber beim Gebrauch des Momentendiagramms für die Senkung der Mittelstütze nur wenige Versuche. Dieses Mittel, die gröſsten Momente zu verringern, ist

umsomehr zu beachten, weil eine gleiche Höhenlage der Stützen keineswegs leichter herzustellen ist als eine beliebige andere. Man hat aufserdem den Vorteil, die Last etwas gleichmäfsiger über die Stützen zu verteilen, was in vielen Fällen wünschenswert erscheint.

Hinsichtlich der zur Sicherheit in die Rechnung einzuführenden zufälligen Senkung einer Stütze verweisen wir auf Seite 355.

II. Der Träger auf vier Stützen.

a) Der vollwandige Träger.

Das System ist zweifach statisch unbestimmt, erfordert also die Aufstellung von zwei Elastizitätsgleichungen. Die analytische Behandlung des allgemeinen Falles führt zu unverhältnismäfsig verwickelten Formeln; in den meisten Fällen wird man zur Berechnung ein rein graphisches oder ein gemischtes Verfahren benutzen, das eine einfache und übersichtliche Lösung der Aufgabe gestattet.

Man denkt sich die zwei Aufsenstützen A und D (Fig. 276) entfernt und belastet das Ende A mit einer beliebig grofsen senkrechten Kraft; für diesen Zustand zeichnet oder berechnet man die Biegungslinie, welche in C_1 in die Tangente $C_1 D_1$ übergeht. Ähnlich ermittelt man die Biegungslinie, welche entsteht, wenn in D eine beliebig grofse senkrechte Kraft wirkt; diese zweite Kurve geht in B_2 in die Tangente $B_2 A_2$ über. Nun vergröfsert man die Ordinaten einer der so erhaltenen Biegungslinien in einem solchen Verhältnis, dafs die Ordinate unter D gleich der betreffenden Ordinate der anderen Biegungslinie wird; durch Subtraktion der übereinander liegenden Ordinaten der beiden Kurven voneinander erhält man die Ordinaten der Einflufslinie für den Stützendruck A; als Einheit gilt die Strecke h. Auf gleiche Art verfährt man, um die Einflufslinie des Stützendruckes D zu erhalten. Aus diesen beiden Einflufslinien werden alle übrigen abgeleitet.

Bei der Ermittelung der Biegungslinien kann man n Einfluſs des veränderlichen Trägheitsmomentes so- e der Querkräfte bzw. bei Fachwerken die Form- derung der Wandglieder berücksichtigen. Da man für

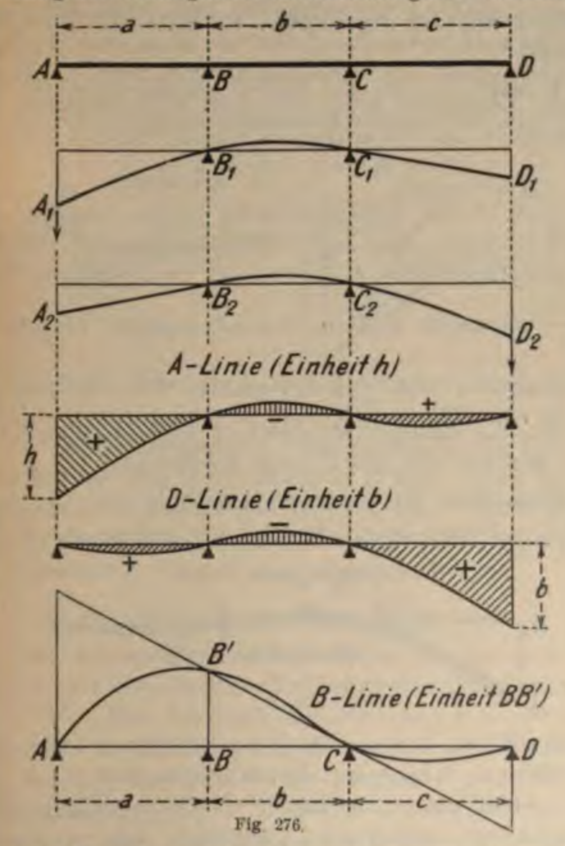


Fig. 276.

e erste Berechnung die Querschnitte im allgemeinen cht kennt, so wird man sich darauf beschränken üssen, die eventuelle Veränderlichkeit der Höhe des ägers in Rechnung zu stellen; es ist aber gut, auf und der vorläufig gewählten Querschnitte eine genauere itersuchung vorzunehmen.

Es ist immer empfehlenswert, die Biegungslinien durch Rechnung zu ermitteln, um nicht groben Fehlern ausgesetzt zu sein, denn die endgültigen Ordinaten ergeben sich immer aus Differenzen; bei konstantem Trägheitsmoment sind die Formeln auf Seite 277 No. 4 dazu geeignet[1]).

B-Linie. Nennt man B_0 den Auflagerdruck für den Fall, dafs die beiden Endstützen entfernt sind, so ist

$$B = B_0 - A\,\frac{a+b}{b} + D\,\frac{c}{b}.$$

Nun ist die Einflufslinie für B_0 die Gerade $C\,B'$, wo $B\,B' = 1$ t; von den Ordinaten derselben werden die Ordinaten der A-Linie nach Multiplikation mit $\frac{a+b}{b}$ abgezogen und die Ordinaten der D-Linie nach Multiplikation mit $\frac{c}{b}$ hinzu addiert. So entsteht die B-Linie, die naturgemäfs durch A und D gehen mufs. Ganz ähnlich wird die C-Linie konstruiert.

Einflufslinie für M_B. Die M_B-Linie (Fig. 277) fällt zwischen B und D mit der A-Linie zusammen; in der



Fig. 277.

ersten Öffnung hat sie die Ordinaten der A-Linie, auf die Sehne $A_1\,B$ bezogen. Der Multiplikator ist $A\,B = a$. Man ersieht auch hier wieder die Notwendigkeit, die Einflufslinien rechnerisch zu ermitteln, um mit der erforderlichen Genauigkeit arbeiten zu können.

Nach einem ähnlichen Verfahren wird die M_C-Linie aus der D-Linie abgeleitet. Die Einflufslinien für

[1]) Man rechne entweder nach der Formel für den Balken mit konstantem J oder ganz scharf, unter Berücksichtigung der Querkräfte, da die Einflüsse sich gegenseitig aufheben.

Momente und Querkräfte in beliebig gewählten Querschnitten werden nach dem allgemeinen Verfahren (Seite 340) mit Hilfe der M_B- und M_C-Linien ermittelt.

Für die Endfelder kann man die Momente und die Querkräfte durch den Auflagerdruck der Endstütze ausdrücken, also auch die entsprechenden Einflufslinien aus der A- bzw. D-Linie ableiten. Die Einflufslinie für die Querkraft in E (Fig. 278), wird konstruiert, indem man die A-Linie parallel zu sich selbst um h verschiebt

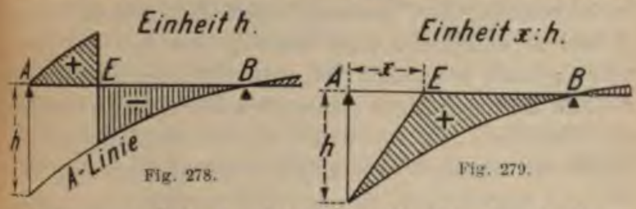


Fig. 278. Fig. 279.

und die zwei Äste durch eine Senkrechte durch E verbindet. In der zweiten und dritten Öffnung ist die A-Linie allein mafsgebend. Fig. 279 stellt die Einflufslinie für das Biegungsmoment in E dar. Auch hier ist in der zweiten und dritten Öffnung die A-Linie gültig. Die Konstruktionen sind für die Endöffnungen jedes durchgehenden Trägers ganz allgemein gültig.

Berücksichtigung der Senkung einer Stütze.

Das allgemeine Verfahren (Seite 346) ist auch hier anwendbar; man kommt aber auf andere Weise schneller zum Ziel. Man beseitigt zwei Stützen, z. B. die mittleren, läfst an Stelle von B eine senkrechte Kraft $= 1$ wirken und berechnet (oder konstruiert) die Durchbiegungen in B und C. Dasselbe macht man für eine Belastung durch eine senkrechte Kraft $= 1$ in C. Bezeichnet man die Durchbiegungen mit δ_B, δ_{BC} und δ_C,[1]) die in B und C wirkenden Kräfte mit B und C, so lauten die Bedingungen, damit der Punkt B sich nicht

[1]) Die Durchbiegung in B infolge der Kraft $C = 1$ ist gleich der Durchbiegung in C infolge der Kraft $B = 1$ (vgl. Seite 242); daher gilt für beide die Bezeichnung δ_{BC}.

senkt: $B = - C \frac{\delta_{BC}}{\delta_B}$ und für C: $C = - B \frac{\delta_{BC}}{\delta_C}$. Die Senkung des anderen Punktes ist:

$$B\left(\delta_B - \frac{(\delta_{BC})^2}{\delta_C}\right) \text{ bzw. } C\left(\delta_C - \frac{(\delta_{BC})^2}{\delta_B}\right).$$

Indem man der Senkung eines der beiden Punkte einen bestimmten Wert zuschreibt, ist es möglich, die beiden Kräfte B und C, sowie die entsprechenden in A und D und die in dem Balken auftretenden Momente zu berechnen. Der Senkung einer der beiden Stützen A und D entspricht eine Hebung sowohl von B wie von C; man behandelt sie getrennt und addiert zum Schlufs die zugehörigen Stützendrücke. Es ist nun leicht, ein Diagramm zusammenzustellen, in welchem die Einflüsse der einzelnen Senkungen getrennt dargestellt sind, und die ungünstigste Kombination derselben zu wählen.

b) Der Fachwerkträger.

Für den Fachwerkträger gilt ohne weiteres das eben angegebene Verfahren. Für die Gurtstäbe sind die Einflufslinien der Momente für die betreffenden Drehpunkte mafsgebend; bei Parallelträgern gelten für die Füllungs-

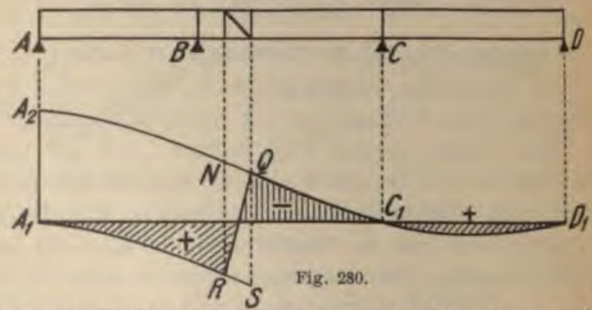


Fig. 280.

glieder die Einflufslinien der Querkräfte. Wie diese aus den bereits ermittelten Linien abgeleitet werden, zeigt Fig. 280.

Die Querkraft zwischen B und C ist gleich $A + B$ oder $A + B - P$. Man braucht also nur die beiden Einflufslinien der Stützendrücke A und B zu addieren;

so erhält man eine Kurve, welche für die ganze Öffnung $B\,C$ gültig ist. Den einen Teil der Kurve verschiebt man parallel zu sich selbst, so dafs er durch A_2 geht, und zieht die kürzeste Diagonale des Parallelogramms $N\,Q\,R\,S$ (für den vollwandigen Träger wäre dagegen eine Senkrechte nötig!). Die Einheit ist die Strecke $A_1 A_2 = h$.

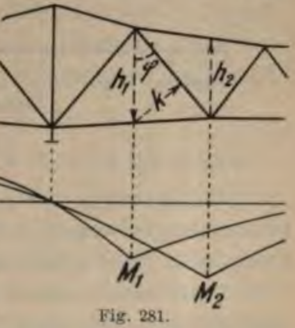


Fig. 281.

Sind die Gurtungen nicht parallel, so ist eine besondere Konstruktion erforderlich. Am einfachsten kommt man zum Ziel, wenn man die Einflufslinien der Momente benutzt. Es ist nach Fig. 281:

$$D = \frac{1}{\sin\varphi}\left(\frac{M_1}{h_1} - \frac{M_2}{h_2}\right) \text{ oder } D = -\frac{1}{k}\left(M_1 - M_2\,\frac{h_1}{h_2}\right).$$

Es genügt demnach, die M_2-Linie im Verhältnis h_1/h_2 zu reduzieren und sie von der M_1-Linie abzuziehen. Die Einheit ist k.

c) Einige Ergebnisse der Theorie.

Für den Fall konstanten Trägheitsmomentes lassen sich einige Aufgaben mit Vorteil auf rechnerischem Wege behandeln.

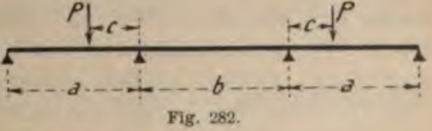


Fig. 282.

Bei dem in Fig. 282 skizzierten Träger sind die vier Stützendrücke gleich, wenn

$$2\,(x^3 + y^3) - 6\,x\,y\,(x + 1) + 3\,y^2 = 0, \text{ wo: } x = \frac{c}{b};\; y = \frac{a}{b}.$$

Annäherungsweise ist: $x = -0{,}05 + 0{,}62\,y$.

Der Träger der Fig. 283 übt bei vollständiger gleichmäfsiger Belastung gleiche Stützendrücke aus, wenn

$$-\alpha^3 + \alpha^2\,(4\,\varphi - 2) + \alpha\,(6\,\varphi^2 + 6\,\varphi - 3) + 6\,\varphi^2 - 1 = 0,$$

wo: $\alpha = \dfrac{y}{2\,z}$ und $\varphi = \dfrac{x}{2\,z}$

Eins dieser Verhältnisse kann nach Belieben gewählt werden. Annäherungsweise ist:

$$q = 0{,}34 + 0{,}11\,\alpha + 0{,}01\,\alpha^2.$$

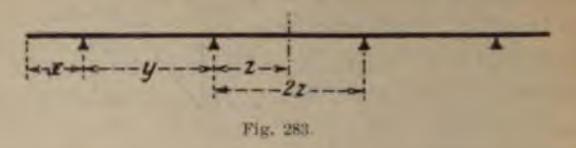


Fig. 283.

Durchgehende Träger über drei Öffnungen als Brückenträger weisen den kleinsten Materialbedarf auf, wenn sich die einzelnen Spannweiten ungefähr wie 7 : 8 : 7 verhalten; man kann aber bedeutend von diesen Zahlen abweichen ohne wesentlichen Mehraufwand an Material.

d) Zweckmäfsigste Höhenlage der Stützen.

Ähnlich wie beim Träger auf drei Stützen kann man durch eine passend gewählte Senkung der Mittelstützen eine nicht unwesentliche Verminderung der Stützenmomente erzielen, während die gröfsten positiven Momente nicht in gleichem Verhältnis zunehmen. Ist die Anordnung des Trägers symmetrisch, und verhalten sich die drei Öffnungen zueinander wie 8 : 9 : 8, bis 6 : 7 : 6, so kann man durch Senkung der beiden Mittelstützen um die Gröfse $w = L^4 \dfrac{(p + 1{,}8\,g)\,(p + g)}{5900\,E\,J}$ die gröfstmöglichen Biegungsmomente einander gleich machen.

Es wird alsdann: $M_{max} = \dfrac{L^2}{118}\,(1{,}35\,p + g)\,(p + g).$

In diesen Formeln bedeuten: L die ganze Länge des Trägers, g und p die ständige bzw. die Verkehrslast (gleichmäfsig verteilt). Im allgemeinen Fall kann man die zweckmäfsigste Höhenlage der Stützen mit Hilfe der Momentendiagramme für deren Senkungen leicht ermitteln.

III. Der Träger auf beliebig vielen Stützen.

Es treten ebensoviele statisch nicht bestimmbare Gröfsen auf, als Mittelstützen vorhanden sind. Zweckmäfsig werden als Unbekannte die Momente über den mittleren Stützen eingeführt, bei Gitterträgern die Spannkräfte der entsprechenden Gurtstäbe.

a) Der vollwandige Träger mit konstantem Querschnitt.

Denkt man sich den Träger über jeder Mittelstütze durchgeschnitten, so biegen sich alle die Trägerteile infolge der Belastung durch, und ihre Endquerschnitte nehmen eine geneigte Lage an, deren Abweichung von der ursprünglichen nach den Formeln auf Seite 278 ermittelt werden kann. Durch eine Änderung der Stützenhöhe entstehen weitere Neigungen, deren Gröfsen aus dem Höhenunterschied durch die jemalige Stützweite dividiert ausgedrückt werden. Die Stützenmomente lassen sich durch die Bedingung bestimmen, dafs zwei zusammengehörige Querschnitte dadurch so weit zurückgedreht werden müssen, dafs sie sich wieder vollständig berühren. Auf jeden Trägerteil über einer Mittelöffnung wirken also zwei unbekannte Momente, auf jeden Teil über einer Endöffnung nur eins.

Die Neigungen der Endtangenten bzw. der Endquerschnitte eines geraden Balkens infolge dieser Momente lassen sich nach der Formel auf Seite 278 berechnen, falls der Einflufs der Querkräfte vernachlässigt wird.

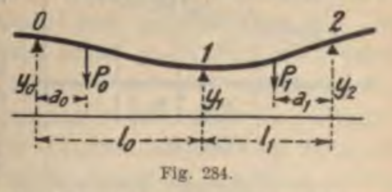


Fig. 284.

Für jede Mittelstütze läfst sich also eine Gleichung aufstellen, welche ausdrückt, dafs die zusammengehörigen Querschnitte eine gleiche Neigung gegen die Vertikale aufweisen; nur ist der Winkel für die eine als positiv, für die andere als negativ zu betrachten. So erhält man

die Clapeyronschen Gleichungen[1]), deren allgemeine Form ist:

$$M_0 l_0 + 2 M_1 (l_0 + l_1) + M_2 l_1 + N + 6 EJ \left(\frac{y_1 - y_0}{l_0} + \frac{y_1 - y_2}{l_1}\right) = 0.$$

Das Glied N berücksichtigt die Belastung, und ist für Einzellasten (Fig. 284):

$$N = \Sigma P_0 l_0^2 \left(\frac{a_0}{l_0} - \frac{a_0^3}{l_0^3}\right) + \Sigma P_1 l_1^2 \left(\frac{a_1}{l_1} - \frac{a_1^3}{l_1^3}\right),$$

für partielle gleichmäfsige Belastung (Fig. 285):

$$N = \frac{p_0 l_0^3}{2}\left[\frac{n_0^2}{l_0^2} - \frac{1}{2}\frac{n_0^4}{l_0^4} - \left(\frac{m_0^2}{l_0^2} - \frac{1}{2}\frac{m_0^4}{l_0^4}\right)\right] +$$
$$+ \frac{p_1 l_1^3}{2}\left[\frac{n_1^2}{l_1^2} - \frac{1}{2}\frac{n_1^4}{l_1^4} - \left(\frac{m_1^2}{l_1^2} - \frac{1}{2}\frac{m_1^4}{l_1^4}\right)\right],$$

für gleichmäfsige totale Belastung:

$$N = \frac{1}{4} p_0 l_0^3 + \frac{1}{4} p_1 l_1^3.$$

Eine trapezförmige Belastung entspricht einer gleichmäfsigen mit dem Wert der Ordinate auf $^7/_{15}\, l$ (Fig. 286). Wenn $l_1 = l_0$, so ist der Wert der Mittelstütze in die Formel für totale gleichmäfsige Belastung für beide Felder einzuführen.

Fig. 285.



Fig. 286.

Andere stetige Belastungen reduziert man zu einer passend gewählten Anzahl von Einzellasten.

Zur leichteren Berechnung des Gliedes N dienen folgende Tabellen, wenn man $\varphi = \frac{a}{l}$ oder $\varphi = \frac{n}{l}$ setzt.

[1]) So genannt nach dem französischen Ingenieur, der diese Berechnungsart 1857 angegeben hat.

Werte von $(\varphi - \varphi^3)$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,000	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,089
0,099	0,109	0,118	0,128	0,137	0,147	0,156	0,165	0,174	0,183
0,192	0,201	0,209	0,218	0,226	0,234	0,242	0,250	0,258	0,266
0,273	0,280	0,287	0,294	0,301	0,307	0,313	0,319	0,325	0,331
0,336	0,341	0,346	0,351	0,355	0,359	0,363	0,366	0,369	0,372
0,375	0,377	0,379	0,381	0,383	0,384	0,384	0,385	0,385	0,385
0,384	0,383	0,382	0,380	0,378	0,375	0,373	0,369	0,366	0,362
0,357	0,352	0,347	0,341	0,335	0,328	0,321	0,314	0,305	0,297
0,288	0,279	0,269	0,258	0,247	0,236	0,224	0,212	0,199	0,185
0,171	0,156	0,141	0,126	0,109	0,093	0,075	0,057	0,039	0,020

Werte von $(\varphi^2 - {}^1/_2\,\varphi^4)$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,008
0,010	0,012	0,014	0,017	0,019	0,022	0,025	0,029	0,032	0,035
0,039	0,043	0,047	0,052	0,056	0,061	0,065	0,070	0,075	0,080
0,086	0,091	0,097	0,103	0,109	0,115	0,121	0,127	0,136	0,140
0,147	0,154	0,161	0,168	0,175	0,182	0,189	0,196	0,204	0,211
0,219	0,226	0,234	0,241	0,249	0,256	0,264	0,272	0,280	0,287
0,295	0,303	0,310	0,318	0,326	0,333	0,341	0,348	0,356	0,363
0,370	0,377	0,384	0,391	0,398	0,405	0,411	0,418	0,424	0,430
0,435	0,441	0,447	0,452	0,457	0,462	0,466	0,470	0,474	0,478
0,482	0,485	0,488	0,491	0,493	0,495	0,497	0,498	0,499	0,500

Es lassen sich eben so viele Clapeyronsche Glei-ungen aufstellen, als Mittelstützen vorhanden sind, t der gleichen Anzahl von Unbekannten, da die omente der Endstützen meist gleich Null sind, oder, nn dies nicht der Fall ist, wegen ihrer statischen Be-mmtheit ohne Schwierigkeit berechnet werden können.

Nach Auflösung der Gleichungen (Seite 34) ist es oft quem, die Stützendrücke gleich zu ermitteln. Dies nn mit Hilfe der schon berechneten Momente geschehen, dem man für diese je einen Ausdruck schreibt, wo e Lasten als bekannte, die Auflagerdrücke als un-kannte Kräfte, alle mit dem betreffenden Hebelarm

und passendem Vorzeichen, eingeführt werden. Die Querkräfte lassen sich jetzt, von einem Ende des Trägers ausgehend, ohne weiteres bestimmen. Es ist ratsam, diese Berechnung bis zum anderen Ende durchzuführen.

Man kann aber auch einen anderen Weg einschlagen (Fig. 287).

Die Querkraft in einem beliebigen Querschnitt ist $Q = Q_0 + \frac{M_r - M_l}{l}$, wo Q_0 die Querkraft für den einfachen Balken darstellt. Da die Momente M_l und M_r im allgemeinen negativ sind, so gibt ein gröfserer absoluter Wert von M_l einen Zuschlag für Q_0.



Fig. 287.

Nun kann man zur Ermittelung der Momente für alle wichtigen Querschnitte übergehen, indem man entweder alle Kräfte auf einer Seite des betreffenden Querschnittes bis zum Trägerende berücksichtigt, oder das in Frage kommende Feld ausschneidet und die Stützenmomente und die Querkraft in die Rechnung einführt, oder die Formel $M = M' + \frac{x' M_l + x M_r}{l}$ benutzt (Fig. 287), wo M' das Moment für den einfachen Balken bezeichnet.

Die Auflösung der Clapeyronschen Gleichungen, besonders wenn sie in grofser Anzahl sind, ist eine sehr umständliche Arbeit, um so mehr, weil die numerischen Werte ziemlich genau bestimmt werden müssen. Es sei im allgemeinen das Verfahren von Eliminationskoeffizienten empfohlen (Seite 34). Man multipliziere die erste Gleichung mit α, die zweite mit β usw., wo $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ vorläufig unbestimmt bleiben. Nun addiert man alle Gleichungen und bestimmt die Werte von $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ so, dafs in der entstehenden Gleichung alle Koeffizienten

der Unbekannten gleich Null werden, mit Ausnahme desjenigen der Unbekannten, die man berechnen will, und welcher den Wert -1 erhält. Der Wert dieser Unbekannten ist alsdann $\alpha R_1 + \beta R_2 + \gamma R_3 + \ldots$, wo R immer das jeweils bekannte Glied jeder Gleichung darstellt. Die Hilfsgleichungen sind leicht zu lösen, da die Arbeit, die man für eine Unbekannte ausgeführt hat, zum grofsen Teil wieder für die nächste zu benutzen ist. Die Koeffizienten $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ werden um so kleiner, je weiter die mit ihnen multiplizierten Gleichungen von der Gleichung entfernt liegen, welche $= -1$ gesetzt wurde (es empfiehlt sich, sie als echte Brüche, nicht als Dezimalbrüche darzustellen, um Fehler zu vermeiden), und können bald vernachlässigt werden. Das Verfahren ist besonders bequem für den Fall, dafs man mehrere Belastungsfälle untersuchen will, da die Hilfskoeffizienten immer zu benutzen sind und unverändert bleiben. Man tut gut, jede Unbekannte für sich zu ermitteln, nicht eine aus der anderen abzuleiten.

Bei symmetrischen Anordnungen des Trägers gelingt es oft, die Gleichungen einfacher dadurch zu lösen, dafs man als neue Unbekannte die Summe der ersten und der letzten, der zweiten und der vorletzten, der dritten und der drittletzten Unbekannten usw., ferner die entsprechenden Differenzen einführt. Aus den gegebenen Gleichungen eliminiert man die alten Unbekannten durch Addition bzw. Subtraktion und Einführung der neuen, wodurch die Gleichungen auf zwei voneinander ganz unabhängige Gruppen reduziert werden.

Die Werte der Stützenmomente sind im allgemeinen negativ, d. h. über den Stützen werden die oberen Fasern des Trägers auf Zug beansprucht, die unteren auf Druck, während in der Mitte der Felder das Umgekehrte geschieht.

Sind die Stützenmomente bekannt, so ist es leicht, das Momentendiagramm für den ganzen Träger zu konstruieren. Man zeichnet es zunächst für jedes Träger-

feld wie für einen einfachen Balken auf zwei Stützen, alsdann braucht man nur die Stützenmomente auf den Stützenvertikalen von der Nullinie aus abzutragen (mit Rücksicht auf das Vorzeichen) und die Endpunkte durch Geraden zu verbinden, um das Diagramm der Momente für den durchgehenden Träger zu erhalten.

Aus diesem ersieht man gleich, daſs die Momente in der Nähe der Stützen schnell abnehmen, was eine Folge des verhältnismäſsig hohen Wertes des Stützendruckes ist. Da dieser jedoch in der Praxis nicht in einem mathematischen Querschnitt konzentriert sein kann, sich vielmehr (vgl. Lagerkonstruktion) auf eine gewisse Länge verteilen muſs, so ist es gerechtfertigt, die Spitze des Momentendiagramms innerhalb dieser Länge parabolisch abzurunden, was mitunter eine gewisse Materialersparnis mit sich bringt.

Die im Vorigen beschriebene Methode eignet sich zur Untersuchung des Trägers bei einer festen Belastung, wie z. B. Eigengewicht, Wind- oder Schneebelastung usw. Bei Einzellasten konstruiert man Seilpolygone, bei gleichmäſsig verteilter Last Parabeln.

Für eine veränderliche Belastung genügt es, wenn sie gleichmäſsig verteilt ist, die ungünstigsten Laststellungen mit Hilfe der später angegebenen Sätze zu bestimmen und die einzelnen Fälle rechnerisch zu untersuchen; für bewegliche Einzellasten muſs man mit den Einfluſslinien arbeiten, da die Einführung einer gleichförmigen, gleichwertigen Belastung unzulässig ist.

Die Fixpunkte.

Sind in einem durchgehenden Träger einige Felder von einem Ende ab unbelastet, so lauten die Clapeyronschen Gleichungen (Fig. 288):

$$2\,M_1\,(l_1 + l_2) + M_2\,l_2 = 0$$
$$M_1\,l_2 + 2\,M_2\,(l_2 + l_3) + M_3\,l_3 = 0$$
$$M_2\,l_3 + 2\,M_3\,(l_3 + l_4) + M_4\,l_4 = 0$$
$$M_3\,l_4 + 2\,M_4\,(l_4 + l_5) + M_5\,l_5 = 0 \text{ usw.}$$

Sie enthalten also nur Stützenmomente mit ihren Koeffizienten. Die erste Gleichung enthält nur zwei Unbekannte, deren Verhältnis also gleich bestimmt werden kann; führt man den berechneten Wert in die zweite Gleichung ein, so kann das Verhältnis zwischen zwei

Fig. 288.

weiteren Unbekannten bestimmt werden usw. Nimmt man an, dafs die Belastung erst auf oder nach der letzten Stütze anfängt (Belastung durch ein Moment oder Belastung des Kragarmes), so lassen sich alle Verhältnisse zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Momenten berechnen.

Es wird also:

$$\frac{M_1}{M_2} = -\frac{{}^1\!/_2\, l_2}{l_1 + l_2},$$

$$\frac{M_1}{M_2}\, l_2 + 2\,(l_2 + l_3) + \frac{M_3}{M_2}\, l_3 = 0,$$

$$\frac{M_2}{M_3}\, l_3 + 2\,(l_3 + l_4) + \frac{M_4}{M_3}\, l_4 = 0 \text{ usw.}$$

Teilt man nun jedes Feld in dem Verhältnis der eiden angrenzenden Stützenmomente, so ist der jedesalige Teilpunkt (allgemein Fixpunkt genannt) nur von er Länge der betreffenden Felder abhängig. Auf diese Veise erhält also jedes Feld einen Fixpunkt; in dem rsten Feld fällt er mit der Aufsenstütze zusammen. m den Fixpunkt für das letzte Feld zu erhalten, mufs nan voraussetzen, dafs das Moment über der rechten ufsenstütze einen von Null verschiedenen Wert hat, . h. man mufs in der letzten Clapeyronschen Gleihung ebenfalls drei Momente einführen, als ob der räger noch weiter verlängert wäre. Dieselbe Berechnung führt man, von dem andern Ende beginnend,

durch und erhält so für jedes Feld einen zweiten Fixpunkt. Die Lage der Fixpunkte kann mit Hilfe folgender Formel berechnet werden (Fig. 289):

$$y = \frac{1 - x}{3 + 2\varphi - 3x(1 + \varphi)}, \text{ wo } \varphi = \frac{l_1}{l_2}.$$

Fig. 289.

Für die erste Öffnung ist $x = 0$ zu setzen; der gefundene Wert von y wird als x für die zweite benutzt usw. Die Konstruktion der Fixpunkte ist in Fig. 290 angegeben.

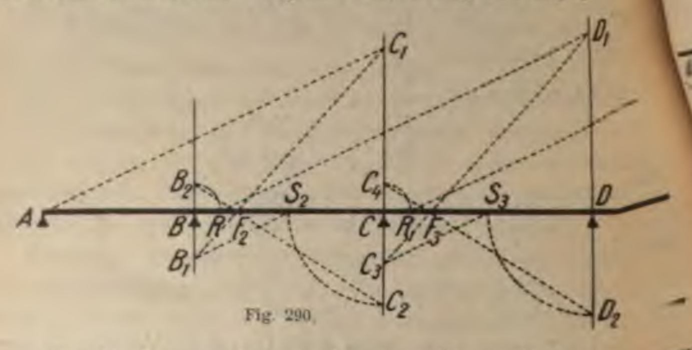


Fig. 290.

Das Verfahren wird aus den vorseitigen Gleichungen wie folgt abgeleitet. Die zweite Gleichung liefert:

$$-\frac{M_3}{M_2} = \frac{{}^1\!/_2\, l_2 \frac{M_1}{M_2} + (l_2 + l_3)}{{}^1\!/_2\, l_3}$$

(der Wert von $\frac{M_1}{M_2}$ ist negativ, der Zähler ist also in der T eine Differenz, nicht eine Summe). Man bestimmt di Mittelpunkte S der Mittelöffnungen, zieht $A\,C_1$ beliebi und $S_2\,B_1 // C_1\,A$. Die Gerade $B_1\,C_1$ schneidet die Trägerachse in dem Fixpunkte F_2. Nun macht man $C\,C_2 =$ $C\,S_2$, zieht $C_2\,F_2\,B_2$, macht $B\,R = B\,B_2$, zieht $R\,D$

beliebig und $S_3 C_3 // D_1 R$. Die Gerade $C_3 D_1$ bestimmt den Fixpunkt F_3 usw. Eine ähnliche Konstruktion macht man von dem rechten Ende ab.

Die Fixpunkte liegen alle aufserhalb des mittleren Drittels jedes Feldes (vgl. Gleichung auf Seite 336).

Will man nur einige Öffnungen eines Trägers auf vielen Stützen untersuchen, so ist es zulässig, einen Fixpunkt nach Gutdünken anzunehmen und von dort die folgenden zu ermitteln; der Fehler verliert sich bald.

Die Fixpunkte drücken die Abhängigkeit der einzelnen Felder voneinander aus. Ist eine einzige Öff-

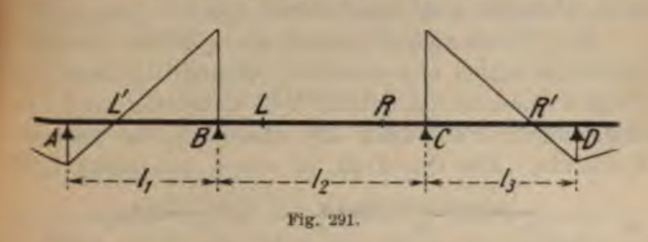


Fig. 291.

nung belastet, z. B. die BC (Fig. 291), so lauten die Clapeyronschen Gleichungen:

$$l_1 M_A + 2(l_1 + l_2) M_B + l_2 M_C + N_1 = 0,$$
$$l_2 M_B + 2(l_2 + l_3) M_C + l_3 M_D + N_2 = 0.$$

Ferner ist, wenn L', L und R, R' Fixpunkte sind:

$$-\frac{M_B}{M_A} = \frac{B L'}{A L'} \text{ und } -\frac{M_C}{M_D} = \frac{C R'}{D R'}.$$

So kann man die zwei Unbekannten M_A und M_B gleich eliminieren, wodurch die Aufgabe auf die Lösung von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten zurückgeführt ist. Ist ein Stützenmoment bekannt, so erhält man alle übrigen Stützenmomente auf der unbelasteten Seite, indem man den Linienzug zeichnet (oder rechnet), der auf der betreffenden Stützenvertikalen das gegebene Moment schneidet und durch die Fixpunkte aller Öffnungen geht.

Ungünstigste Belastungen bei gleichmäfsig verteilter Last.

Für jeden Querschnitt zwischen den Fixpunkten einer Öffnung wird das positive Moment zum Maximum, wenn die betreffende Öffnung ganz belastet ist und die übrigen abwechselnd belastet und unbelastet sind. (Fig. 292.) Für alle Querschnitte einer Öffnung wird

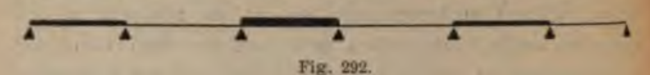


Fig. 292.

das negative Moment am gröfsten, wenn die Öffnung selbst unbelastet ist, alle übrigen abwechselnd belastet und unbelastet sind (ähnlich wie oben).

Ein Stützenmoment wird am gröfsten (negativ), wenn die beiden angrenzenden Öffnungen belastet, die übrigen abwechselnd belastet und unbelastet sind. Im umgekehrten Fall wird das Moment zum positiven Maximum. Die Querkraft in einem beliebigen Quer-

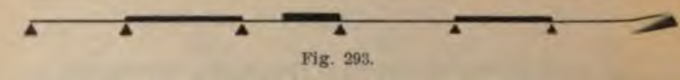


Fig. 293.

schnitt wird zum Maximum, wenn die Strecke auf einer Seite desselben bis zur nächsten Stütze belastet ist, die anderen Öffnungen abwechselnd belastet und unbelastet sind; auf der anderen Seite mufs das Umgekehrte stattfinden. (Fig. 293.)

Zu einer angenäherten Berechnung genügt die Annahme der Belastung jeder Öffnung für sich und von je zwei aufeinanderfolgenden Öffnungen. So wären z. B. für einen Träger über vier Öffnungen sieben Fälle zu untersuchen. Durch die Addierung der Wirkungen reduziert sich die Anzahl auf vier, die nachher zu je zwei vereinigt werden. Für die Querkräfte genügt die (sehr ungünstige!) Annahme, dafs die gröfste positive Querkraft bei einer Stütze geradlinig zur kleinsten positiven bei der nächsten übergeht; ähnlich für die negativen.

Für eine genauere Untersuchung darf man die Belastung von ferner liegenden Öffnungen vernachlässigen; es genügt, nur eine auf jeder Seite der betrachteten zu berücksichtigen.

In den Punkten auf etwa 0,2 l von beiden Stützen ist das mögliche Moment ein Minimum und kann einen ebenso grofsen positiven als negativen Wert annehmen. Eine Ausnahme machen die Endöffnungen, wo das Minimum nur in einem Punkt auftritt, der etwa 0,6 l vor den Aufsenstützen liegt.

Diese Minimumpunkte sind für die Anordnung der Stöfse geeignet. Das Diagramm der gröfsten Querkräfte (mafsgebend für die Nietteilung) besteht aus flachen, gegen die Nullachse konvexen Kurven.

Einflufslinien.

Dieselben erstrecken sich alle über die ganze Länge des Trägers.

Einflufslinie für ein Stützenmoment.

Man denkt sich über der Stütze ein Gelenk vorhanden und läfst auf beiden Seiten desselben ein beliebig gewähltes Moment wirken.

Das Momentendiagramm ist mit Hilfe der Fixpunkte leicht zu zeichnen; dazu konstruiert man die

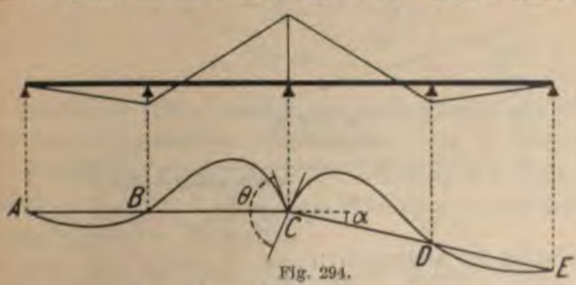


Fig. 294.

Biegungslinie, die die gesuchte Einflufslinie darstellt. Am besten wählt man zwei Pole (in gleicher Entfernung von der Geraden der Kräfte!) Die Punkte A, B, C,

sowie C, D, E (Fig. 294) liegen auf Geraden. Als Einheit gilt der Winkel $\Theta + \alpha$. Ein einfacher Versuch führt zur Wahl der Pole, so dafs die Schlufsgerade nicht gebrochen erscheint und der Winkel einen bequemen Wert (im Sinne der graphischen Statik) aufweist.

Am einfachsten leitet man alle Einflufslinien von denjenigen der Stützenmomente ab.

Einflufslinie für das Moment in einem beliebigen Querschnitt C.
(Fig. 295).

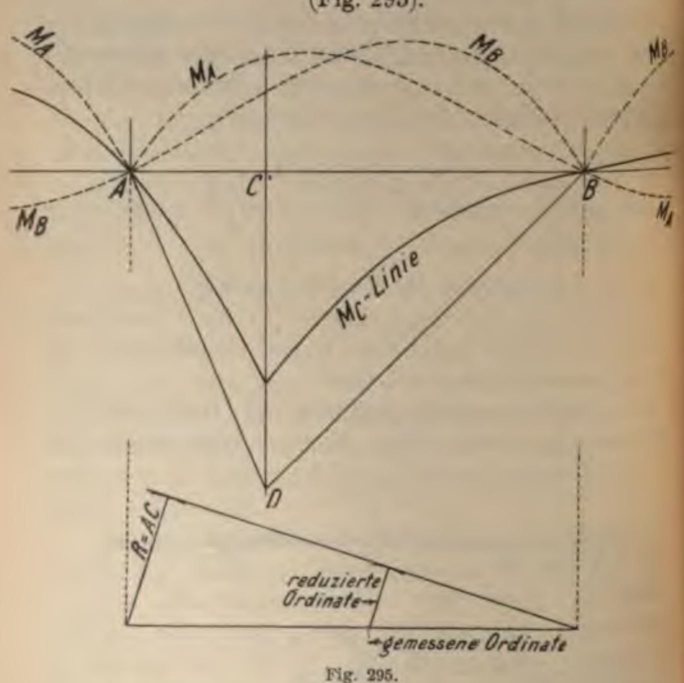


Fig. 295.

Es ist im allgemeinen:

$$M_C = M' + \frac{M_A \cdot B\,C + M_B \cdot A\,C}{A\,B},$$

wo M' das Moment für den einfachen Balken $A\,B$ bedeutet. Man braucht also nur die M'-Linie $A\,D\,B$ in

leichem Maſsstab zu konstruieren wie die M_A- und ie M_B-Linien, und deren Ordinaten mit den Ordinaten ler M_A- und M_B-Linien algebraisch zu addieren, nachlem man diese mit $\frac{BC}{AB}$ bzw. $\frac{AC}{AB}$ multipliziert hat. Diese sind in der Öffnung AB immer negativ, man nuſs sie also von den Ordinaten der M'-Linie abziehen.

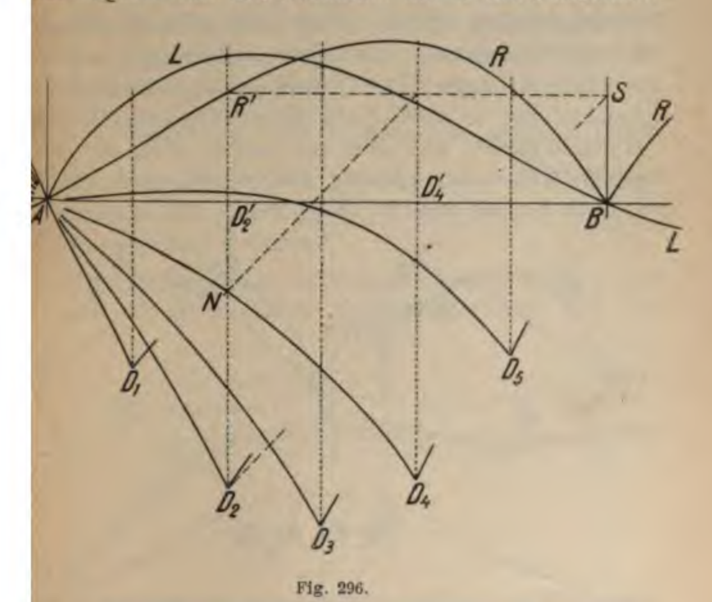


Fig. 296.

e Reduktion führt man am besten graphisch mit Hilfe sonders konstruierter Winkel aus, wie aus der Fir ersichtlich. Auſserhalb der Öffnung AB fällt die '-Linie fort, und die M_A- und M_B-Linien haben immer tgegengesetztes Vorzeichen.

Will man für eine Reihe von Querschnitten die nfluſslinien der Momente konstruieren, so ist ein deres Verfahren vorteilhafter.

Es seien R und L (Fig. 296) die Einfluſslinien für s rechte bzw. linke Stützenmoment, D_1, D_2, D_3 usw.

die Spitzen der Einflufslinien, die man eben konstruieren will, welche nach der Gleichung auf Seite 332

$$M = M' + \frac{x\,M_R + x'\,M_L}{l}$$

bestimmt werden. Teilt man nun die Strecke $D_2\,R'$ in N so, dafs $\frac{D_2\,N}{N\,R'} = \frac{D'_4\,B}{D'_2\,D'_4}$, so ist N ein Punkt der Einflufslinie D_4. So erhält man bald eine genügende Anzahl von Punkten, um alle Einflufslinien zu zeichnen.

Liegen die gewählten Querschnitte gleich weit entfernt voneinander, so werden alle Teile der Strecken zwischen D und R gleich, und zwar sind auf D_1 fünf, auf D_2 vier gleiche Teile usw. Analog für die Strecken zwischen D und L sind auf D_2 zwei Teile, auf D_3 drei, usw.

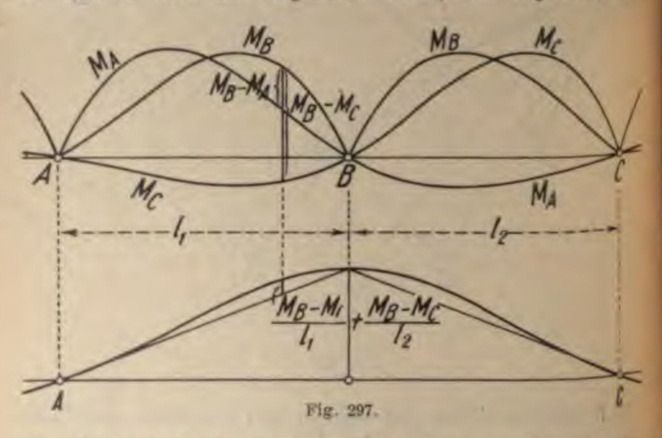


Fig. 297.

Aufserhalb der bis jetzt betrachteten Öffnung liegen die R- und L-Linien immer auf entgegengesetzten Seiten der Nullinie. Hier teilt man einfach die Ordinaten zwischen R und L in ebensoviel Teile, als solche die Öffnung AB aufweist. Man kann sich aber die Mühe sparen und die dort gemessenen Ordinaten erst nachträglich im passenden Verhältnis reduzieren.

Da alle diese Einflufslinien in gleichem Mafsstab erscheinen, so mufs immer der Winkel an der Spitze

n Sinne der graphischen Statik gemessen) denselben 'ert haben.

Einflufslinie für einen Stützendruck.

Aus der Gleichung $S = S_0 - \frac{M_B - M_A}{l_1} - \frac{M_B - M_C}{l_2}$ itet man folgende Konstruktion ab. Man zieht zwei eraden, welche auf der Stützenvertikalen durch B 'ig. 297) die Strecke 1 t in beliebigem (aber bequemen!) lafsstab abschneiden und durch A und C gehen. Zu en Ordinaten dieser Geraden fügt man die Strecken $\frac{M_B - M_A}{l_1}$ und $\frac{M_B - M_C}{l_2}$ hinzu. In keinem Punkt arf die Kurve gebrochen erscheinen. Aufserhalb der trecke AC fällt das Glied S_0 fort, und damit auch die eiden geneigten Geraden.

Für die Endfelder vereinfacht sich die Sache; man raucht nur die Endstütze zu beseitigen und dort eine

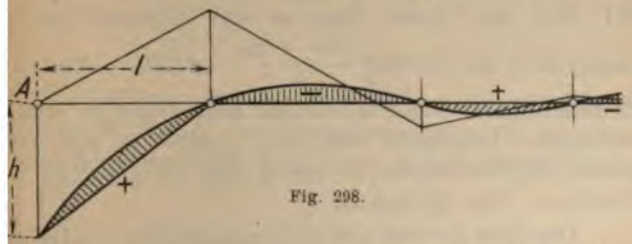


Fig. 298.

eliebige Last anzubringen (Fig. 298). Das Momentendiagramm ist mit Hilfe der Fixpunkte schnell gezeichnet lie erste Ordinate kann willkürlich gewählt werden); azu konstruiert man die Biegungslinie, welche die Einufslinie des Stützendruckes A darstellt. Die Einheit t die Ordinate h. Die schraffierte Fläche ist die Einıfsfläche des ersten Stützenmomentes; auf den weiteren eldern fällt sie mit der Einflufslinie des Stützendruckes er Endstütze zusammen. Die Einheit ist $\frac{l}{h}$. Es ist tsam, diese Linie durch Rechnung zu ermitteln, da

sonst die kurzen Ordinaten mit dem grofsen Multiplikator leicht zu groben Fehlern führen können.

Umgekehrt kann man die A-Linie aus der Einflufslinie des ersten Momentes ableiten, und zwar mit jeder gewünschten Genauigkeit.

Einflufslinie für eine Querkraft.

Nach der Formel $Q = Q_0 + \frac{M_1 - M_0}{l}$ konstruiert man die Linie für irgendeinen Querschnitt der Öffnung

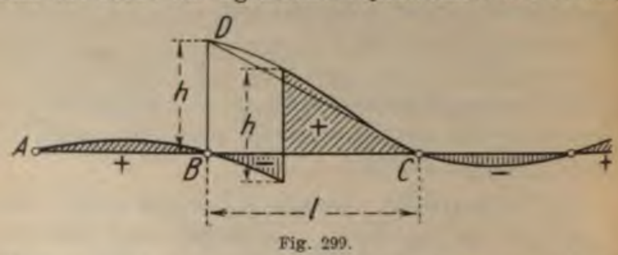


Fig. 299.

BC (Fig. 299), indem man zu den Ordinaten der Geraden CD die Gröfse $\frac{M_C - M_B}{l}$ addiert. Für alle anderen Felder bleibt nur dieses letzte Glied zu berücksichtigen. Verschiebt man nun parallel zu sich selbst einen Teil der Kurve, so erhält man die gesuchte Einflufslinie. Die Einheit ist h.

Alle diese Kurven sind als Biegungslinien des Balkens aufzufassen. So kann man z. B. die Einflufsline für das Moment in einem beliebigen Querschnitt erhalten, indem man dort ein Gelenk einschaltet, ein willkürlich angenommenes Moment auf beide Seiten des Gelenkes wirken läfst und die Biegungslinie für diesen Belastungszustand zeichnet. Zum Momentendiagramm kommt man am schnellsten, wenn man (Fig. 300) einen beliebig auf der Senkrechten durch G gewählten Punkt S mit den nächsten Stützen verbindet; so bestimmt man auf den Senkrechten durch die Fixpunkte L und R die Punkte M und N. Die Momentenfläche in der Öffnung BC

ist durch die Gerade MN (bis zu den Stützenvertikalen verlängert) begrenzt und wird als positiv betrachtet. In den seitlichen Öffnungen gehen die Geraden, welche die Momentenfläche begrenzen, immer durch die am weitesten liegenden Fixpunkte. Die Biegungslinie ist

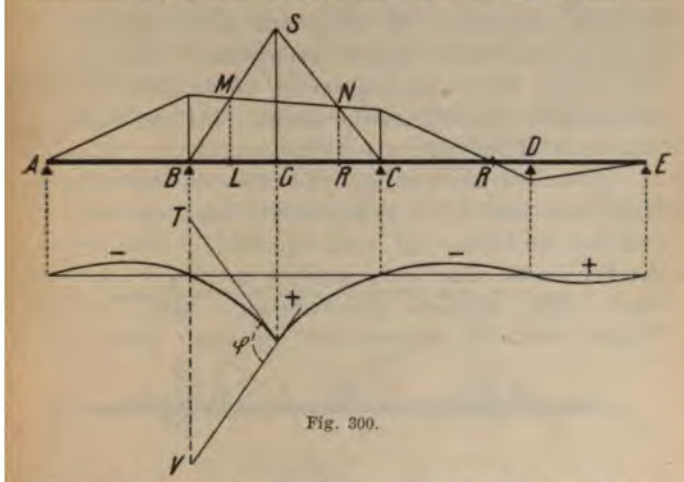


Fig. 300.

die Einflufslinie für das Moment in G; als Einheit gilt der Winkel φ der Tangenten unter G, im Sinne der graphischen Statik gerechnet; d. h. der Multiplikator ist $\frac{BG}{TV}$.

Für einen Stützendruck senkt man die betreffende Stütze um eine beliebige Strecke, ermittelt das Momentendiagramm (Seite 346) und zeichnet die Biegungslinie, welche die Einflufslinie darstellt. Die Einheit ist die Strecke unter der betreffenden Stütze.

Für die Querkräfte senkt man um ein gleiches Mafs alle Stützen auf derselben Seite vom gewählten Querschnitt, zeichnet das Momentendiagramm (s. unten) und die Biegungslinie.

Zur Zeichnung der Biegungslinien leistet das auf S. 277 angegebene Verfahren gute Dienste.

Alle diese Linien sind dritten Grades, ihre Fläche kann also genau nach der Formel Nr. 6, S. 41 berechnet werden.

Einfluſs ungleich hoher Stützen.

Derselbe wird mit Hilfe der Clapeyronschen Gleichungen bestimmt. Es empfiehlt sich, jedesmal die Senkung nur einer Stütze anzunehmen und die verschiedenen Momentendiagramme in groſsem Maſsstab aufzutragen; man übersieht alsdann am besten die ungünstigste Kombination von Senkungen.

Will man ein graphisches Verfahren verwenden, so trägt man die mit k multiplizierte Senkung unter der betreffenden Stütze auf (k ist eine Zahl!). Sind L und R die Fixpunkte (Fig. 301), so zieht man L_1 S bis G und dann G R_3, wodurch die Strecken a und b auf den Stützenvertikalen abgeschnitten werden. Diese stellen

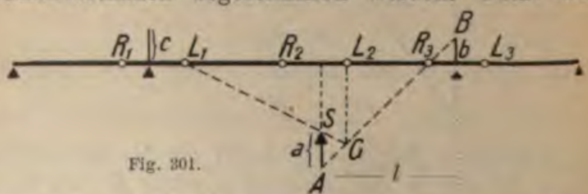


Fig. 301.

die betreffenden Momente dar, und zwar werden sie erst mit dem Maſsstab der Zeichnung und dann mit der Kraft $H = \frac{6\,E\,J}{k\,l^2}$ multipliziert. Durch eine ähnliche Konstruktion bestimmt man das Moment c, wobei sich eine Kontrolle für das Moment a ergibt. Das Momentendiagramm ist nun leicht zu vervollständigen.

Hat man z. B. bei einem Träger mit $J = 80\,000$ cm^4 über drei Öffnungen von 6,10 und 8 m die erste Mittelstütze um 1 cm gesenkt, so ergibt sich $H = \frac{6\,E \cdot 80\,000}{k \cdot 1000^2}$; wählt man $k = 172$, so hat man mit $E = 2150$ t/cm^2 $H = 6$ t. Auf einer Zeichnung im Maſsstab 1 : 100 seien die Fixpunkte ermittelt; alsdann muſs man die zweite Stütze um $\frac{172}{100} = 1{,}72$ cm tiefer zeichnen. Für das erste und zweite Stützenmoment findet man die Strecken $M_1 = 1{,}77$ cm, $M_2 = -0{,}97$ cm d. h. die wahren Werte sind: $M_1 = 1{,}77 \cdot 6 \cdot 100 = 1062$ tcm, $M_2 = -0{,}97 \cdot 6 \cdot 100 = -582$ tcm.

b) Träger mit veränderlichem Trägheitsmoment.

Wird das Trägheitsmoment nur durch die Anzahl der Gurtplatten geändert, während die Höhe des Stehbleches konstant bleibt, so ist der Einflufs der Veränderlichkeit nicht grofs; der Fehler bei den Momenten beträgt 5 bis 6 %; Querkräfte und Stützendrücke werden noch weniger beeinflufst.

Ändert sich dagegen die Höhe des Stehbleches, so mufs dies im allgemeinen berücksichtigt werden, wobei folgendes Verfahren gute Dienste leistet. Als Unbekannte nimmt man wieder die Stützenmomente an,

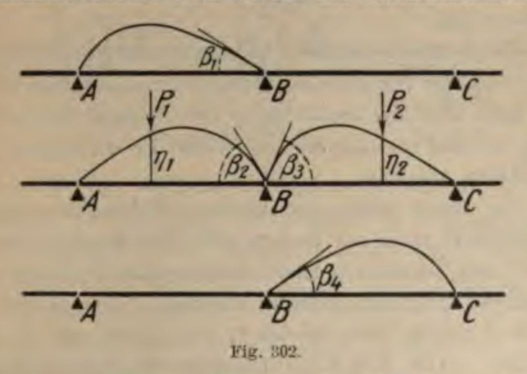


Fig. 302.

und denkt sich den Träger über jeder Stütze geschnitten. Nun schreibt man der Reihe nach jedem unbekannten Moment den Wert 1 zu, und ermittelt (am besten graphisch) die Biegungslinien der jedesmal in Betracht kommenden Trägerstücke sowie die Neigungen der betreffenden Endtangenten. Die Elastizitätsgleichungen müssen nun ausdrücken, dafs der Knick über jeder Stütze infolge der Wirkung aller Stützenmomente gleich und entgegengesetzt ist dem Knick daselbst infolge der Lasten auf den beiden Öffnungen. Infolge der Wirkung der Momente M_A, M_B, M_C (Fig. 302) hat der Knick des Trägers in B den Wert $\beta_1 M_A + (\beta_2 + \beta_3) M_B + \beta_4 M_C$. Dieser Wert mufs entgegengesetzt gleich sein dem in B

entstehenden Knick infolge der Belastung der Strecken $A\,B$ und $B\,C$, also gleich $-(\beta_2' + \beta_3')$.

Betrachtet man z. B. den Belastungszustand $M_B = 1$, so lautet die Arbeitsgleichung der äufseren Lasten:

$1 \cdot (\beta_2' + \beta_3') + P_1\,\eta_1 + P_2\,\eta_2 = 0$, folglich wird:

$$\beta_1\,M_A + (\beta_2 + \beta_3)\,M_B + \beta_4\,M_C + P_1\,\eta_1 + P_2\,\eta_2 = 0.$$

Auf ähnliche Weise lassen sich alle Clapeyronschen Gleichungen aufstellen. Die Einflufslinie jeder Unbekannten wird danach konstruiert, indem man die Ordinaten der einzelnen Biegungslinien, jede mit dem betreffenden Eliminationskoeffizienten multipliziert, algebraisch addiert, was graphisch oder rechnerisch geschehen kann.

Die β und η können hier in einem beliebigen Mafsstab (derselbe für alle Gleichungen) ausgedrückt werden; will man aber die Senkungen der Stützen mit in Rechnung ziehen, so müssen alle Werte in wirklicher Gröfse eingeführt werden.

Um nicht mit sehr kleinen Zahlen zu arbeiten, multipliziert man am besten alle Gleichungen mit $E\,J$, wo E den bekannten Elastizitätsmodul, J ein ganz willkürliches Trägheitsmoment darstellt. Das Glied, das die Senkungen berücksichtigt, wird auch mit $E\,J$ multipliziert. Aus den Einflufslinien der Stützenmomente kann man alle anderen ableiten, und zwar mit Hilfe der bereits angegebenen Formeln und Konstruktionen; die entstehenden Kurven sind aber nicht mehr III. Grades.

Zur Bestimmung der Fixpunkte geht man von den Clapeyronschen Gleichungen aus, setzt alle Lasten = 0 und berechnet der Reihe nach die Werte $\frac{M_2}{M_1}, \frac{M_3}{M_2}, \frac{M_4}{M_3}$ usw., wodurch die Lage der Fixpunkte festgestellt ist. Will man sie graphisch ermitteln, so empfiehlt sich folgende Konstruktion (Fig. 303):

Sind die Gleichungen:

$$b_1\,M_1 + c_1\,M_2 = 0;\ \frac{M_1}{M_2} = -\frac{c_1}{b_1}.$$

$$a_2 M_1 + b_2 M_2 + c_2 M_3 = 0; \quad \frac{M_3}{M_2} = -\frac{a_2 \frac{M_1}{M_2} + b_2}{c_2} = -\frac{-k + b_2}{c_2}.$$

$$a_3 M_2 + b_3 M_3 + c_3 M_4 = 0; \quad \frac{M_4}{M_3} = -\frac{a_3 \frac{M_2}{M_3} + b_3}{c_3} = \ldots\ldots,$$

so trägt man c_1 und b_1 in beliebigem Mafsstab und entgegengesetzter Richtung von B und C auf und verbindet die Endpunkte, wodurch F_1 bestimmt wird. Nun wird aus a_2 die Strecke k mit Hilfe von F_1 konstruiert

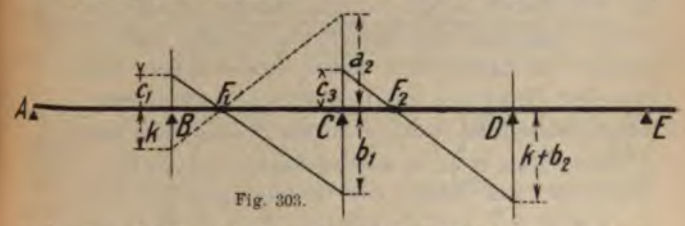


Fig. 303.

und von D die alsdann bekannte Strecke $-k+b_2$ aufgetragen, fernei von C die Strecke c_3, wodurch sich F_2 bestimmt usw. Das Verfahren erklärt sich aus der zweiten Schreibart der Clapeyronschen Gleichungen.

Die Berücksichtigung der Formänderung des Stehbleches ist im allgemeinen nur dann nötig, wenn man mit veränderlichem Trägheitsmoment rechnet. Obiges Verfahren ist noch immer anwendbar; man braucht nur bei der Konstruktion der Biegungslinien darauf Rücksicht zu nehmen.

b) Der durchgehende Fachwerkträger.

Die Behandlung des Fachwerkträgers lehnt sich strikt an diejenige des vollwandigen Trägers. Man pflegt im allgemeinen den Einflufs der Längenänderung der Füllungsstäbe aufser acht zu lassen und für beide Gurtungen einen konstanten Querschnitt anzunehmen; das gibt vielfach eine genügende Annäherung, ist aber mitunter, besonders bei Trägern mit veränderlicher Höhe, unzulässig. Am zweckmäfsigsten wählt man als statisch

nicht bestimmbare Gröfsen die Spannkräfte der Stäbe gegenüber den Mittelstützen. Man schaltet alle diese Stäbe aus und schreibt jeder Unbekannten der Reihe nach den Wert 1 zu, während unterdessen alle anderen gleich Null gesetzt werden. Nun ermittelt man für jeden Belastungszustand $X = 1$, $Y = 1$, $Z = 1$ usw. die Biegungslinie des belasteten Gurtes sowie die Änderung, welche die Entfernung der theoretischen Enden der ausgeschalteten Stäbe erleidet. Jede Elastizitätsgleichung drückt nun die Bedingung aus, dafs die durch die betreffende Kraft hervorgerufene Längenänderung jedes ausgeschalteten Stabes gleich sein mufs der Änderung der Entfernung seiner theoretischen Enden infolge der Belastung der benachbarten Öffnungen. Der Maxwellsche Satz erlaubt dieses letzte Mafs durch die Summe $P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2$ auszudrücken (vgl. S. 242). Man erhält also eine Reihe von Gleichungen der Form

$$\alpha X + \beta Y + \gamma Z + \delta V + P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 = 0.$$

Will man die eventuelle Senkung der Stützen mit berücksichtigen, so kommt noch ein Glied hinzu, das die dadurch verursachte Änderung der Länge des Stabes Y mit passendem Vorzeichen berücksichtigt. Im übrigen bleibt das Verfahren wie für den vollwandigen Träger mit veränderlichem Trägheitsmoment. Die Fixpunkte lassen sich ebenso bestimmen und sind ebenso zu benutzen.

Beispiel. Es soll der in Fig. 304 dargestellte Träger berechnet werden, und zwar unter der vereinfachenden Annahme starrer Wandglieder und unveränderlichen Querschnitts der Gurtstäbe. Die Last greift am Untergurt an. Als statisch nicht bestimmbare Gröfsen werden die Spannkräfte in den Untergurtstäben über den Mittelstützen gewählt und dieselben mit X, Y, Z, V und W bezeichnet. Die Längenänderung eines Stabes ist $\Delta l = \frac{S\,l}{E\,F}$.

Wir setzen $E\,F = 300$, weil für alle Stäbe $l = 300$ cm ist, so daß $\Delta l = S$. Belastungszustand $X = 1$: hat man die Stäbe X, Y, Z, V, W entfernt und läßt man die Kraft $X = 1\,t$ auf die ersten zwei Öffnungen wirken, so ergeben sich nach einer einfachen Berechnung (vgl. Seite 265) folgende Ordinaten der Biegungslinie für die erste Öffnung, auf die Gerade der Stützenpunkte bezogen:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	2,767	6,884	9,335	10,341	10,125	8,909	6,915	4,336	1,483	0	− 1,482

Die horizontale Verschiebung von Punkt 1 (Angriffspunkt der Kraft X) ist $-5{,}534$ auf den Punkt 0 bezogen, d. h. der Punkt 1 nähert sich um 5,534 dem Punkt 0.

Für die zweite Öffnung findet man die Ordinaten (wieder auf die Gerade der Stützen bezogen):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	3,341	8,860	12,563	14,719	15,513	15,124	13,736	11,530	8,687	5,390	1,819	0.

Die horizontale Verschiebung von Punkt 1 ist $-6{,}862$ auf den Punkt 0 bezogen, diejenige von 11 auf 12 bezogen ist $-3{,}638$. Die geometrische Länge des Stabes X wird um 1 vergröfsert infolge der Kraft $X = 1$, so dafs er für den belasteten Zustand um $1 + 5{,}534 + 6{,}862 = 13{,}396$ zu lang ist. Für die übrigen Belastungsfälle erhält man immer wieder



Fig. 304.

dieselben Zahlen wie für die zweite Öffnung und $X = 1$, nur ist unter Umständen die Reihenfolge umgekehrt. So ist bei dem Belastungszustand $Y = 1$ die Annäherung der beiden Knoten 1 (der ersten und der zweiten Öffnung) 3,638. Wirken beide Kräfte X und Y, so ist die relative Längenänderung des Stabes X: $13{,}396\, X + 3{,}638\, Y$. Die anderen Kräfte haben darauf keinen Einflufs. Liegt auf der ersten Öffnung die Last P_1, auf der zweiten die Last P_2 und sind die Ordinaten der Biegungslinie η_x, infolge der Belastung $X = 1$, so ist nach dem Maxwellschen Satz die Annäherung: $P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2$. Die erste Elastizitätsgleichung drückt nun aus, dafs diese Annäherung, mit der eben gerechneten addiert, Null geben mufs; also $13{,}396\, X + 3{,}638\, Y + P_1 \eta_x + P_2 \eta_x = 0$.

Analog lautet die zweite Gleichung:

$3{,}638\, X + (1 + 6{,}862 + 6{,}862)\, Y + 3{,}638\, Z + P_2 \eta_y + P_3 \eta_y = 0$ und weiter:

$3{,}638\, Y + 14{,}724\, Z + 3{,}638\, V + P_3 \eta_z + P_4 \eta_z = 0$;

$3{,}638\, Z + 14{,}724\, V + 3{,}638\, W + P_4 \eta_v + P_5 \eta_v = 0$;

$3{,}638\, V + 13{,}396\, W + P_5 \eta_w + P_6 \eta_w = 0$.

Die Eliminations-Koeffizienten ergeben sich für X zu:

$$\alpha = -\frac{1}{12{,}42};\ \beta = +\frac{1}{47{,}04};\ \gamma = -\frac{1}{177{,}1};\ \delta = +\frac{1}{668{,}7};\ \varepsilon = -\frac{1}{2462{,}0}.$$

Danach: $$X = -P_1 \frac{\eta_x}{12{,}42} - P_2 \frac{\eta_x}{12{,}42} + P_2 \frac{\eta_y}{47{,}04} + P_3 \frac{\eta_y}{47{,}04} - P_3 \frac{\eta_z}{177{,}1} -$$

$$- P_4 \frac{\eta_z}{177{,}1} + P_4 \frac{\eta_v}{668{,}7} + P_5 \frac{\eta_v}{668{,}7} - P_5 \frac{\eta_w}{2462{,}0} - P_6 \frac{\eta_w}{2462{,}0}.$$

Mit Hilfe der Tabelle der Ordinaten η läfst sich hiernach die Tabelle der Ordinaten für die Einflufslinie von X berechnen.

Nach der Division hat man in jedem mittleren Felde zwei Ordinaten zu addieren, während man in den Endfeldern gleich zum Resultat gelangt. Aus den Einflufslinien für $X, Y \ldots$ lassen sich nun alle anderen ableiten.

Einflufs der Senkung der Stützen.

Ist der Gurtquerschnitt 80 cm², so hat man $EF = 2150 \cdot 80 = 172000$ t. Die bis jetzt aufgestellten Elastizitätsgleichungen setzten $EF = 300$ voraus; es mufs also das hinzuzufügende Glied mit $\frac{172000}{300} = \sim 573$ multipliziert werden. Die Senkung einer Stütze um 1 cm hat eine Drehung der angrenzenden Öffnungen um $\frac{1}{3300}$ bzw. $\frac{1}{2700}$ zur Folge. Die Änderung der Entfernungen der Endpunkte der Stäbe $X, Y \ldots$ ist 300 mal so viel, d. h. $^1/_{11}$ bzw. $^1/_9$. Nach Multiplikation mit 573 findet man in runden Ziffern 52 bzw. 64. Bezeichnet man die Senkungen der verschiedenen Mittelstützen mit $s_1\ s_2\ s_3 \ldots$, so werden die betreffenden Gleichungen:

$$13{,}396\,X + 3{,}638\,Y + 64\,s_1 - (64 + 52)\,s_2 + 52\,s_3 = 0;$$

$$3{,}638\,X + 14{,}724\,Y + 3{,}638\,Z + 52\,s_2 - (52 + 52)\,s_3 + 52\,s_4 = 0 \text{ usw.}$$

Unter Benutzung der Eliminations-Koeffizienten hat man z. B.

$$X = -5{,}14\,s_1 + 10{,}45\,s_2 - 6{,}68\,s_3 + 1{,}78\,s_4 - 0{,}47\,s_5 + 0{,}13\,s_6 - 0{,}03\,s_7.$$

c) Der durchgehende Träger auf elastisch senkbaren Stützen.

In dem Falle, wo die Stützen nur wenig nachgiebig sind, ist folgende angenäherte Untersuchung zweckmäfsig. Man belastet nur eine Öffnung, und zwar so, dafs die gröfsten positiven Momente entstehen; darnach berechnet man die benachbarten Stützendrücke (im allgemeinen genau genug nach dem Gesetz des einfachen Trägers), ermittelt die Stützensenkungen und schliefslich den Zuschlag zu den positiven Momenten; die dabei eintretende Entlastung der am stärksten beanspruchten Stützen wird aufser acht gelassen. Die gröfsten negativen Momente, welche über den Stützen vorkommen, werden durch die Nachgiebigkeit derselben verringert; die Differenz kann nach dem eben angegebenen Verfahren ermittelt werden, wobei die Senkungen der drei hintereinander liegenden am stärksten belasteten Stützen in Rechnung zu ziehen sind. Die Vernachlässigung der Entlastung dieser Stützen ergibt einen zu grofsen Wert für das Korrektionsglied, d. h. einen zu kleinen Wert für die gröfsten negativen Momente. Man tut deshalb gut, nur einen Bruchteil, etwa 60—80 % des Abzugs einzuführen.

Bei einem Träger mit unendlich vielen gleich grofsen Feldern, der nur eine Einzellast in der Mitte eines derselben trägt, gibt dieses angenäherte Verfahren für das Moment unter Last einen um 1,4, 4,2, 7,3, 10,6 % zu grofsen Wert, je nachdem der Bruch $\omega = \frac{6\,J\,k}{l^3}$ (wo k die Senkung einer Stütze unter der Last 1 t mit $E = 1$ t/cm² bedeutet), den Wert 0,2, 0,3, 0,4, 0,5 aufweist.

Im letzten Fall ist das Moment unter der Last 90% von dem Moment eines einfachen Balkens gleicher Länge, während es bei starren Stützen nur 76% ausmachen würde.

Für die Stützenmomente ist zu beachten, dafs die ungünstigste Laststellung sich mit dem Werte von ω stark ändert. So ist z. B. bei gleichen Feldern für $\omega = 0$ die ungünstigste Lage einer Einzellast auf $0{,}38\,l$ von der Stütze, für $\omega = 0{,}18$ auf ca. $0{,}5\,l$, für $\omega = 0{,}54$ genau auf der nächsten Stütze.

Für die Werte von ω zwischen 0,35 und 0,55 ist das gröfste negative Moment infolge einer Einzellast ziemlich konstant und beträgt $\backsim$ 60% des Wertes für $\omega = 0$.

Für die genaue und allgemeine Behandlung der vorliegenden Aufgabe verweisen wir auf die besondere Abhandlung des Verfassers: »Der durchgehende Träger auf elastisch senkbaren Stützen« (J. Springer, Berlin 1904).

d) Zweckmäfsigste Höhenlage der Stützen.

Durch passend gewählte Höhe der Stützen ist ein Mittel geboten, die Momente zu ändern (die Querkräfte und die Stützendrücke werden dabei wenig beeinflufst). Es läfst sich dadurch ein wesentlicher Vorteil besonders in dem Fall erzielen, wo das absolut gröfste Moment für die Querschnittsbestimmung mafsgebend ist, wie bei gewalzten Trägern; zu diesem Zweck macht man die

gröſsten positiven Momente den gröſsten negativen gleich, wozu das Diagramm der gröſsten Momente benutzt wird. Hat man das Diagramm konstruiert, welches die Wirkung der Senkung jeder Stütze der Reihe nach um einen Zentimeter darstellt, so ist es leicht, die Momente zusammenzustellen, die einer bestimmten Lage der Stützen entsprechen, und die passenden Senkungen zu ermitteln. Es wird sich dabei zeigen, daſs die Stützen um so mehr gesenkt werden müssen, je weiter sie von den Trägerenden liegen, und daſs einer kleineren Öffnung gröſsere Senkungen beider zugehörigen Stützen entsprechen. Je gröſser die Standlast im Vergleich mit der Verkehrslast ist, desto gröſser wird der erzielte Vorteil.

Eine günstige Folge dieser Anordnung besteht in der Mehrbelastung der Auſsenstützen, was die Hebung des Trägers hindert und mehr Stabilität gegen die Wirkung von wagerechten Kräften bietet.

Eine Senkung der Stützen kann besonders da von Vorteil sein, wo es sich um Träger mit konstanten Querschnitten handelt. Erfolgt dagegen die Querschnittsbestimmung, wie meistens bei Blechträgern, genau nach den auftretenden gröſsten Momenten, so soll man dahin streben, die maſsgebende Momentenfläche möglichst klein zu machen, wobei im Gegenteil eine Vergröſserung der negativen Stützenmomente durch Hebung der Stützen zweckmäſsig sein kann. Der Mehraufwand an Material durch Vergröſserung der schnell abnehmenden Stützenmomente kommt, namentlich bei langen Trägern, kaum in Betracht gegenüber der Ersparnis bei dem Teil des Trägers, für den die positiven Momente maſsgebend sind.

Man sollte daher, wo angängig, niemals versäumen, die Vorteile einer passend gewählten Hebung oder Senkung der Stützen auszunutzen, um so mehr, da eine Aufstellung auf gleich hohen Stützen keineswegs einfacher oder billiger ist als eine andere. Um die Höhen der Stützen genau einzustellen und deren eventuelle

Nachgiebigkeit unschädlich zu machen, ist bei gröfseren Trägern die Anwendung von Keillagern unerläfslich.

Die gegenseitige Höhenlage der Stützen bezieht sich nicht auf irgend eine Gerade, sondern einzig und allein auf die Form des Trägers in spannungslosem Zustand. Eine solche Untersuchung ist bei kleinen Trägern ausführbar, indem man sie auf einer möglichst wagerechten Bühne flach niederlegt; bei gröfseren Trägern, wo dies nicht möglich ist, empfiehlt es sich, die einzelnen Lager mit Hilfe von hydraulischen Pressen abzuwiegen und die beobachteten Drücke mit den berechneten zu vergleichen.

Wird der Träger auf einem hinreichend starken Baugerüst zusammengestellt, so ist es möglich, die Lager so zu stellen, dafs sie den Träger in spannungslosem Zustande satt berühren. Eine geplante Abweichung von dieser Höhenlage ist nun leicht auszuführen, indem man z. B. unter einigen Lagern Blechplatten von passender Stärke einschiebt und sie nachträglich herausnimmt. Die Kontrolle der richtigen Höhenlage der Stützen erfordert eine sorgfältige Nivellierung. Letztere soll, mindestens in der ersten Zeit nach der Aufstellung, häufig wiederholt werden.

Um eine unbeabsichtigte Senkung der Stützen unschädlich zu machen, empfiehlt es sich, in der Berechnung immer eine solche zu berücksichtigen; wie grofs das Mafs derselben anzunehmen ist, hängt von vielen Umständen ab, man sollte aber niemals unter dem Mafs bleiben, das bei einer nicht allzu feinen Nivellierung mit Sicherheit festzustellen ist, z. B. zwischen 5 und 20 mm je nach der Spannweite.

e) Durchbiegung von durchgehenden Trägern.

Die Konstruktion der Biegungslinie geschieht nach dem allgemeinen Verfahren auf grund des Momentendiagramms. Die Vernachlässigung der Formänderung des Stehbleches bzw. der Gitterstäbe, hat hier weniger

Einflufs als bei einfachen Trägern. Man denkt sich stets den Träger über den Stützen geschnitten und untersucht die Durchbiegung jedes einzelnen Feldes für sich. Sehr oft ist es vorteilhaft, die Berechnung der Durchbiegung für die einfache Momentenfläche durchzuführen und diejenige der negativen Momentenfläche davon abzuziehen.

IV. Der durchgehende Träger mit unendlich vielen gleichen Feldern.

Die Clapeyronschen Gleichungen lauten:

$$M_0 + 4\,M_1 + M_2 + P_1\,l\left(\frac{a}{l} - \frac{a^3}{l^3}\right) + P_2\,l\left(\frac{a_1}{l} - \frac{a'^3_1}{l^3}\right) = 0,$$

$$M_1 + 4\,M_2 + M_3 + P_2\,l\left(\frac{a'_1}{l} - \frac{a_1^3}{l^3}\right) + P_3\,l\left(\frac{a_2}{l} - \frac{a_2^3}{l^3}\right) = 0 \text{ usw.}$$

Die Eliminationskoeffizienten sind:

$$-\frac{1}{3{,}464};\ +\frac{1}{12{,}95};\ -\frac{1}{48{,}4};\ +\frac{1}{180};\ -\frac{1}{671};\ +\frac{1}{2504}\ \ldots$$

Das Verhältnis dieser Zahlen zu einander ist: $-3{,}732$.

Von der Stütze an, wo die unbelasteten Felder anfangen, ist das Verhältnis zwischen zwei aufeinander folgenden Stützenmomenten konstant und beträgt:

$$-0{,}268 = -\frac{1}{3{,}732}.$$

Fig. 305.

Sind nur in der Endöffnung Lasten vorhanden, so ist:

$$M_1 = -0{,}268\ \Sigma\,P\,l\left(\frac{a}{l} - \frac{a^3}{l^3}\right),$$

$$M_2 = -0{,}268\ M_1;\ M_3 = +0{,}072\ M_1 \text{ usw.}$$

Eine einzige Last im ersten Felde (Fig. 305).

Das Moment unter der Last wird zum Max. für $\frac{a}{l} = 0{,}427$; es ist dann: $M_{max.} = 0{,}205\ Pl$. Das erste Stützenmoment wird zum Max. für $\frac{a}{l} = 0{,}577$ und ist: $M_{1max} = -0{,}103\ Pl$.

Liegen dagegen einige Lasten nur in einer Mittel-
öffnung (Fig. 306), so lassen sich die beiden Stützenmomente aus folgenden Gleichungen bestimmen:

$$4{,}732\,(M_1 + M_2) + \Sigma Pl\left(\frac{a}{l} - \frac{a^3}{l^3}\right) + \Sigma Pl\left(\frac{b}{l} - \frac{b^3}{l^3}\right) = 0,$$

$$2{,}732\,(M_1 - M_2) - \Sigma Pl\left(\frac{a}{l} - \frac{a^3}{l^3}\right) + \Sigma Pl\left(\frac{b}{l} - \frac{b^3}{l^3}\right) = 0.$$

Es ist nun leicht, das Momentendiagramm zu vervollständigen.

Fig. 306.

Für eine einzige Last in der Mitte sind die Stützenmomente:

$M_1 = M_2 = -\frac{Pl}{12{,}6}$ und das Moment unter der Last:

$M = \frac{7}{41}\,Pl.$

Für die zweite Öffnung sind diese Gleichungen nicht anwendbar, für die dritte aber bereits angenähert genug.

Die gröfsten Momente kommen im allgemeinen in der ersten Öffnung bzw. über der ersten Stütze vor, weshalb mit dieser Untersuchung anzufangen ist.

Liegt eine Last P in der Mitte jeder Öffnung, so sind die Momente unter den Lasten $M = {}^1/_8\,Pl$ und die Stützenmomente $M' = -{}^1/_8\,Pl$.

Liegt dagegen eine Last in jeder zweiten Öffnung, so ist $M = {}^3/_{16}\,Pl$ und $M' = -{}^1/_{16}\,Pl$.

Ein Mittelstützenmoment infolge von zwei Lasten P wird am gröfsten, wenn jede derselben um $0{,}380\,l$ von der Stütze entfernt ist, und hat alsdann den Wert: $M' = -0{,}1700\,Pl$.

Für gleichförmig verteilte Last sind folgende Fälle von Bedeutung (Fig. 307):

Alle Felder belastet:

$M_1 = -0{,}1057\,pl^2$; $M_2 = -0{,}0774\,pl^2$;

$M'_{max} = +0{,}0778\,pl^2$;

$M_n = -0{,}0833\,pl^2 = -{}^1/_{12}\,pl^2$;

$M_m = +{}^1/_{24}\,pl^2$.

Nur das erste Feld belast

$M_1 = -0{,}0670\,pl^2$; $M_2 = +0{,}0180\,pl^2$; $M'_{max} = +0{,}0938\,pl^2$.

Nur das zweite Feld belastet:

$M_1 = -0{,}0743\,pl^2$; $M_2 = -0{,}0816\,pl^2$; $M_3 = +0{,}0219\,pl^2$.

Ein Mittelfeld belastet:

$$M_n = -0{,}0528\,pl^2;\ M_m = +0{,}0722\,pl^2.$$

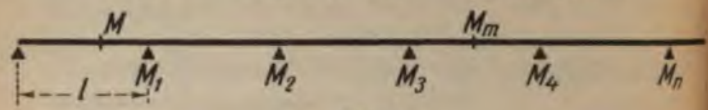


Fig. 307.

Wird eine Mittelstütze um 1 cm gesenkt, so entsteht dort das Moment: $M_n = +4{,}392\,\frac{EJ}{l^2}$. Die benachbarten Momente sind: $M_{n\pm1} = -2{,}785\,\frac{EJ}{l^2}$. Die anderen Momente verlaufen wie gewöhnlich. Die Stützendrücke sind:

$$S_0 = -14{,}35\,\frac{EJ}{l^3};$$
$$S_1 = +10{,}71\,\frac{EJ}{l^3};$$
$$S_2 = -4{,}48\,\frac{EJ}{l^3};$$
$$S_3 = -0{,}268\,S_2;$$
$$S_4 = -0{,}268\,S_3 \text{ usw.}$$

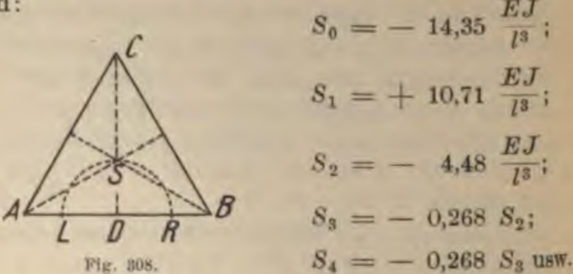


Fig. 308.

Konstruktion der Fixpunkte (Fig. 308).

ABC gleichseitig. S = Schwerpunkt; $DS = DL = DR$.
Rechnerisch findet man: $AL = 0{,}2113\,l$.

In den ersten drei Öffnungen ist nur einer der beiden Fixpunkte L und R richtig; der zweite mufs, vom Anfang des Trägers ausgehend, nach dem allgemeinen Verfahren konstruiert werden.

Nebenstehende Tabelle enthält die Werte der Stützenmomente M_2, M_3 .... der Stützendrücke S_1, S_2 ...., sowie der gröfsten positiven Momente M' im letzten

f) Tabelle

zur Berechnung durchgehender Träger mit gleichen Feldern.

	Einheit	Gleichmäßig verteilte Last						Dreieckslast				
		Anzahl der Felder						Anzahl der Felder				
		2	3	4	5	6	∞	2	3	4	5	6
M_2	$-p\,l^2$	0,1250	0,1000	0,1071	0,1053	0,1058	0,1057	0,1250	0,0444	0,0446	0,0325	0,0280
M_3	$-p\,l^2$	—	0,1000	0,0714	0,0789	0,0769	0,0774	—	0,1556	0,0711	0,0699	0,0547
M_4	$-p\,l^2$	—	—	0,1071	0,0789	0,0865	0,0849	—	—	0,1696	0,0880	0,0865
M_5	$-p\,l^2$	—	—	—	0,1053	0,0769	0,0829	—	—	—	0,1780	0,0992
M_6	$-p\,l^2$	—	—	—	—	0,1058	0,0835	—	—	—	—	0,1836
S_1	$p\,l$	0,3750	0,4000	0,3929	0,3947	0,3942	0,3943	0,0417	0,0667	0,0387	0,0341	0,0276
S_2	$p\,l$	1,2500	1,1000	1,1428	1,1317	1,1346	1,1340	1,2500	0,6000	0,5179	0,3952	0,3346
S_3	$p\,l$	0,3750	1,1000	0,9286	0,9736	0,9616	0,9430	0,7083	1,6000	0,9286	0,8192	0,6615
S_4	$p\,l$	—	0,4000	1,1428	0,9736	1,0192	1,0097	—	0,7333	1,7678	1,1282	1,0192
S_5	$p\,l$	—	—	0,3929	1,1317	0,9616	0,9974	—	—	0,7470	1,8679	1,2616
S_6	$p\,l$	—	—	—	0,3947	1,1346	1,0007	—	—	—	0,7554	1,9346
S_7	$p\,l$	—	—	—	—	0,3942	0,9998	—	—	—	—	0,7609
M	$p\,l^2$	0,0703	0,0800	0,0772	0,0779	0,0777	0,0778	0,1340	0,1405	0,1442	0,1465	0,1480
x	l	0,6250	0,6000	0,6070	0,6053	0,6058	0,6057	0,6073	0,6077	0,6072	0,6069	0,6067

Feld; der linke Teil der Tabelle berücksichtigt den Fall gleichmäfsig verteilter Last p auf die Längeneinheit, der rechte Teil enthält die Zahlen für Dreieckslast, die bis auf den Wert $2\,p$ (auf der rechten Endstütze) zunimmt; p ist also die mittlere Belastung. Das gröfste positive Moment M kommt immer in dem letzten Feld vor, und zwar in der Entfernung x vom Endauflager.

Für den Fall der Trapezlast hat man nur die entsprechenden Ergebnisse für Dreieckslast und gleichmäfsig verteilte Last zu addieren; für die gröfsten Momente ist das allerdings nicht streng genau, jedoch meistens genügend angenähert, jedenfalls zu ungünstig.

65. Der Zweigelenkbogen.

Das System ist einfach statisch unbestimmt; als Unbekannte nimmt man am besten den horizontalen Schub H, wobei als statisch bestimmtes System ein einfacher Balken entsteht. Alle Momente und Querkräfte lassen sich ausdrücken als Funktion der Momente und Querkräfte M_0 und Q_0 dieses einfachen Balkens und der Kraft H; die Einflufslinien können auf diesem Wege leicht ermittelt werden.

I. Der stabförmige Bogen.

a) Flacher Parabelbogen mit konstantem Querschnitt.

Die Elastizitätsgleichung soll ausdrücken, dafs die Entfernung der beiden Kämpfergelenke bei der Formänderung des Bogens um eine Gröfse Δl ab- oder zunimmt, die einer Temperaturänderung oder der elastischen Dehnung einer Zugstange, die die Lager verbindet oder einer Nachgiebigkeit der Lager entspricht. Sind die Lager starr, so ist $\Delta l = 0$. (Fig. 309.) Nimmt man an, dafs jedes Element des Bogens mit seiner horizontalen Projektion

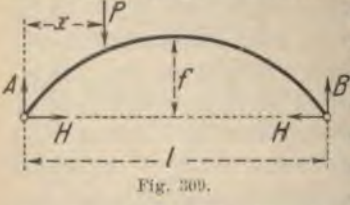


Fig. 309.

ertauscht werden darf[1]), ersetzt man ferner die wenig eränderliche Funktion $1+\frac{x}{l}-\frac{x^2}{l^2}$ durch den Wert 5, so kommt man auf folgende Form der Elastizitäts-leichung:

$$H\left(1+\frac{15}{8}\frac{J}{Ff^2}\right)+\frac{15}{8}\frac{EJ}{f^2}\frac{\Delta l}{l}=\frac{3}{4}P\frac{x(l-x)}{fl}.$$

Ist eine Zugstange mit Querschnitt F_1 vorhanden, o ist $\Delta l=\frac{Hl}{EF_1}$. Mit der Abkürzung:

$$\frac{15}{8}\frac{J}{Ff^2}+\frac{15}{8}\frac{J}{F_1f^2}=z$$ erhält man: $$H=\frac{3}{4}P\frac{x(l-x)}{fl(1+z)}.$$

Einer Längenänderung der Sehne um Δl entspricht die Kraft: $H_t=\Delta l\frac{EJ}{\frac{8}{15}lf^2+\frac{J}{F}l}$. Diese Gleichung liefert len Temperaturschub, wenn man $\Delta l=\frac{\pm l}{2100}$ setzt, was iner Temperaturänderung von $\pm$ 40° C entspricht. Beim Bogen mit elastischer Zugstange ist $H_t=0$; man tut ber gut, mit einem eventuellen Montagefehler zu echnen, etwa in der Gröſse $\frac{l}{3000}$ bis $\frac{l}{5000}$. Ist keine ugstange vorhanden, dafür beide Kämpfergelenke fest, o ist $F_1=\infty$ zu setzen. In solchem Fall ist meistens ulässig $z=0$ zu setzen, was indes keine groſse Ver-infachung gibt.

Wie aus der obigen Gleichung ersichtlich, ist die Einfluſslinie für H eine Parabel mit der Pfeilhöhe $\frac{3}{16}\frac{l}{f(1+z)}$. Die Ordinaten haben als Einheit die Länge, welche die Kraft 1 t darstellt. Die Lagerreaktionen sind schräg gerichtet und schneiden sich in einem Punkt der Wirkungslinie der Angriffskraft; ist diese vertikal gerichtet, so heiſst der Ort der Schnittpunkte die Kämpferdrucklinie. Sie ist (mit gleicher Annäherung,

[1]) Oder, daſs das Produkt $J\cos\varphi$ (Fig. 313) konstant bleibt.

wie die H-Linie parabolisch angenommen wird) eine Gerade, welche in der Höhe $^4/_3 f(1+z)$ über der Bogensehne liegt (Fig. 310). Sie kann benutzt werden, um H zu bestimmen, und zwar durch Zerlegung der Kraft P nach DA und DB. Der Linienzug ADB gemeinschaftlich mit der Bogenachse stellt das Momentendiagramm dar für die Belastung durch P, und zwar ist das Moment in einem Querschnitt L gleich der Ordinate LR multipliziert mit der entsprechenden Horizontalkraft H.

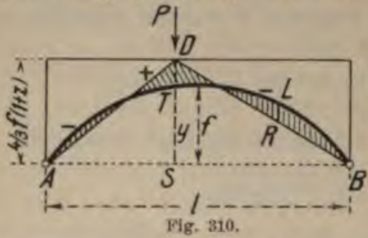


Fig. 310.

Ist die Form des Bogens eine Parabel, so hat man $H = P\frac{3}{16}\frac{ly}{f^2(1+z)}$, wo $y = TS$ = Ordinate unter der Last. In der Nähe des Angriffspunktes von P sind die Momente positiv.

Für gleichmäfsige totale Belastung ist $H = \frac{pl^2}{8f(1+z)}$, für Belastung der einen Hälfte nur halb so grofs. In dem ersten Fall ist das Biegungsmoment für alle Punkte des Bogens gleich Null, vorausgesetzt, dafs seine Form parabolisch und die Belastung stetig ist.

Bei gleichmäfsig verteilter Last kommt annäherungsweise das gröfste Moment auf $^1/_4$ der Spannweite vor, und zwar in dem Fall, dafs nur die eine Hälfte des Bogens belastet ist: $M = \left(\frac{l}{8}\right)^2 p$ und ist + oder —, je nachdem der betrachtete Querschnitt zur belasteten oder zur unbelasteten Hälfte gehört. Zur vorläufigen Dimensionierung empfiehlt es sich, mit dem etwas gröfseren Wert $M = \frac{pl^2}{60}$ und der entsprechenden Normalkraft $N = \frac{gl^2}{8f} + \frac{pl^2}{16f}$ zu rechnen.

Zur genauen Berechnung der vorkommenden Spannungen bzw. der erforderlichen Querschnittsbemessungen benutzt man die Einflufslinien für die Kernpunkte. Man kann ungefähr setzen

$$O k_o = O k_u = \frac{1}{3{,}2}\, h \text{ bis } \frac{1}{4{,}2}\, h$$

(Fig. 311), je nachdem die Gurtungen schwach oder stark sind; im Mittel $O k = 0{,}3\, h$, wo h die Höhe des Stehbleches bedeutet. Für die Spannungen des Obergurtes ist das Moment aller äufseren Kräfte in bezug auf den unteren Kernpunkt k_o mafsgebend, für den Untergurt kommt k_u in Betracht.

Fig. 311.

Will man die Spannungen einer Gurtung untersuchen, so zeichnet man die Einflufslinie des betreffenden Momentes. Es ist z. B. für den Obergurt: $M = M_0 - H y$, wo y die Ordinate des unteren Kernpunktes darstellt (Fig. 312). Aus dieser Gleichung erhält man $M = y \left(\frac{M_0}{y} - H\right)$. Man macht $C D = \frac{x (l - x)}{l y}$, wobei als Einheit dieselbe Länge dient wie für die H-Linie, und zieht die Geraden CA und CB. Die Differenz der Flächen des Dreieckes und der H-Linie ist die Einflufsfläche für das gesuchte Moment; der Multiplikator ist y. Als Kontrolle kann man die Nullpunkte, die sog. Belastungsscheiden (eventuell sind zwei vorhanden) ermitteln, indem man den Kernpunkt mit dem Gelenk verbindet und diese Gerade zum Schnitt mit der Kämpfer-

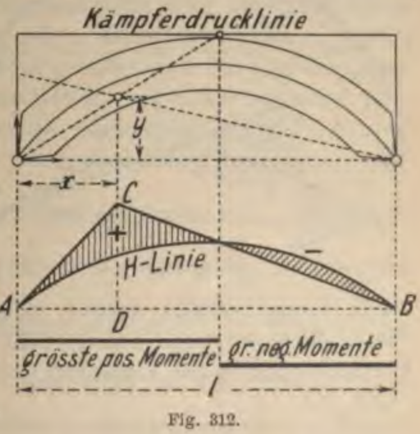


Fig. 312.

drucklinie bringt.[1]) Handelt es sich nur um gleichmäſsig verteilte Last, so kann man die ungünstigste Laststellung mit Hilfe der Scheiden allein bestimmen und darnach die Spannungen berechnen; die Einfluſslinie ist jedoch bequemer.

Einfluſslinie einer Querkraft. Es ist im allgemeinen (Fig. 313): $Q = Q_0 \cos\varphi - H \sin\varphi = \sin\varphi\,(Q_0 \operatorname{ctg}\varphi - H)$.

Darnach erhält man die Einfluſslinie, indem man $AC = ED = \operatorname{ctg}\varphi$ aufträgt, und zwar nach derselben Einheit wie für die H-Linie, und $AE // CB$ zieht. Die Einfluſsfläche ist die schraffierte, der Multiplikator ist $\sin\varphi$.

Zieht man von einem Auflagergelenk eine Parallele zur Tangente in T, so schneidet man die Kämpferdrucklinie in einer Belastungsscheide, was zur Kontrolle dienen kann. Eine zweite Belastungsscheide entspricht immer dem Querschnitt T.

Fig. 313.

Die Querkräfte (maſsgebend für die Nietteilung) sind stets sehr klein. Werden die Lasten durch senkrechte Pfosten auf den Bogen übertragen, so muſs diese Kraft durch den Fuſs auf eine solche Länge verteilt werden, daſs die darin sitzenden Nieten nicht zu hoch beansprucht werden. Liegt die Verbindungslinie der Kämpfer nicht horizontal, so ist

[1]) Man erhält genügend genaue Ergebnisse, wenn man einfach die Einfluſslinie für das Moment im Mittelpunkt des Querschnittes benutzt. Die Differenz bezieht sich hauptsächlich auf die Lasten in der Nähe der Belastungsscheiden, die ja keinen groſsen Einfluſs haben. Die Normalkraft ist alsdann besonders zu berücksichtigen.

es, bei geringer Neigung, zulässig, davon ganz abzusehen und den Bogen als einen symmetrischen zu betrachten.

Diese einfache Theorie des Bogens ist nur eine angenäherte, die wohl für die meisten Fälle genügt, mit Rücksicht auf andere Fehlerquellen. Jedenfalls empfiehlt es sich, das Glied, welches die Temperaturänderung u. dgl. berücksichtigt, reichlich zu schätzen, um gegen eventuelle Ungenauigkeiten in der Ausführung bzw. Nachgiebigkeit der Lager gesichert zu sein.

Besser ist es, für H die genauere Formel:

$$H = \frac{5}{(1+w)\,8\,f\,l}\,P\,x\,(l-x)\left(1+\frac{x}{l}-\frac{x^2}{l^2}\right)$$

zu verwenden, wo $w = \frac{15}{8}\,\frac{J}{F}\left(\frac{1}{f}-\frac{1}{r}\right)^2$, $r = \frac{l^2}{8f}+\frac{f}{2}$

und $H_t = \frac{15\,E\,J\,\Delta l}{(1+w)\,8\,f^2\,l}$ (nach Weyrauch).

Die Ordinaten der Kämpferdrucklinie sind alsdann mit der Formel: $y = \frac{8}{5}\,\frac{(1+w)\,f}{1+\frac{x}{l}-\frac{x^2}{l^2}}$ zu berechnen.

Das Momentendiagramm für eine Einzellast kann, wie auf Seite 362 angegeben, konstruiert werden; nur ist die Kraft H nicht mehr proportional der Ordinate einer Parabel. Der Gang der Berechnung bleibt wie oben; man kommt zu Resultaten im allgemeinen bis auf 5 % verschieden von denen der ersten Berechnungsart.

b) Kreisförmiger Bogen.[1])

Mit $z = \frac{J}{Ff^2}\,(1{,}27 + 0{,}6 \cos\alpha)$ ist die Lage der Kämpferdrucklinie durch $k = \left(1{,}38 + \frac{3}{4}\,\frac{f^2}{l^2}\right) f\,(1+z)$ gegeben. Für den Horizontalschub hat man: $H = P\,\frac{x\,(l-x)}{l\,k}$ (Fig. 314). Für den Temperaturschub kann die Formel für den parabolischen Bogen gebraucht werden.

[1]) Nach Keck.

Die Genauigkeit dieser Formel entspricht ungefähr der für den parabolischen Bogen.

Einflufslinie für horizontale Kräfte (W-Linie). Eine für die Praxis genügende Annäherung gibt folgendes



Fig. 314.

Verfahren. Macht man (Fig. 315) $AC = 1$, $CF = FA$, $DE_1 = DE_2 = \frac{1}{10}\,CA$, so besteht die Einflufslinie aus zwei Parabeln, die durch die Tangenten AE_1 bzw. CE_2 und DF und die Berührungspunkte C bzw. A und D gegeben sind. Die Lage von D auf der Wagerechten durch den Scheitel ist gleichgültig. Die Nullinie ist

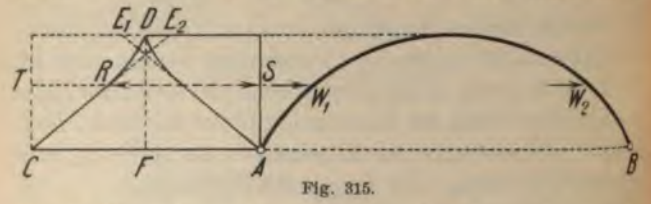


Fig. 315.

die durch C bzw. A parallel zu FD liegende Gerade. Von der Kraft W_1 wird der Teil RS in A und RT in B aufgenommen; von W_2 umgekehrt. (Es genügt, die Hälfte der Einflufslinie zu zeichnen.)

c) Bogen allgemeiner Form.

Man denkt sich das eine Lager auf einer wagerechten Bahn geführt und läfst dort die Kraft H wirken, deren Horizontalprojektion $= 1$ ist. (Fig. 316.) Nach dem allgemeinen graphischen Verfahren (Seite 255) bestimmt man die Formänderung des Bogens sowohl

orizontal wie vertikal, und so hat man gleichzeitig die - und die W-Linie. Als Einheit gilt für beide die wage-echte Verschiebung des beweglichen Lagers. Es ist abei möglich, die Veränderlichkeit des Trägheitsmo-ientes sowie die Wirkung der Normalkräfte genau zu erücksichtigen. Die Konstruktion der Einflufslinien

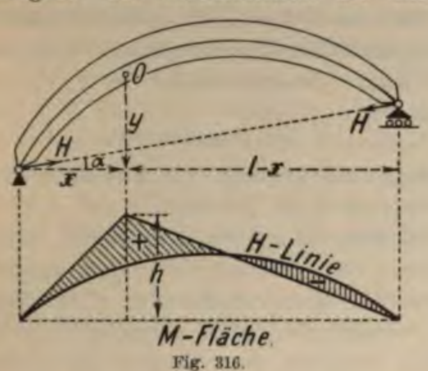


Fig. 316.

geschieht wie oben angegeben; z. B. die Einflufslinie für das Moment in bezug auf den Kernpunkt O wird aus der Gleichung

$$M = M_0 - H \cos \alpha \cdot y = y \cos \alpha \left(\frac{M_0}{y \cos \alpha} - H \right)$$

gerechnet. Man macht $h = \dfrac{M_0}{y \cos \alpha}$ und erhält die ge-uchte Einflufsfläche als Differenz der H-Fläche und der $\dfrac{H_0}{y \cos \alpha}$-Fläche; der Multiplikator ist $y \cos \alpha$.

Zur vorläufigen Dimensionierung gebraucht man die Formeln für den parabolischen Bogen mit konstantem Querschnitt.

II. Der Fachwerkbogen.

Nach ganz ähnlichem Prinzip behandelt man den achwerkbogen. Für die vorläufige Dimensionierung ebraucht man die Formeln des parabolischen Bogens, alls angenähert konstante Entfernung der Gurtungen

[illegible] Zwecke [illegible]

[illegible] Kraft [illegible]

[illegible]

[illegible] Zwängen [illegible]

[illegible] Kreuzdiagonal [illegible] der Q[illegible] für den Kr[illegible] als maßgebend [illegible] kann man [illegible] aufstellen, w[illegible] vergessen ist. Zur ersten [illegible] Formänderung der Ständer au[illegible] daß jede Gleichung nur eine [illegible] Seite [illegible]; zur genauen Lös[illegible] nicht vernachlässigt werde[illegible] gekrümmten Gurtungen s[illegible]

b) Der Zwickelbogen.

Zur Konstruktion der Einflufslinien empfiehlt sich folgendes Verfahren. Man ermittelt die in dem betrachteten Stab von der Kraft $H = 1$ hervorgerufene Spannkraft; es ist klar, dafs die H-Linie als Einflufslinie dieser Kraft betrachtet werden kann, und dafs der Multiplikator die eben gerechnete Spannkraft bei $H = 1$ ist. Nun zeichnet man die Einflufslinie für den betreffenden Stab geradeso, als ob er einem einfachen Balken angehörte, d. h. unter der Annahme, dafs ein Lager in der Richtung der Kämpfergelenke verschieblich ist; als Mafsstab wählt man den für die H-Linie angenommenen. Die Differenz der Fläche der H-Linie und der eben gezeichneten Einflufslinie stellt die gesuchte Einflufsfläche dar.

Beispiel: Es soll für den in Fig. 317 dargestellten Zwickelbogenträger die Einflufslinie für die Diagonale CD gezeichnet werden. Für

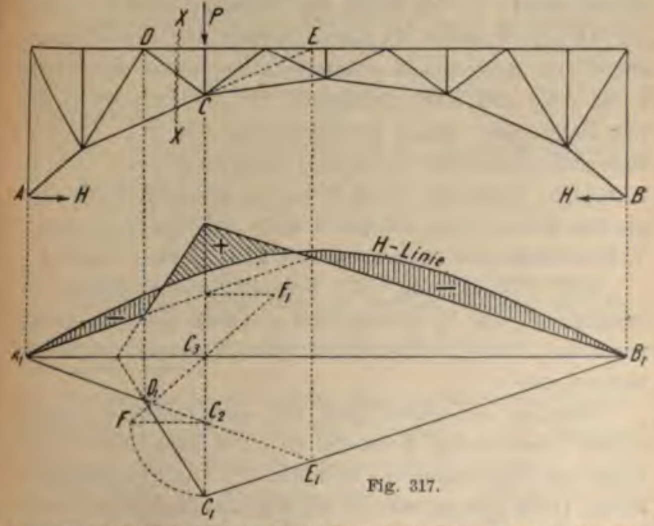


Fig. 317.

$H = 1$ t ergibt sich die betreffende Spannkraft $D = -1{,}46$ t; hat man für die H-Linie den Mafsstab 2 cm = 1 t gewählt, so ist für die D_H-Linie: 2 cm = 1,46 t. Die Einflufslinie der Kraft D im einfachen Balken ist (vgl. Fig. 122) der Linienzug $A_1\ D_1\ C_1\ E_1\ B_1$ (die ganze Fläche ist positiv).

Betrachtet man den Teil des Trägers links von dem Schnitt X als fest eingespannt, und liegt die Last P über C, so ergibt sich die Stabkraft $D_0 = + 0{,}83$ t, welche durch die Strecke $C_1 C_3$ dargestellt ist; der Linienzug $A_1 D_1 C_1 B_1$ muß aber jetzt derart umgezeichnet werden, daß diese Strecke in demselben Maßstab abzumessen ist wie die Ordinaten der H-Linie, d. h. sie soll $0{,}83 \frac{2{,}00}{1{,}46} = 1{,}14$ cm groß werden. Zu diesem Zwecke macht man $C_3 F = C_3 C_1$, zieht $F C_3 F_1$ und wählt auf dieser Geraden den Punkt F_1, dessen Abstand von der $C_1 C_3$ eben gleich 1,14 cm ist. Durch die aus der Figur ersichtliche Konstruktion (nach dem Prinzip der Affinität) wird nun die Einflußlinie vervollständigt; der Maßstab ist: 2 cm = 1,46 t.

Bei stark überhöhten Bögen kann es vorkommen, dafs die H-Linie vollständig innerhalb der Einflufslinie für den Stab des einfachen Balkens liegt; bei sehr flachen Bögen kann das Umgekehrte geschehen. In beiden Fällen hat die ganze endgültige Einflufsfläche das gleiche Vorzeichen.

Die Formänderung der Füllungsglieder hat einen gewissen Einflufs auf das Endresultat, weil die H-Linie spitzer wird; in der Nähe des Scheitels erhält man für den Obergurt etwas zu kleine Kräfte, für den Untergurt etwas zu grofse; der Fehler kann unter Umständen 6 bis 8 % und mehr betragen; für die anderen Glieder des Bauwerkes ist er unbedeutend. Bei der Annahme starrer Wandglieder findet man einen zu grofsen Temperaturschub, wodurch diese Differenz gedeckt wird. Eine genaue Berechnung erscheint aber unerläfslich, wenn die Verkehrslast aus sehr schweren Einzellasten besteht.

Zur Bestimmung der Formänderung eignet sich vorzüglich ein Williot-Plan, wobei die Formänderung der Füllungstäbe ohne grofse Mühe berücksichtigt werden kann.

Man ist oft gezwungen, ein oder mehrere mittlere Felder vollwandig herzustellen, um eine allzu flache Lage der Diagonalen zu vermeiden. Die Formänderung dieses Teiles des Bauwerkes mufs genau gerechnet werden, denn sie ist von sehr grofsem Einflufs für die Kräfte des ganzen Systems. Wie man am besten verfährt, ist aus folgendem Beispiel ersichtlich.

Beispiel: Es soll der in Fig. 318 gezeichnete Bogenträger untersucht werden. Der geradlinige Obergurt zeigt eine Steigung von 5 ‰, der Untergurt ist in einer Parabel eingeschrieben, deren Scheitel 80 cm von der oberen Linie absteht; das Mittelfeld ist vollwandig und auch unten geradlinig begrenzt. Die eingetragenen Maſse (in cm) gestatten das System zu zeichnen und die Stablängen zu berechnen.

Die Gurtungen bestehen aus 2 L 140 · 140 · 13 und eine bis dre Lamellen 300 · 13. Das Futterstück zwischen den Winkeln ist 160 · 13 und wird bei der Ermittelung der Formänderung des Systems mitgerechnet. Für die Pfosten und Diagonalen werden je zwei Winkeleisen vorausgesetzt. Die Nietlöcher werden nicht abgezogen. Zwecks Berechnung läſst man auf das System in beiden Kämpfern die gleich und entgegengerichteten Kräfte $H_s = 1{,}008$ t wirken (deren Horizontalprojektion $H = 1{,}000$ t ist).

Die dadurch auftretenden Stabkräfte wurden mit Hilfe eines Cremona-Planes ermittelt und mit den entsprechenden Längenänderungen für $E = 1$ in folgender Tabelle zusammengestellt. In der letzten Spalte sind noch die Produkte Kraft × Längenänderung aufgeführt, die der Natur der Sache nach alle positiv sind; ihre Summe, vergröſsert um ein Glied, das die Formänderung des vollwandigen Feldes berücksichtigt, gibt die gesamte Längenänderung der Sehne, gestattet somit eine scharfe Kontrolle des graphischen Verschiebungsplanes.

(Siehe Tabelle auf S. 373.)

Für das vollwandige Feld ergeben sich die in der kleinen Skizze unter dem Hauptsystem angegebenen Werte der in den Endquerschnitten wirkenden Kräfte. Für die Berechnung derselben geht man von den Projektionen der Kräfte der angeschlossenen Stäbe aus. Man findet für die Normalkräfte:

$$N = (4{,}71 - 3{,}87 - 1{,}81)\frac{3300}{3304} = (4{,}30 - 3{,}20 - 2{,}10)\frac{3300}{3304} = -\,0{,}99 \text{ t (Mittelwert)};$$

für die Querkräfte:

$$Q = +\,0{,}24 + 0{,}30 - 0{,}67 = -\,(-\,0{,}21 + 0{,}56 - 0{,}22) = -\,0{,}13 \text{ t}.$$

Die Momente sind:

$$M_1 = -\,4{,}71 \cdot 42 \quad -\,3{,}93 \cdot 41 \quad -\,1{,}85 \cdot 41{,}6 = -\,436 \text{ tcm};$$
$$M_2 = +\,4{,}30 \cdot 42{,}5 + 2{,}16 \cdot 41{,}2 + 3{,}19 \cdot 42{,}5 = +\,408 \text{ tcm}.$$

Beide Momente geben Druck im Obergurt und Zug im Untergurt, das Vorzeichen ist also in der Tat für beide gleich, und es kann ohne wesentlichen Fehler der konstante mittlere Wert 422 für das ganze Feld angenommen werden.

Ebenso kann man die mittlere Höhe (84,5 cm) des Stehbleches für das ganze Feld annehmen. Mit Hilfe der Formeln $f = \frac{Ml^2}{2J}$ und $\varphi = \frac{Ml}{J}$ auf Seite 277 findet man (mit $J = 731\,050$ cm^4): $f = 46{,}2$ cm, $\varphi = 0{,}231$.

Die Fläche des ganzen Querschnitts ist $F = 484$ cm^2; der Druck gibt also eine Längenänderung von: $\Delta l = \frac{0{,}99 \cdot 400}{484} = 0{,}82$ cm. Die Fläche des Stehbleches ist 110 cm^2, so daſs die Querkraft mit $G = {}^2/_5\,E$ eine Verschiebung von $\Delta h = \frac{5}{2} \cdot \frac{0{,}13 \cdot 400}{110} = 1{,}18$ cm hervorruft.

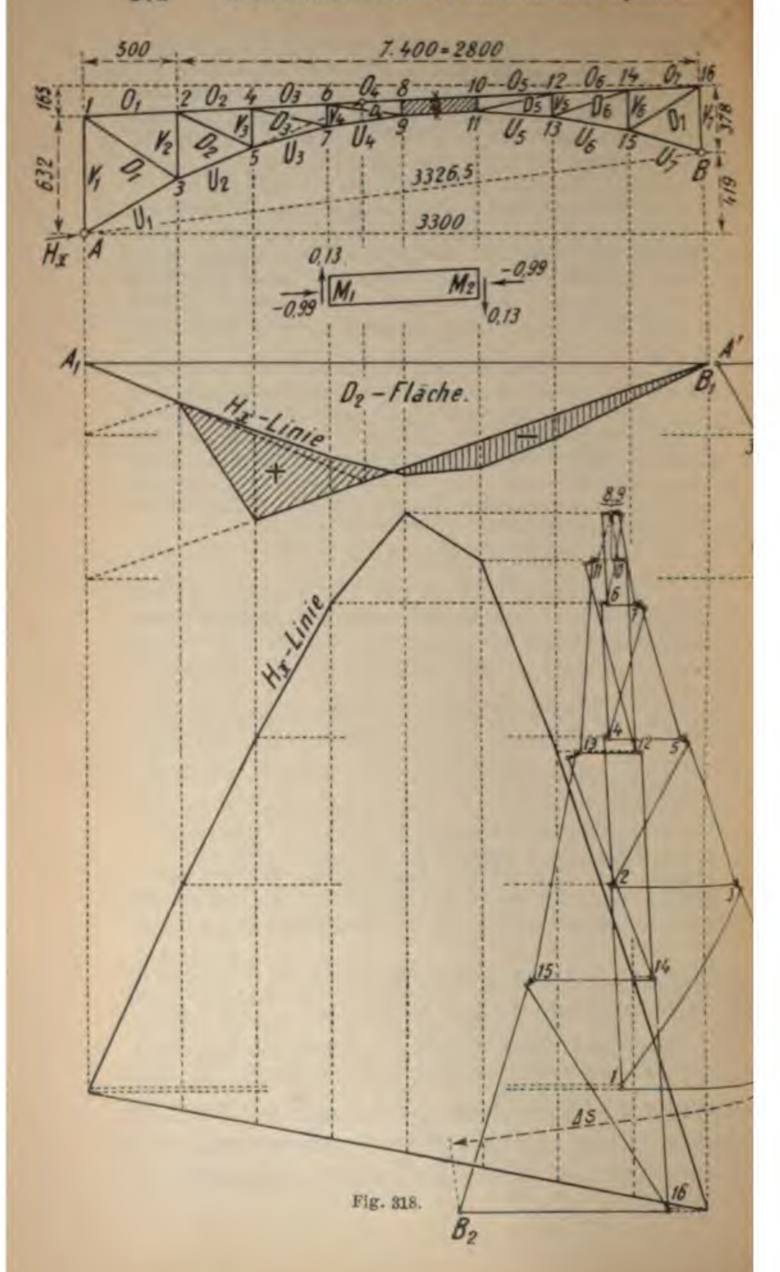

500
7.400=2800
165
632
378
419
3326,5
3300
0,13
-0,99
M1
M2
D2-Fläche.
Hx-Linie
Hx-Linie
A1
B1
A'
B2
Δs

Fig. 318.

Tabelle der Längenänderungen unter der Wirkung von $H_r = 1{,}008$ t ($E = 1$).

Stab	Länge cm	Kraft t	Querschnitt cm²	Δl cm	$\Delta l \cdot t$ Zur Kontrolle
O_1	500	+ 0,55	130	+ 2,12	1,17
O_2	400	+ 1,38	130	+ 4,25	5,86
O_3	400	+ 2,79	169	+ 6,60	18,41
O_4	400	+ 4,71	208	+ 9,05	42,63
O_5	400	+ 4,30	208	+ 8,27	35,56
O_6	400	+ 2,20	169	+ 5,21	11,46
O_7	400	+ 0,75	130	+ 2,31	1,73
U_1	574	— 1,13	130	— 4,97	5,62
U_2	436	— 1,66	130	— 5,57	9,25
U_3	418	— 2,46	169	— 6,08	14,96
U_4	402	— 3,93	208	— 7,60	29,87
U_5	400	— 3,19	208	— 6,13	19,55
U_6	402	— 1,77	169	— 4,21	7,45
U_7	426	— 1,02	130	— 3,34	3,41
D_1	611	— 0,69	31,0	— 13,60	9,38
D_2	453	— 0,92	45,4	— 9,18	8,44
D_3	416	— 1,56	50,2	— 12,93	20,17
D_4	404	— 1,85	59,4	— 11,68	21,61
D_5	414	— 2,16	59,4	— 15,05	32,51
D_6	429	— 1,54	50,2	— 13,16	20,27
D_7	469	— 0,89	45,4	— 9,22	8,21
V_1	632	+ 0,43	70,0	+ 3,88	1,67
V_2	376	+ 0,47	59,4	+ 2,98	1,40
V_3	232	+ 0,51	45,4	+ 2,61	1,33
V_4	136	+ 0,40	45,4	+ 1,20	0,48
V_5	136	+ 0,45	45,4	+ 1,35	0,61
V_6	224	+ 0,49	45,4	+ 2,42	1,19
V_7	378	+ 0,43	50,2	+ 3,24	1,39
					$\Sigma = 335{,}59$
				Zuschlag	+ 102,5

Gesamte Längenänderung der Sehne $\Delta s = 438{,}1$ cm.

Hält man nun den linken Endquerschnitt fest, so hat man folgende rschiebungen des oberen bzw. unteren Punktes des vollwandigen Teiles rechten Ende:

$$x_0 = -0{,}82 + 0{,}231 \cdot 42{,}5 = +9{,}0 \text{ cm};$$
$$y_0 = +1{,}18 + 46{,}18 = +47{,}4 \text{ cm};$$
$$x_u = -0{,}82 - 0{,}231 \cdot 42{,}5 = -10{,}6 \text{ cm};$$
$$y_u = +1{,}18 + 46{,}18 = +47{,}4 \text{ cm}.$$

Diese Werte dienen dazu, den Verschiebungsplan zu zeichnen. Die genänderung der Bogensehne infolge der Biegung und Zusammenkung des Mittelfeldes ist: $0{,}231 \cdot 440 + 0{,}82 = 102{,}5$ cm, welcher t zur Summe der Zahlen in der letzten Spalte obiger Tabelle addiert

wurde. Das Endresultat stellt die Verschiebung des Punktes A in der Richtung der Kraft H_x bei $E = 1$ dar.

Es wurde nun ein Williot-Plan unter der Annahme gezeichnet, daß der Punkt 8 fest und die Richtung des Stabes 8—9 unveränderlich ist. Um alsdann auf den rechten Teil des Planes übergehen zu können, muß man nach den oben berechneten Koordinaten x_0, y_0, x_n, y_n die Verschiebungen für die Punkte 10 und 11 auftragen (strichpunktierte Linien).

Die parallel zur Kämpferlinie gemessene Längenänderung der Sehne Δs gab eine sehr gute Übereinstimmung mit der gerechneten; der Verschiebungsplan ist also zuverlässig.

Durch Projektion der Punkte des Obergurtes im Verschiebungsplan auf Vertikalen durch die entsprechenden Punkte des Systems ergeben sich die Ecken der H_x-Linie. Die Einheit ist die berechnete (bzw. gemessene) Verschiebung Δs von A in der Richtung von H. Dividiert man alle Ordinaten des erhaltenen Linienzuges durch Δs, so hat man die Ordinaten für die H_x-Linie, welche in dem Mafsstab 2 cm = 1 t aufgetragen wurden.

Hiermit ist die Aufgabe im wesentlichen gelöst, indem man für jede Belastung den Horizontalschub ermitteln und danach sämtliche Stabkräfte berechnen kann. Greift eine wagerechte Last in einem Punkt des Obergurtes an, z. B. in 4, so mifst man in dem Verschiebungsplan die Entfernung des Punktes 4 von dem Senkrechten durch A_2 und B_2; die angreifende Kraft verteilt sich dann auf die Gelenke A und B in dem Verhältnis der Strecken 4 (B_2) zu 4 (A_2).

Es erübrigt noch zu zeigen, wie man die Einflufslinie für eine Stabkraft konstruiert. Wir wählen dazu die Diagonale D_2, in welcher der Schub $H_x = 1$ t eine Kraft von $-0{,}92$ t hervorruft. Wir schreiben dem Stab die Längenänderung t zu und zeichnen hiernach einen Williot-Plan, wobei wir annehmen, dafs die ganze Scheibe 4, 5, B, 16 fest bleibt. Projiziert man die Punkte 1, 2, 4 und B' mit wagerechten Geraden auf die betreffenden Senkrechten, so hat man die Ecken der Einflufslinie, die somit vollständig bestimmt ist. Damit die Schlufslinie horizontal wird, hat man in der Figur die Punkte des Verschiebungsplanes erst auf die Senkrechte durch den Kämpfer A übertragen und von dort durch Schrägen so projiziert, dafs der Endpunkt B_1 auf die Wagerechte durch A_1 fällt.

Es ist bequem, die Gröfse t so zu wählen, dafs ein Umzeichnen der H_x-Linie nicht nötig ist. Die Spannkraft der betrachteten Diagonale ist $D = D_0 + D_H$, wo D_0 die Kraft für den einfachen Balken darstellt und D_H diejenige für $H_x = 1$. Die H_x-Linie kann auch als D_H-Linie aufgefafst werden; alsdann ist aber ihr Mafsstab ein anderer, denn 1 cm stellt $-\frac{0{,}92}{2} = -0{,}46\ t$ dar. In diesem Mafsstab mufs auch die D_0-Linie konstruiert werden, d. h. es mufs $t = \frac{1}{0{,}46} = 2{,}174$ cm sein.

Die Ordinaten der D-Linie entstehen nun als Differenz der beiden anderen; da die ersten alle positiv sind, so erhält man für D_2 die schraffierte Einflufsfläche. Der Multiplikator ist $\frac{1}{2{,}174} = 0{,}46$, d. h. 1 cm ist gleich 0,46 t. Man achte darauf, dafs die Figur für die Veröffentlichung ungefähr auf die Hälfte verkleinert worden ist.

III. Der Bogen mit überhöhtem Zugband.

Zur Aufhebung des Horizontalschubes beim Zwei-
elenkbogen ist das einfache Zugband, wie es auf Seite 361
esprochen, nicht immer zu verwenden. In manchen
'ällen kann man dasselbe nach dem Vorschlag von
. Geusen höher als den Bogen selbst anordnen, wie
n Fig. 319 schematisch dargestellt. Durch die Drei-
cke ACD und BFE sowie die Verankerungen der
'unkte C und F wird der Horizontalschub auf die
Stange DE übertragen. Von den beiden Auflagern A
ınd B wird das eine fest, das andere beweglich ge-
nacht.

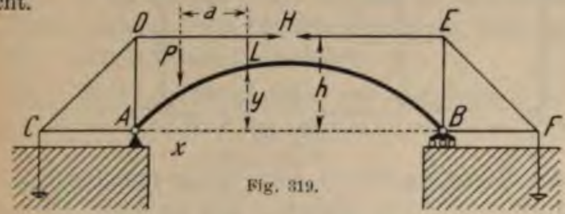


Fig. 319.

Die Berechnung erfolgt genau wie beim Zweigelenk-
ogen mit Zugband; z. B. hat das Moment im Quer-
hnitt L den Wert (mit $\alpha =$ Winkel EFB):

$$M = -Pa + Ax + H(h-y) - Hh\,\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\,\mathrm{ctg}\,\alpha$$
$$= -Pa + Ax - Hy$$

ie für einen Bogenträger mit festen Kämpfergelenken.
ur mufs die Formel, welche den Horizontalschub an-
bt, etwas geändert werden, um die Längenänderung
mtlicher Stäbe bis auf die Ankerplatten zu berück-
chtigen. Man denkt sich aus der Zugstange DE ein
eines Stück herausgeschnitten und die beiden End-
ıerschnitte mit je einer Zugkraft 1 t belastet und er-
ittelt deren Annäherung Θ infolge der Längenände-
ng der Hilfsstäbe und der Anker bei dieser Belastung.

Für die Formel auf Seite 361 ist zu setsen:

$$z = \frac{15}{8}\,\frac{J}{Ff^2} + \frac{15}{8}\,\frac{EJ}{f^2}\cdot\frac{\Theta}{l}.$$

Ganz ähnlich berechnet man das in Fig. 320 dargestellte System, welches die Überbrückung einer Strafse mittels einer Bogenbrücke auf Pendelsäulen ermöglicht. Sind die Seitenöffnungen grofs genug, so kann jede Verankerung fortbleiben. Das Zugband kann mit den Pfosten verbunden werden, falls diese nicht allzu kurz sind; in keinem Felde des Bogenträgers sollen Diagonalen angeordnet werden. Bei der Berechnung dieses Systems ist auch die Formänderung der Parallelträger

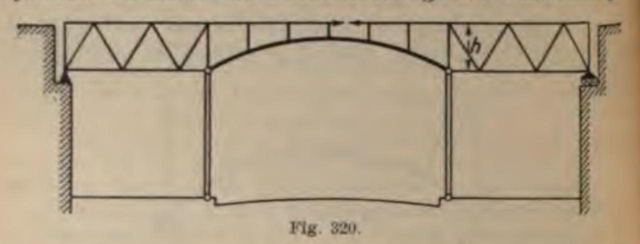


Fig. 320.

bei der Belastung $H = 1$ zu berücksichtigen; denn die Einflufslinien für H erstrecken sich auch auf die beiden Seitenöffnungen. Desgleichen ist für diese aufser der sonst in Betracht kommenden Belastung das Moment Hh mit in Rechnung zu ziehen. Zur Ermittelung der genauen Form der Einflufslinie ist am besten das graphische Verfahren geeignet, wodurch die vollständige Biegungslinie des ganzen Systems sowie die (als Einheit geltende) Annäherung der durch Pfeile gekennzeichneten Querschnitte leicht zu ermitteln sind. Die erhaltene Biegungslinie ist ohne weiteres die Einflufslinie der Kraft H.

IV. Praktische Angaben.

Bogenträger von nicht allzu grofser Spannweite werden am besten vollwandig gemacht. Man wählt meistens die Pfeilhöhe $^1/_9$—$^1/_{12}$ der Spannweite l, die Höhe h des Stehbleches $l/_{50}$[1]), die Stärke desselben etwa $\delta = 0{,}8 + \frac{h}{200}$ cm.

[1]) Mit der Höhe des Stehbleches wachsen die Herstellungskosten; man sollte also nicht mehr als etwa $h = 60$ cm wählen. Für gröfsere Spannweiten kommt nur der Fachwerkbogen in Betracht.

Selten verwendet man doppelwandige Träger. Die Mittellinie wird oft aus ästhetischen Gründen nach einem Kreisbogen geformt; nur für stark überhöhte Bögen nimmt man die Parabel als Mittellinie. Eine kleine Abnahme der Höhe des Stehbleches nach den Kämpfern hin (bis auf etwa 90 %) ist vorteilhaft.

Der Zwickelbogenträger ist theoretisch vorteilhafter als der stabförmige Bogen, in der Praxis jedoch nur für Pfeilhöhen kleiner als $l/_{10}$ gut anwendbar.

Für stark überhöhte Bögen ist der Sichelträger (etwa von zwei Parabeln begrenzt) wiederholt angewendet worden; es ist auf alle Fälle ratsam, die Gurtlinien so zu führen, daſs sie sich bei den Kämpfern unter einem nicht zu spitzen Winkel schneiden.

Um die Temperaturkräfte von vornherein zu berücksichtigen, kann man das Trägheitsmoment im Scheitel etwa setzen: $J_{cm^4} = \frac{1000\, h^2\, l^2}{f\sigma - {}^3/_4\, h}\,(g + 1{,}15\, p)$.

Das Eigengewicht einer Brücke mit zweigelenkigen Bogenträgern, einschl. Fahrbahn, Windverbände usw., ist nach Krohn:

$$= \frac{10000\,\sigma f b + 3{,}55\, p\left(\frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 + 1{,}07\,\frac{h l^2}{4 f\sigma - 3h}\right)}{10000\,\sigma f - 2{,}29\left(\frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 + 1{,}50\,\frac{h l^2}{4 f\sigma - 3h}\right)}\ \text{t/m.}$$

Hierin bedeuten:

- σ die zulässige Beanspruchung in t/cm²,
- l die Spannweite in m,
- f die Pfeilhöhe in m,
- h den Abstand der Schwerpunkte der Gurtungen im Scheitel in m,
- b das Gewicht der Fahrbahn (ev. einschl. Pfosten) in t/m,
- p die Verkehrslast (gleichmäſsig verteilt) in t/m.

Der Berechnung des Wertes von p ist die halbe Spannweite $l/_2$ zugrunde zu legen. Um die Stöſse zu

berücksichtigen, empfiehlt es sich, den ermittelten Wert mit 1,2 zu multiplizieren (vgl. Kap. 95).

Für das Gewicht der Hauptträger von Eisenbahnbrücken, einschl. Windverband, gibt Engesser die Formel: $g = 150 + 30\,l$ kg/m. Da die neuen vorschriftsmäſsigen Belastungen wesentlich höher als die alten sind, werden rd. 10% zuzuschlagen sein

Für Straſsenbrücken kann man setzen:

$$g = 70 + \left(2{,}6\,l + \frac{l^2}{66}\right) b \text{ kg/m}, \text{ wo } b = \text{Brückenbreite}$$

in Meter. Ist die Fahrbahn leichter Bauart (doppelter Bohlenbelag), so kann man diesen Umstand berücksichtigen, indem man die Breite b mit $^{13}/_{15}$ multipliziert. Hat man mehr als zwei Hauptträger, so schlägt man für jeden hinzugekommenen 35 kg/m dem oben gerechneten Gewicht zu.

66. Der Bogenträger ohne Gelenke.

I. Flacher, stabförmiger Bogen.

Ein gelenkloser Bogen, an beiden Kämpfern fest eingespannt, ist dreifach statisch unbestimmt.

Ist die Mittellinie desselben nach einer flachen Parabel gestaltet, sodaſs man die Bogenlänge mit ihrer Projektion vertauschen und $N = -H$ setzen darf, und auſserdem das Trägheitsmoment konstant, so führt die Berechnung der statisch nicht bestimmbaren Gröſsen auf verhältnismäſsig einfache Formeln.

Als Unbekannte wählt man den Horizontalschub, die senkrechte Auflagerkraft und das Einspannungsmoment am linken Kämpfer. Die drei Elastizitätsgleichungen drücken nun aus, daſs unter der Wirkung einer Last und der statisch unbestimmbaren Gröſsen die wagerechte sowie die senkrechte Verschiebung des linken Kämpfers gleich Null werden und die Drehung des Endquerschnittes daselbst ebenfalls gleich Null sein muſs.

Für die Belastung durch eine Einzellast findet man (Fig. 321):

$$A = P\frac{(l-x)^2(l+2x)}{l^3};\; H = \frac{15}{4}P\frac{(l-x)^2x^2}{l^3 f(1+z)};$$

$$M_A = P\frac{x(l-x)^2}{l^3}\left(l - \frac{\frac{5}{2}x}{1+z}\right).$$

Fig. 321.

Hier ist: $z = \frac{45}{4}\frac{J}{Ff^2}$; dieses Glied berücksichtigt die Verkürzung des Bogens unter der Normalkraft. Dieser Einflufs, der beim Zweigelenkbogen ohne wesentlichen Fehler (aber auch ohne grofse Arbeitsersparnis) vernachlässigt werden kann, spielt hier eine viel wichtigere Rolle, darf also niemals aufser acht bleiben.

Die Werte von B und M_B ergeben sich aus den obigen Formeln durch Vertauschung von x mit $l-x$.

Die senkrechten Auflagerreaktionen A und B sind dieselben wie bei dem wagerechten beiderseits eingespannten Balken (Seite 283). Vereinigt man alle in einem Kämpfer wirkenden Kräfte, so erhält man eine Mittelkraft, die nicht durch den Mittelpunkt des Kämpfers selbst geht, sondern die Vertikale durch denselben um die Strecke $t = \frac{M}{H}$ tiefer schneidet. Die Reaktionen, nach Gröfse und Lage konstruiert, müssen sich über P schneiden. Der Ort der Schnittpunkte (die Kämpferdrucklinie) ist eine horizontale Gerade, welche in der Höhe $\frac{6}{5}f\left(1+\frac{4}{9}z\right)$ über der Bogensehne liegt.

Für eine Einzellast P lassen sich die Lagen der Seitenkräfte DA_1 und DB_1 wie folgt ermitteln (Fig. 322). Ist C der Mittelpunkt der Sehne, $CS = {}^2/_3 f + {}^4/_{15} f z$, so zieht man SA_1 und SB_1 parallel zu DL bzw. DR, wodurch die Punkte A_1 und B_1 bestimmt sind.

Die Geraden DA_1 und DB_1 gehen beim Wechsel des Punktes D nicht durch feste Punkte, sie umhüllen zwei Hyperbeln, welche beide durch S gehen und dort die gemeinschaftliche Tangente LR haben.

Der Mittelpunkt U von TL ist der Mittelpunkt der linken Hyperbel, deren Asymptoten UR und UA_1 sind. Die Gerade TW ist eine Tangente zum zweiten Ast dieser Hyperbel. Ähnliches gilt für die rechte Hyperbel. Es ist also leicht, diese Kurven durch Tangenten oder durch Punkte zu konstruieren (vgl. S. 31). Für die vorliegende Untersuchung gebraucht man die Kurven nur etwa in den äufsersten Vierteln.

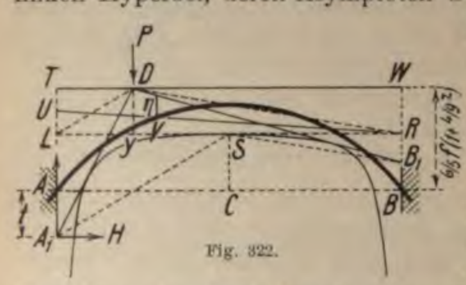


Fig. 322.

Der Linienzug $A_1 D B_1$ gestattet die Berechnung des Momentes für einen beliebigen Querschnitt des Bogens, indem man die entsprechende Ordinate η mit dem Horizontalschub H multipliziert; es ist also $M_V = \eta H$, unter D stets positiv. Die Normal- und Querkräfte lassen sich leicht konstruieren durch Zerlegung der Kraft DA_1 in eine Parallele zur Tangente in V und eine Senkrechte dazu.

Die für A_1, H und M_A zu Anfang gegebenen Formeln gestatten, die Einflufslinien für H, A, B, M_A und M_B zu konstruieren, wodurch die Lösung aller Aufgaben auf einfache Weise ermöglicht ist. Dagegen lassen sich die Einflufslinien für Moment, Quer- und Normalkraft eines bestimmten Querschnittes nicht so einfach ab-

leiten wie beim Zweigelenkbogen, vielmehr ist man gezwungen, immer drei Einflufslinien zu benutzen, z. B. diejenige für H, A und M_A.

Die Untersuchung mit Hilfe der Kernpunkte und Seitenkräfte geschieht ähnlich wie beim Zweigelenkbogen unter Benutzung der Umhüllungskurven. Ist die eine Hälfte des Bogens gleichmäfsig belastet (Fig. 323), so erhält man:

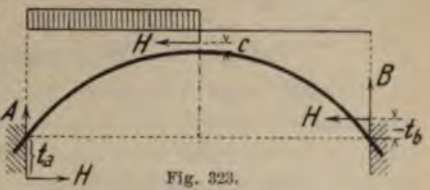


Fig. 323.

$$A = \frac{13}{32}\,p\,l;\;\; B = \frac{3}{32}\,p\,l;\;\; H = \frac{p\,l^2}{16 f\,(1+z)}$$

$$M_A = \frac{p\,l^2}{64}\,\frac{1+\frac{11}{3}\,z}{1+z};\;\; M_B = -\,\frac{p\,l^2}{64}\,\frac{1-\frac{5}{3}\,z}{1+z}.$$

Im Scheitel ist das Moment:

$$M_0 = \frac{p\,l^2}{48}\,\frac{z}{1+z}.$$

Die Angriffspunkte des Horizontalschubes sind bestimmt durch:

$$t_a = \frac{f}{4}\left(1+\frac{11}{3}\;\;\right);\;\; t_b = -\,\frac{f}{4}\left(1-\frac{5}{3}\,z\right)$$

$$c = f\,\frac{z}{3}.$$

Legt man das Seilpolygon der Belastung durch diese drei Punkte, so hat man die Drucklinie, aus welcher die einzelnen Momente leicht abzuleiten sind. Die gröfsten Momente sind an den Kämpfern.

Für totale gleichmäfsige Belastung erhält man:

$$A = B = \frac{1}{2}\,p\,l;\;\; H = \frac{p\,l^2}{8 f\,(1+z)};\;\; M_A = M_B = \frac{p\,l^2}{12}\,\frac{z}{1+z};$$

$$t_a = t_b = \frac{2}{3}\,f\,z;\;\; M_0 = \frac{p\,l^2}{24}\,\frac{z}{1+z};\;\; c = \frac{1}{3}\,f\,z.$$

Hat man die ständige Last g auf der ganzen Länge und die veränderliche p auf der linken Hälfte, so ist:

$$H = \frac{l^2}{16 f (1+z)} (2g + p); \quad M_A = \frac{1}{64} p l^2 + \frac{2}{3} H f z;$$

$$M_B = -\frac{1}{64} p l^2 + \frac{2}{3} H f z; \quad M_0 = H_C = \frac{1}{3} H f z.$$

Einflufs von Temperaturänderungen.

Bewirkt eine Temperaturänderung eine Zu- bzw. Abnahme der Sehne um Δl, oder ändert sich die Entfernung der Kämpfer um Δl, wobei dieselben sich parallel zu sich selbst verschieben, so ist:

$$H_t = \pm \frac{45}{4} \frac{E J \Delta l}{l f^2 (1+z)}; \quad M_A = \mp \frac{15}{2} \frac{E J \Delta l}{l f (1+z)};$$

$$M_0 = \mp \frac{15}{4} \frac{E J \Delta l}{l f (1+z)}.$$

Hiernach greift die Kraft H in der Höhe $^2/_3 f$ an, sie ist etwa sechsmal so grofs als für den Bogen mit zwei Gelenken. Überhaupt haben Temperaturänderungen bei dem gelenklosen Bogen im allgemeinen einen so grofsen Einflufs, dafs seine Verwendung nur bei grofser Spannweite (etwa 50 m und darüber) und nicht zu kleiner Pfeilhöhe vorteilhaft ist. Auch sind die Kosten zur Herstellung einer wirksamen Einspannung so hoch, dafs mancher Vorteil dadurch aufgehoben wird.

Die gegebene Berechnungsart ist nur eine angenäherte. Für eine sorgfältige Untersuchung sowie für den Bogen allgemeiner Form ist das graphische Verfahren zu empfehlen.

II. Allgemeine Behandlung.

a) Verfahren von Müller-Breslau.

Man denkt sich das Auflager A (Fig. 324) beseitigt und an dieser Stelle eine starre Scheibe mit dem Bogen verbunden. Läfst man nun in A das Moment $M = 1$ einwirken und ermittelt rechnerisch oder graphisch die

Formänderung des Bogens, so findet man für den Punkt A eine gewisse Verschiebung $A A_1$ und einen Drehungswinkel φ.

Zieht man nun AS rechtwinklig zu $A A_1$ und macht den Winkel $A S A_1 = \varphi$, so erfährt der Punkt S

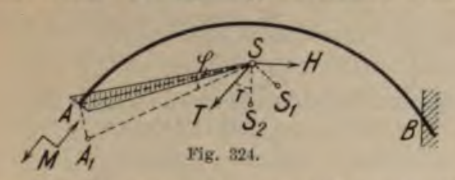


Fig. 324.

der starren Scheibe keine Bewegung (nur eine Drehung) während der Formänderung. Eine in S angreifende Kraft leistet also gar keine Arbeit, sie bewirkt folglich keine Drehung des Endquerschnittes und ist ohne Einfluſs auf das Moment M. Läſst man nun eine horizontale Kraft H in S angreifen, so erfährt dabei der Querschnitt A keine Drehung; der Punkt S verschiebt sich nach S_1. Läſst man schlieſslich eine Kraft T rechtwinklig zu $S S_1$ wirken, so ist die hervorgerufene Verschiebung $S S_2$ rechtwinklig zu H. Die Arbeit jeder der drei Gröſsen M, H, T ist somit unabhängig von den beiden andern. Die Biegungslinien sind die betreffenden Einfluſslinien, zu denen φ, $S S_1$ und $S S_2$ als Einheiten gehören. Am besten zeichnet man gleich für jeden dieser Belastungszustände zwei Biegungslinien, eine vertikale und eine horizontale, und erhält dadurch die Einfluſslinien für vertikale bzw. horizontale Lasten. Aus diesen Einfluſslinien kann man diejenigen für M_A, H und A ohne Schwierigkeit ableiten und schlieſslich die Einfluſslinien für Moment, Normal- und Querkraft in einem beliebigen Querschnitt konstruieren.

Für den Fachwerkbogen konstruiert man die Einfluſslinien der Spannkraft für jeden einzelnen Stab. Zu diesem Zweck stellt man zuerst eine Gleichung auf, welche den gesuchten Einfluſs als Funktion der drei statisch unbestimmbaren Gröſsen und einer Einzellast

ausdrückt. Diese Gleichung zeigt, wie man die Ei
fluſslinie konstruiert.

Beispiel (Fig. 325): Eine Last über dem linken Kämpfer gil
$M = 0$, $H = 0$, $T \cos \tau = P$; es muſs also sein:

$$\frac{\eta_1}{\varphi} - \frac{\eta_2}{SS_1} \cdot h - \frac{\eta_3}{SS_2} \cdot t = 0,$$

$$-\frac{\eta_2}{SS_1} + \frac{\eta_3}{SS_2} \cdot \sin \tau = 0,$$

$$-\frac{\eta_3}{SS_2} \cdot \cos \tau = 1.$$

Die Spannkraft in der geschnittenen Diagonale ist:

$$S_d = S_0 + \frac{M + H h - T t_1}{d}$$

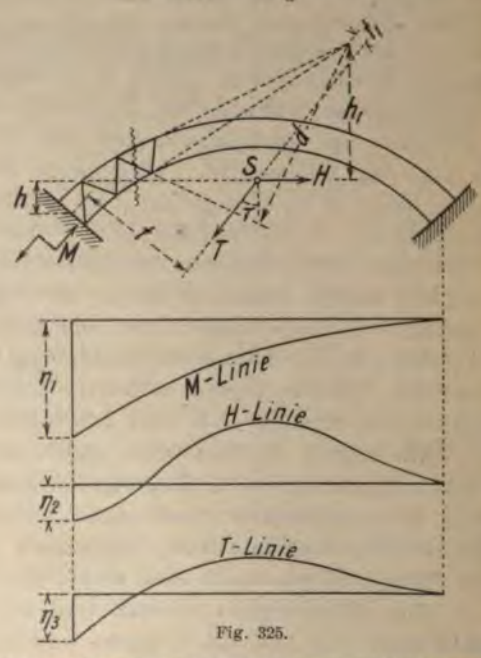


Fig. 325.

S_0 ist hier die Kraft, die in dem betreffenden Glied auftritt,
das System so statisch bestimmt gemacht wird, wie bei der Berec
der Gröſsen M, H und T vorausgesetzt wurde. Mit Hilfe der g
neten Einfluſslinien können diese drei Gröſsen für jede beliebig
stung durch senkrechte Kräfte leicht ermittelt werden, so daſs
rechnung von S_d keine Schwierigkeit bietet. Will man die Einfl

[1]) Wegen der Bedeutung von φ, SS_1 und SS_2 vgl. Fig. 324.

für S_A zeichnen, so geht man am besten von der oben aufgestellten Formel aus; man zeichnet zuerst die S_0-Linie, und zu ihren Ordinaten fügt man die Ordinaten der Einflußlinien für die statisch unbestimmbaren Größen hinzu, der Reihe nach mit $\frac{1}{d}$, $\frac{h_1}{d}$ und $\frac{t_1}{d}$ multipliziert.[1])

b) Allgemeines Verfahren.

Für einen Bogen beliebiger Form ist die Untersuchung nach jedem Verfahren ziemlich umständlich und erfordert eine sehr sorgfältige Behandlung, damit die Endergebnisse infolge der eventuellen Ungenauigkeiten nicht unzuverlässig werden. Scheinbar vereinfachte Verfahren sind in dieser Hinsicht nicht besser als das ganz allgemeine, das wir hier angeben; auch fordern sie im ganzen nicht weniger Arbeit.

Als statisch nicht bestimmbare Größen wählt man praktisch die beiden Einspannungsmomente und den Horizontalschub (Fig. 326); dabei denkt man sich den

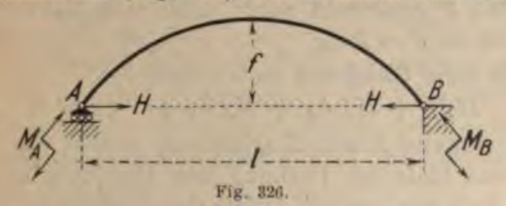


Fig. 326.

Bogen auf einer Seite auf einem Gelenklager, auf der anderen Seite auf einem Rollenlager liegend. Für den Belastungszustand $M_A = 1$ ermittelt man (am besten graphisch, siehe S. 254) die Biegungslinie, die Längenänderung δ_A der Sehne und die Drehungen der beiden Endquerschnitte φ_A und ψ_A. Da es meistens nur darauf ankommt, den Einfluß von Vertikalkräften zu untersuchen, so fassen wir die Ordinaten η_A der senkrechten Biegungslinie ins Auge. (Die Berücksichtigung der wagerechten Verschiebungen geschieht ganz ähnlich und bietet keine Schwierigkeit.)

[1]) Dieses Verfahren ist mit Vorteil anwendbar zur Behandlung dreifach statisch unbestimmter Systeme, indem es zu Elastizitätsgleichungen führt, die nur je eine Unbekannte enthalten.

Auf gleiche Weise ermittelt man für den Belastungszustand $M_B = 1$ die Biegungslinie, deren Ordinaten mit η_B bezeichnet seien, und die Gröſsen φ_B, ψ_B und δ_B. (Bei symmetrischer Anordnung des Bogens spart man die Untersuchung für $M_B = 1$.) Schlieſslich untersucht man den Belastungszustand $H = 1$ und ermittelt die Gröſsen η_H, φ_H, ψ_H und δ_H.

Bei der Ermittelung der Formänderung in allen Belastungsfällen muſs man auch die Wirkung der Normal- und Querkräfte berücksichtigen.

Die erste Elastizitätsgleichung drückt die Bedingung aus, daſs die Länge der Sehne unter der Wirkung der Vertikallasten und der statisch nicht bestimmbaren Momente bzw. Kräfte unverändert bleibt. Auſser den bereits ermittelten Längenänderungen δ_A, δ_B und δ_H kommt noch diejenige in Betracht, welche von einer Einzellast P verursacht wird; nach dem Maxwellschen Satze ist sie $\delta = P\,\eta_H$.

Die erste Gleichung lautet also:

$$H\,\delta_H + M_A\,\delta_A + M_B\,\delta_B + P\,\eta_H = 0.$$

Die zweite Elastizitätsgleichung drückt die Bedingung aus, daſs die Drehung des Endquerschnittes A gleich Null sein muſs. Auſser den Drehungen φ_A, φ_B und φ_H hat man, infolge einer Einzellast P, noch $\varphi = P\,\eta_A$. Es ist also:

$$H\,\varphi_H + M_A\,\varphi_A + M_B\,\varphi_B + P\eta_A = 0.$$

Ähnlich erhält man die dritte Elastizitätsgleichung:

$$H\psi_H + M_A\,\psi_A + M_B\,\psi_B + P\,\eta_B = 0.$$

Die Auflösung dieser Gleichungen führt zu den Ausdrücken:

$$H = P\,(a\;\eta_H + b\;\eta_A + c\;\eta_B);$$
$$M_A = P\,(a_1\,\eta_H + b_1\,\eta_A + c_1\,\eta_B);$$
$$M_B = P\,(a_2\,\eta_H + b_2\,\eta_A + c_2\,\eta_B).$$

Die Buchstaben a, b, c stellen hier numerische Beiwerte dar. Man ersieht also, daſs die Einfluſslinien der drei Unbekannten aus den Biegungslinien abzuleiten

ind, indem man deren Ordinaten nach Multiplikation nit gewissen Koeffizienten zusammen addiert.

Zur Auflösung der drei Gleichungen kann das Ver- ahren der Eliminations-Koeffizienten (Seite 34 und Bei- piel auf Seite 351) empfohlen werden.

Aus diesen Gleichungen erhält man die senkrechten tützendrücke:

$$A = (M_B - M_A)\frac{1}{l} + A_0; \quad B = (M_A - M_B)\frac{1}{l} + B_0$$

o A_0 und B_0 die Stützendrücke für einen einfachen alken bedeuten.

Auch die Einflufslinien für das Moment, für die uer- bzw. Normalkraft in einem beliebigen Querschnitt



Fig. 327.

nd nunmehr leicht zu konstruieren. Für das Moment at man (Fig. 327):

$$M = M_0 + M_A + (M_B - M_A)\frac{x}{l} - H y.$$

Für die Normalkraft:

$$N = H \cos \Theta + A_0 \sin \Theta + (M_B - M_A)\frac{\sin \Theta}{l}.$$

Endlich für die Querkraft:

$$Q = Q_0 + (M_B - M_A)\frac{\cos \Theta}{l} - H \sin \Theta.$$

Zur Ermittelung der ungünstigsten Belastung für ie oberen bzw. unteren Fasern eines Querschnittes be- eht man das Moment auf den betreffenden Kernpunkt rgl. Seite 80). In vielen Fällen wird man wohl mit Iilfe der Kämpferdrucklinie und der Umhüllungslinien er Lagerreaktionen vorgehen.

Für eine Last in einem gegebenen Punkt hat man (Fig. 328): $t_A = \frac{M_A}{H}$; $t_B = \frac{M_B}{H}$; $v = \frac{A}{H} u - t_A$.

Die Konstruktion der Einflufslinien kann auch aus der Drucklinie $A_1 P B_1$ für die einzelnen Lasten erfolgen,

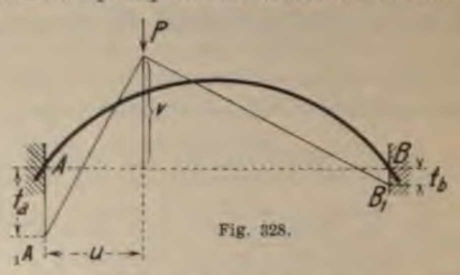


Fig. 328.

indem man die Last P auf einer Reihe von Punkten angreifen läfst und jedesmal nach der Drucklinie Moment, Querkraft und Normalkraft für die verschiedenen Querschnitte ermittelt.

Zur Bestimmung der ungünstigsten Belastung können auch die Belastungsscheiden benutzt werden. Alsdann mufs man mit den Kernpunkten der Querschnitte arbeiten (vgl. Seite 363). Für das gröfste positive Moment müssen die schwersten Lasten in der Nähe des betreffenden Querschnittes liegen, für das negative mufs der Schwerpunkt der Lasten in die Mitte der entsprechenden Strecke fallen. Für die gröfste Querkraft dagegen müssen die schwersten Lasten auf derselben Seite des Querschnittes und so dicht wie möglich dabei liegen.

Kommt nur eine gleichmäfsig verteilte Last in Frage, so leistet das Verfahren von W. Ritter gute Dienste. Man ermittelt die Knotenlast (d. h. diejenige Last, die auf den eigentlichen Bogen wirkt, der Natur der Sache nach immer in einem Punkt konzentriert) und läfst sie der Reihe nach in jedem Knotenpunkt angreifen. Nach einem der oben angegebenen Verfahren bestimmt man die Gröfse und die Wirkungs-

linie der beiden Kämpferreaktionen (Fig. 329) für jede der Einzellasten 1, 2, 3 . . . . . . Die Auflagerkräfte aneinander gereiht bilden die in der Mitte der Figur gezeichneten Polygone. Hat man nun mit Hilfe der Einflufslinien oder der Belastungsscheiden festgestellt, welche Punkte belastet werden müssen, um in einem bestimmten Querschnitt die gröfsten Spannungen hervorzurufen, so ist es leicht, alle Kräfte, die auf derselben Seite von dem Querschnitte wirken, zu einer einzigen

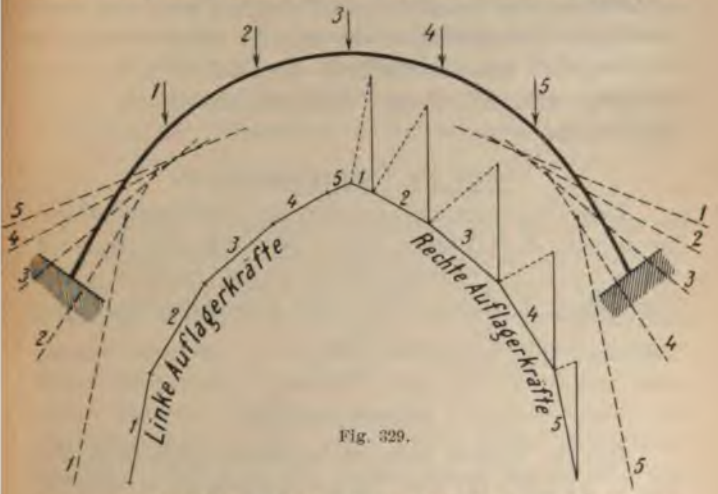


Fig. 329.

zusammenzustellen, deren Lage durch ein Seilpolygon ermittelt wird; das Moment und die Normal- und Querkraft lassen sich nun leicht ableiten. Man kann diese Berechnung immer so durchführen, dafs auf einer Seite des betrachteten Querschnittes aufser der Auflagerreaktion gar keine Kraft angreift (nötigenfalls teilt man die Belastung in zwei Teile, deren jeder für sich berücksichtigt wird; die Ergebnisse werden schliefslich addiert). Alsdann kann man die Gröfse und Richtung der einen Auflagerkraft unmittelbar dem betreffenden Kräftepolygon entnehmen; zur Feststellung ihrer Lage wird ein Seilpolygon benutzt, das ein für allemal zu zeichnen

ist, und dessen in Betracht kommende Strahlen zum Schnitt gebracht werden.

So rechnet man etwas zu ungünstig, denn es ist nicht möglich, einen Knotenpunkt vollständig zu belasten, ohne auch den nächsten teilweise zu belasten; es ist aber gut, die so entstehenden etwas zu grofsen Kräfte für die Dimensionierung zu benutzen.

Dieses Verfahren läfst sich wohl für eine beliebige Belastung anwenden, indem man die Gröfsen der verschiedenen Knotenlasten berechnet und aus diesen die jeweiligen Auflagerkräfte ableitet; an Arbeit wird aber im Vergleich mit der Methode der Einflufslinien nichts gespart, während deren Übersichtlichkeit nicht vorhanden ist.

Einflufs der Temperaturänderung.

Derselbe ergibt sich aus den Elastizitätsgleichungen, wenn man $P = 0$ setzt, und eine Längenänderung Δl der Sehne in die erste Gleichung (S. 386) einführt.[1] Die Entfernung der Kraft H_t von den Kämpfermitten ergibt sich aus: $e_a = \frac{M_A}{H_t}$; $e_b = \frac{M_B}{H_t}$.

Fachwerkbogen.

Das im vorigen auseinandergesetzte allgemeine Verfahren ist auch für den Fachwerkbogen zu verwenden. Dabei ist folgendes zu bemerken:

a) Die Formänderungen sind nach einem für Fachwerke geeigneten Verfahren zu ermitteln, z. B. Williot-Pläne.

b) Die Einflufslinien werden so konstruiert wie für den stabförmigen Bogen, nur sind hier anstatt der Kernpunkte die Drehpunkte der einzelnen Stäbe zu verwenden. Jede Einflufslinie mufs für sich gezeichnet werden.

[1] Bei einer Temperaturänderung erfahren die Endquerschnitte des spannungslosen und frei gedachten Bogens keine Drehung; es ist also $\Delta\varphi = 0$, $\Delta\psi = 0$.

c) Will man die Drucklinie benutzen, so sind ebenfalls die Drehpunkte zu betrachten.

d) Will man die Ritterschen Polygone der Auflagerkräfte benutzen, so hat man immer die Aufgabe zu lösen, die resultierende Kraft in drei Seitenkräfte zu zerlegen (Seite 145).

Einige Vereinfachungen sind in besonderen Fällen zulässig. Ist der Träger von ungefähr konstanter Höhe (nach den Kämpfern hin etwas zunehmend), so kann man bei flachen Bögen die Formeln für den vollwandigen Bogen benutzen, um zu einer vorläufigen Dimensionierung zu gelangen. In dem allgemeinen Fall ist es zulässig, mindestens für eine erste Berechnung, die Formänderung der Gitterstäbe zu vernachlässigen.

III. Praktische Angaben.

Für eine vorläufige Dimensionierung ist man nur auf die Formeln angewiesen, die für den flachen Parabelbogen gelten. Wo die Form des Trägers von dieser bedeutend abweicht (was nur bei Fachwerken vorkommen dürfte), nehme man an, die beiden Gurtungen hätten gleichen und konstanten Querschnitt und die Gitterstäbe seien starr; hiernach ermittle man die Formänderungen und die Einflufslinien für die statisch nicht bestimmten Gröfsen. Hat man die Einflufslinien für H, M_A und M_B, so kann man nach einem der angegebenen Verfahren alle Kräfte berechnen. Für den vollwandigen Bogen dürfte das graphische Verfahren am besten geeignet sein, um die angreifenden Momente und Normalkräfte für einige Querschnitte zu ermitteln. Zur Dimensionierung sind die Formeln von Kap. 91 gut zu verwenden. Die drei statisch nicht bestimmbaren Gröfsen, wie man sie auch wählen mag, beeinflussen sich gegenseitig sehr stark. Es ist also die gröfste Sorgfalt in der Berechnung dringend anzuraten und jedenfalls eine genaue Untersuchung mit den endgültig gewählten Querschnitten vorzunehmen. Die Temperaturkräfte sind

sehr grofs und bedingen oft eine Verstärkung der Abmessungen, auch wenn dafür die zulässige Beanspruchung höher als sonst gewählt wird. Um von vornherein darauf Rücksicht zu nehmen, kann man das Trägheitsmoment im Scheitel etwa setzen:

$$J_{cm^4} = \frac{1000\, h^2 l^2}{f\sigma - \frac{3}{2} h}(g + 1{,}10\, p),$$

wobei h ungefähr $l/60$ angenommen werden kann.

Das Eigengewicht einer Brücke mit gelenklosen Bogenträgern einschl. Fahrbahn, Windverbände usw. ist nach Krohn:

$$g = \frac{10000\,\sigma f b + 2{,}975\, p\left(\frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 + 1{,}37 \frac{h l^2}{2 f\sigma - 3h}\right)}{10000 f\sigma - 2{,}29\left(\frac{3}{4} l^2 + 4 f^2 + 1{,}62 \frac{h l^2}{2 f\sigma - 3h}\right)}\ \text{t/m.}$$

Hierin bedeuten:

σ die zulässige Beanspruchung in t/cm²,
l die Spannweite in m,
f die Pfeilhöhe in m,
h den Abstand der Schwerpunkte der Gurtungen im Scheitel in m,
b das Gewicht der Fahrbahn (einschl. Pfosten) in t/m,
p die Verkehrslast (gleichmäfsig verteilt) in t/m.

Den Wert von p berechne man auf Grund einer belasteten Strecke von ungefähr 0,4 l. Es empfiehlt sich, das Ergebnis mit 1,2 zu multiplizieren, um die Stöfse zu berücksichtigen (vgl. Kap. 95).

67. Hallendachbinder.

Die auf Seite 165 behandelten Systeme für Dachbinder sind unabhängig von den Stützen, d. h. sie werden auf den Längswänden aufgelagert; nicht selten werden aber die Dachbinder mit den Stützen zu einem System vereinigt, welches meistens auch die Windkräfte direkt aufnimmt. Eine solche Anordnung ist insofern

günstig, als sie den Hauptwindverband entbehrlich macht, erfordert aber ziemlich viel Material und ist aus diesem Grunde nur für ganz kleine Dächer anwendbar oder bei grofsen Hallen, in den Fällen, in denen aus andern Gründen die Binder sehr stark konstruiert werden müssen.

a) Kleine Dächer.

Das System der Fig. 330 ist an und für sich einfach statisch unbestimmt, wenn beide Füfse gelenkig aufgelagert sind. Bei genauer Berechnung findet man aber, dafs, solange nur Vertikallasten in Frage kommen, der Horizontalschub bei den Fufslagern äufserst gering ist (je nach den Umständen positiv oder negativ), und dafs ein Fehler in der Einstellung der Zugstange dieses Ergebnis nicht wesentlich beeinträchtigt. Es ist dies eine Folge der grofsen Nachgiebigkeit des Systems, dessen schlanke Stäbe sämtlich auf Druck und Biegung beansprucht werden; ausgenommen ist hiervon die Zugstange, die eine äufserst geringe Formänderung erleidet. Es ist deshalb immer zulässig, bei Vertikalbelastung die Köpfe der Ständer mit dem eigentlichen Dachbinder als gelenkig verbunden anzunehmen. Anders ist es dagegen bei der Wirkung von Horizontalkräften. Greift eine Kraft W am Kopfe des Ständers an, und macht man die zulässige Annahme, dafs sich dieselbe auf beide Füfse gleichmäfsig verteilt, so ist das System statisch bestimmt, indem es sich wie ein Dreigelenkbogen verhält. Die gröfsten Momente kommen also bei den Köpfen der Ständer vor; sie sind entgegengesetzt gleich und betragen $M = \pm W \frac{h}{2}$. Das Moment auf Mitte Binder ist gleich Null, es hat also keinen grofsen Zweck, die beiden Balken dort starr miteinander zu verbinden.

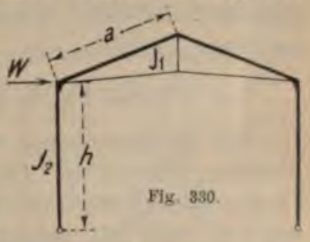


Fig. 330.

Die Nachgiebigkeit des Systems ist sehr grofs. Unter der Wirkung von W verschiebt sich der Scheitel um $s = \frac{W h^2}{6 E J_1}\left(a + h \frac{J_1}{J_2}\right)$.

In dem Fall, dafs der obere Balken durch ein besonderes Gitterwerk in mehreren Punkten unterstützt ist, wird die Verschiebung annäherungsweise durch dieselbe Formel ausgedrückt, wo aber a die Länge des unteren Teiles des Balkens zwischen dem Kopf des Ständers und dem Anschlufs des ersten Gitterstabes bedeutet.

Das Moment bleibt $\pm W \frac{h}{2}$.

Für das Tonnendach nach einem Kreisbogen gelten dieselben Grundsätze. Der eigentliche Dachbinder wird als ein Bogenträger mit elastischem Zugband behandelt, wie auf Seite 361 angegeben; es soll aber hier ausdrücklich bemerkt werden, dafs in diesem Falle eine grofse Genauigkeit nicht erforderlich ist, sie würde nur einen falschen Begriff von der Zuverlässigkeit der ganzen Berechnung geben.

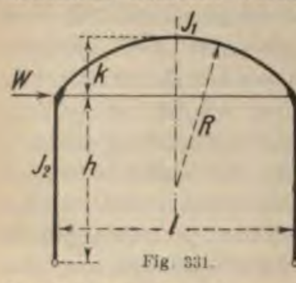


Fig. 331.

Bei Wind ist das gröfste Moment wie oben $M = \pm W \frac{h}{2}$ und kommt am Kopf jedes Ständers vor. Die entsprechende Verschiebung des Bogenscheitels wird annäherungsweise (Fig. 331): $s = \frac{W h^2}{6 E J_1}\left(\frac{l}{2} + \frac{4}{3}\frac{k^2}{l} + h \frac{J_1}{J_2}\right)$ (Einheiten t und cm).

Nicht immer ist es zulässig, die Windkräfte zu einer einzigen zu vereinigen; es bleibt alsdann nichts anderes übrig, als die Einflufslinie für Horizontalkräfte zu verwenden. Dieselbe wird mit genügender Annäherung wie folgt konstruiert.

Man rechnet die Gröfse m nach der Formel $m = \frac{H\,h^3}{3\,EJ_2}$ wo die Buchstaben dieselbe Bedeutung haben wie oben, und das Verhältnis $\frac{H}{E}$ am besten gleich eins angenommen wird. Ebenso rechnet man $f = s + \frac{n}{2}\,\frac{h+k}{k}$, indem man $W = 2\,H$ und $\frac{H}{E} = 1$ setzt, und die Längenänderung n der Zugstange bei der Belastung $H = \frac{h+k}{k}$ einführt. Trägt man nun in einem beliebigen Mafsstab (Fig. 332) die Gröfsen h und k und in einem andern Mafsstab m und n auf, zieht dann die Geraden DT und AV, so ist die Einflufslinie der Horizontalkräfte bestimmt. Es erübrigt nur, zwischen den Punkten A und D die elastische Linie einzuzeichnen, die als Tangenten AV und VD hat (Seite 277, Fall 4), wofür annäherungsweise ein Parabelbogen gebraucht werden kann. Das Stück der Kurve zwischen C und D schliefst man nach Gutdünken an. Eine z. B. in P angreifende Horizontalkraft 1 t gibt in B die wagerechte Auflagerreaktion $\frac{PQ}{2f}$, in A: $\frac{2f - PQ}{2f}$.

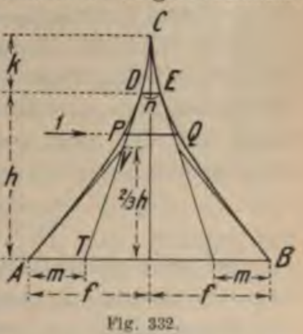


Fig. 332.

Auf grund dieser Ergebnisse kann man die Kräfte und die Momente für das ganze System berechnen.

Diese Berechnungsart, welche auf der Annahme eines Gelenkes im Scheitel beruht, ist für eckige sowie für gewölbte Binder anwendbar. Sie ist annäherungsweise auch brauchbar, wenn kein Scheitelgelenk vorhanden ist.

Solche einfachen Binder sind nur für kleine Spannweiten geeignet, da, wie bereits bemerkt, die Nach-

giebigkeit unter der Wirkung wagerechter Kräfte eine sehr bedeutende ist. Eine Einspannung der Füſse genügt auch nicht, um dieses Übel ganz zu beseitigen; sie wird wegen der Umständlichkeit der Ausführung auch nur selten angeordnet.

Will man trotzdem ein System mit eingespannten Füſsen ausführen, so gilt für die Vertikalbelastung das Gleiche wie oben. Die Einspannung ist hier fast ohne Einfluſs. Für die Horizontalkräfte verwende man die Formeln auf Seite 294. Zur Berechnung der Nachgiebigkeit setze man in die oben für s angegebene Formel statt h etwa $^5/_6\ h$.

Mit besonderer Sorgfalt muſs die Verbindung der Ständer mit dem Balken hergestellt werden. Am besten verwendet man ein groſses Knotenblech, an welches nicht nur der Steg, sondern auch die Flansche der biegungsfesten Profile regelrecht angeschlossen werden.

b) Groſse Hallen.

Bei sehr groſsen Hallen ist es nicht immer möglich, die theoretisch günstigste Linienführung der Binder innezuhalten, bei welcher die Mittellinie mit dem Seilpolygon der vertikalen Lasten zusammenfällt, weil die Füſse mit starker Neigung nach dem Lager hin gehen würden.[1])

Immerhin wird beim Feststellen der Form die Verzeichnung der Drucklinie sehr nützlich sein, indem sie einen Anhalt gewährt, inwieweit eine Linienführung günstig ist. Auf alle Fälle versäume man nicht, den Binder an seinen Verbindungsstellen mit den Ständern besonders stark zu machen.

Groſse Binder werden meistens als Zweigelenkbogen konstruiert und darnach behandelt, am besten nach

[1]) Zur Ermittelung dieser Form zeichnet man den Bogen nach Gefühl, und dazu eine Drucklinie für die ständige Last und die totale Belastung durch halbe Schneelast. Durch Vergröſserung bzw. Verkleinerung sämtlicher Ordinaten dieser Drucklinie bringt man sie in die passende Höhe, wonach die Form des Bogens gebessert wird.

dem allgemeinen graphischen Verfahren. Eine Zugstange wird selten angeordnet, obwohl sie hier, wo die Vertikalkräfte eine wesentliche Rolle spielen, sehr am Platz wäre. Das System würde dadurch zweifach statisch unbestimmt, wodurch im allgemeinen keine Schwierigkeit in der Berechnung entsteht. Nur für die Endbinder, wo das Zugband sehr stark konstruiert wird, um die Schürze abzusteifen, ist es schwer zu bestimmen, wieviel von dem Horizontalschub auf die Auflager, und wieviel auf das Zugband entfällt, da man auf zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten geführt wird, in denen die Koeffizienten sehr wenig voneinander verschieden sind; es genügen alsdann kleine Ungenauigkeiten in der Berechnung, um das Resultat stark zu beeinflussen, so dafs man schliefslich gezwungen ist, die Verteilung fast willkürlich anzunehmen, und sich gegen jede Eventualität durch die Annahme einer verhältnismäfsig grofsen Temperaturänderung zu sichern. Um diesen Übelstand zu vermeiden, hat man mitunter das eine Fufslager beweglich angeordnet, wodurch das System zu einem einfach statisch unbestimmten gemacht wird, der fest aufgelagerte Ständer aber die ganze Horizontalkraft aufnehmen mufs. Mitunter macht man auch von der Anordnung eines Scheitelgelenks Gebrauch oder (was dasselbe bedeutet), es wird nur eine Gurtung durchgeführt. Das System wird alsdann wie ein Dreigelenkbogen behandelt. Der Anordnung eines Scheitelgelenks stehen keine Bedenken entgegen (anders wie bei Brücken), ist aber auch kaum nötig, da der Einflufs der Temperatur und eventueller Montagefehler gering ist.

Es sei hier in kurzen Worten der Weg angedeutet, um einen einfach statisch unbestimmten Binder zu untersuchen.

Zur vorläufigen Dimensionierung nimmt man an, dafs im Scheitel, etwa auf $^3/_5$ der Entfernung zwischen Untergurt und Obergurt, ein Gelenk vorhanden sei. Man ist alsdann imstande, die Drucklinie zu zeichnen,

indem man ein Seilpolygon durch die drei Gelenke legt; danach ermittelt man die Stabkräfte nach dem auf Seite 179 angegebenen Verfahren, und zwar sowohl für vertikale wie für horizontale Belastung.

Jetzt wird, auf grund der gewählten Dimensionen, die Formänderung des Binders sowohl in vertikaler wie in horizontaler Richtung bei der Belastung $H = 1\,t$ ermittelt.

Bei dieser Untersuchung ist es immer zulässig, die Formänderung der Füllungsglieder zu vernachlässigen, oft sogar den Binder als einen vollwandigen Träger zu betrachten (wo der Steg fehlt!); das auf Seite 254 angegebene Verfahren ist also immer anwendbar. Die Ordinaten der Biegungslinien, vertikal bzw. horizontal gemessen, durch die gegenseitige Verschiebung der Lagergelenke dividiert, liefern die Ordinaten der Einflufslinien, nach welcher jetzt die genaue Ermittelung von H möglich ist. Am besten wird die Lage des Schnittes der Drucklinie mit der Symmetrieachse (bzw. mit der Scheitelvertikalen bei unsymmetrischen Systemen) durch Rechnung festgestellt, und zwar mit Hilfe einer Gleichung, die ausdrückt, dafs an dem Schnittpunkt das Moment gleich Null sein mufs. Bei symmetrischer Form des Binders kann man ohne grofsen Fehler annehmen, dafs bei horizontaler Belastung die Lage dieses Punktes dieselbe ist wie bei vollständiger vertikaler Belastung. Man ist jetzt imstande, die Drucklinie genau zu zeichnen und die endgültigen Stabkräfte zu berechnen.

Unsymmetrische Bogenform, sowie auch nur wenig unsymmetrische Belastung, haben auf einzelne Stabgruppen viel mehr Einflufs als Achsial- und Querkräfte.

Die Verwendung von Cremonakräfteplänen ist nicht anzuraten, weil bei der grofsen Anzahl von Stäben die Genauigkeit nicht befriedigend ist. Hat der Binder eine Zugstange, so mufs noch eine vollständige Untersuchung der Formänderung bei der Belastung $X = 1\,t$ (Fig. 333) vorgenommen werden. Es wird dann für jeden der

den deformierten Zustände die Gleichung aufgestellt, lche ausdrückt, dafs die Summe der Arbeit aller äfte (auch H und X) gleich Null ist. Die Verschiengen der Angriffspunkte der Lasten werden praktisch ganz allgemeiner Form eingeführt, indem man sie durch chstaben darllt. So erhält ın zwei Gleiıngen, die zur stimmung von und X dienen.

Fig. 333.

le dieser beiden Kräfte wird durch eine Formel ausdrückt, aus welcher hervorgeht, dafs die Verschiengen der einzelnen Punkte im ersten und im zweiten lastungszustand, mit gewissen (jetzt bekannten) Koefenten multipliziert und nachher addiert, die Ordinaten r betreffenden Einflufslinien liefern. Das weitere Verıren bleibt wie oben; nur wird bei der Konstruktion r Drucklinie die Zugkraft des Bandes als eine äufsere aft betrachtet.

Für die Temperaturkräfte ist derjenige Wert von H w. von H und X) mafsgebend, welcher eine gegentige Annähernung oder Entfernung der Fufsgelenke berkt, die gleich der Ausdehnung $\Delta l = \frac{l}{2100}$ ist. Ähnh berücksichtigt man etwaige Montagefehler, die man ch Gefühl schätzt.

68. Giebelwände.

Bei einer häufig angewendeten Anordnung des Fachrkes für Fabrikgebäude werden die Horizontalkräfte, auf die Längswände wirken (Wind, Schub der Wandine usw.) durch den oberen Windverband auf die Gielwände übertragen. Diese sind als ein System zu bechnen, das auf dem Boden fest eingespannt und in einer wissen Höhe durch eine Horizontalkraft belastet ist.

Ein vielfach zur Ausführung kommendes System ist in Fig. 334 dargestellt; dasselbe ist durch Anordnung von zwei kräftigen Ständern abgesteift, die zugleich den Raum für ein Tor begrenzen; es ist an und für sich dreifach statisch unbestimmt, für die in Frage stehende Belastung annähernd einfach statisch unbestimmt. Manche Konstrukteure pflegen die statische Unbestimmtheit dadurch zu umgehen, dafs sie in dem mittleren Felde keine Diagonalen anordnen, wodurch das System in zwei getrennte statisch bestimmte Scheiben zerfällt. Dadurch wird jedoch die an den Füfsen der Ständer durch die Horizontalkraft hervorgerufene negative Kraft meistens so grofs, dafs eine sehr kostspielige Verankerung erforderlich wird. Es kann daher nur empfohlen werden, die Diagonalen in dem mittleren Teil beizubehalten und die kleine Arbeit, die in der Berechnung der statisch nicht bestimmbaren Gröfse liegt, nicht zu scheuen.

In Fig. 334 wurden nur die wirksamen Diagonalen eingetragen, da die schlaffen Gegendiagonalen bei dieser Belastung ganz aufser Tätigkeit bleiben. Als statisch nicht bestimmbare Gröfse wählt man am besten das Moment M der Auflagerkräfte B und C. Zur Berechnung eignet sich hier vorzüglich die Methode der virtuellen Verschiebungen. Man denkt sich die beiden Auflager B und C

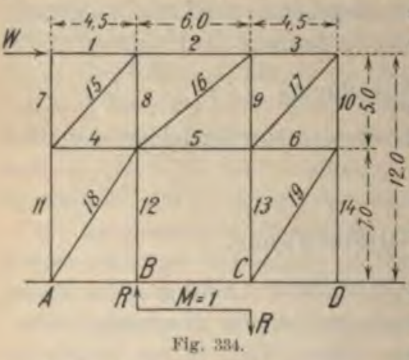


Fig. 334.

entfernt, die Kraft W auch beseitigt, und belastet die Punkte B und C durch ein Kräftepaar $M = 1$. Dasselbe gibt eine in B aufwärts und eine in C abwärts gerichtete Kraft, deren Wert R sich leicht berechnen läfst.

Nun ermittelt man die Stabkräfte S infolge dieser Belastung und die entsprechenden Längenänderungen Δl der Stäbe unter Voraussetzung von $E = 1$, multipliziert sie miteinander und addiert alle Produkte.

Zur Kraft W übergehend, schreibt man ihr den Wert 1 t zu und berechnet alle Stabkräfte T, die diesem Belastungszustand entsprechen (in A sowie in C wirkt die wagerechte Kraft $- \frac{1}{2} W$). Diese Kräfte werden mit den bereits ermittelten Δl multipliziert und die Produkte zusammen addiert.

Die Berechnung selbst führt man tabellarisch durch wie in folgendem Beispiel, für welches die in Fig. 334 eingetragenen Maſse gültig sind.

Stab	Stabkräfte S für $M = 1$ tm	Stablängen	Stabquerschnitte	Δl	Virtuelle Arbeit zu $M = 1$ $S \Delta l$	Stabkräfte T für $W = 1$ t	Virtuelle Arbeit zu $W = 1$ $T \Delta l$
	t	cm	cm²	cm	tcm	t	tcm
1	0	450	27,0	0	0	− 1,000	0
2	+ 0,060	600	27,0	+ 1,33	+ 0,080	− 0,980	− 1,303
3	− 0,060	450	27,0	− 1,00	+ 0,060	− 0,020	+ 0,020
4	− 0,060	450	40,8	− 0,66	+ 0,040	− 0,020	+ 0,013
5	+ 0,060	600	40,8	+ 0,88	+ 0,053	− 0,480	− 0,422
6	0	450	40,8	0	0	− 0,500	0
7	0	500	40,8	0	0	0	0
8	− 0,067	500	40,8	− 0,82	+ 0,055	− 0,022	+ 0,018
9	+ 0,100	500	40,8	+ 1,23	+ 0,123	− 0,800	− 0,984
10	− 0,067	500	40,8	− 0,82	+ 0,055	− 0,022	+ 0,018
11	+ 0,067	700	40 8	+ 1,15	+ 0,077	+ 0,022	+ 0,025
12	− 0,167	700	40,8	− 2,86	+ 0,477	0	0
13	+ 0,167	700	40,8	+ 2,86	+ 0,477	− 0,778	− 2,225
14	− 0,067	700	40,8	− 1,15	+ 0,077	− 0,800	+ 0,920
15	+ 0,090	673	11,8	+ 5,13	+ 0,462	+ 0,030	+ 0,154
16	− 0,156	781	11,8	−10,33	+ 1,610	+ 1,250	−12,912
17	+ 0,090	673	11,8	+ 5,13	+ 0,462	+ 0,030	+ 0,154
18	0	832	11,8	0	0	+ 0,925	0
19	0	832	11,8	0	0	+ 0,925	0
				$\Sigma S \Delta l =$	+ 4,108	$\Sigma T \Delta l =$	− 16,524

Hieraus folgt: $M = W \frac{16,524}{4,108} = 4,02\ W$; und schlieſslich:

$$B = - C = 0,67\ W; \quad - A = D = 0,55\ W.$$

Hätte man die Diagonale D_{16} fortgelassen, so wäre: $- A = B = - C = D = 1,33\ W$.

Der Ausdruck $\Sigma S \Delta l$ stellt die Arbeit des Momentes $M = 1$ dar, d. i. die Drehung der Geraden BC

bei diesem Belastungszustande. Der Ausdruck $\Sigma T \Delta l$ gibt die Arbeit der Kraft $W = 1$ an, d. i. die Verschiebung ihres Angriffspunktes bei der Wirkung des Momentes $M = 1$. Infolge des Maxwellschen Satzes ist aber die Drehung der Geraden BC unter der Wirkung der Kraft $W = 1$ ebenfalls durch $\Sigma T \Delta l$ ausgedrückt; um diese Drehung rückgängig zu machen, mufs man auf BC das Moment $M = -\frac{\Sigma T \Delta l}{\Sigma S \Delta l}$ wirken lassen. Im allgemeinen ist also $M = -W \frac{\Sigma T \Delta l}{\Sigma S \Delta l}$. Hiernach lassen sich die beiden Auflagerkräfte B und C sowie sämtliche Stabkräfte ohne jede Schwierigkeit ermitteln.

Zur vorläufigen Dimensionierung, die zur Durchführung dieser Berechnung unerläfslich ist, kann man annehmen, dafs $B = -C = -A = D$.

(Siehe Tabelle auf vorhergehender Seite 401.)

69. Zusammengesetzte Systeme.

Mit diesem Namen bezeichnen wir die Verbindung eines biegungsfesten Trägers durch Vertikalen mit einem polygonalen oder stetig gekrümmten Stabzug, der einen Teil der Last aufnimmt, einerlei, ob der Stabzug oberhalb oder unterhalb des Balkens liegt, mit diesem gemeinschaftlich oder unabhängig von ihm aufgelagert ist. Die in Fig. 335 skizzierten Systeme gehören zu dieser Klasse. Sie sind alle einfach statisch unbestimmt und erfordern deshalb die Aufstellung einer Elastizitätsgleichung.

Folgende Erörterungen beziehen sich besonders auf Hängebrücken; sie sind aber, sinngemäfs geändert, auch für Systeme gültig, wo der Stabzug auf Druck beansprucht wird.

Als erste Annäherung kann das Verfahren angewendet werden, welches zur Berechnung armierter Balken benutzt wurde. Man nimmt an, dafs die ganze Last

r von der Kette getragen und durch den Balken
verteilt wird, daſs sie der Form des Stabzuges ent-
icht. Zu diesem Zweck zeichnet man einen Strahlen-
chel, dessen Strahlen parallel zu den Stäben der
te laufen; sie schneiden auf einer beliebigen Senk-
hten Strecken ab,
proportional den
nnkräften der
be sind, der Be-
gung gemäſs, daſs
Kette sich dabei
Gleichgewicht be-
len muſs. Nennt
n diese Spann-
fte $X, Y, Z \ldots$ usw.,
sind also die Ver-
ältnisse dieser
ſsen unter sich
vornherein be-
nt. Der Balken
nun die positiven
ten zu tragen, die
ihm ruhen und
serdem die nega-
n $X, Y, Z \ldots$ Die

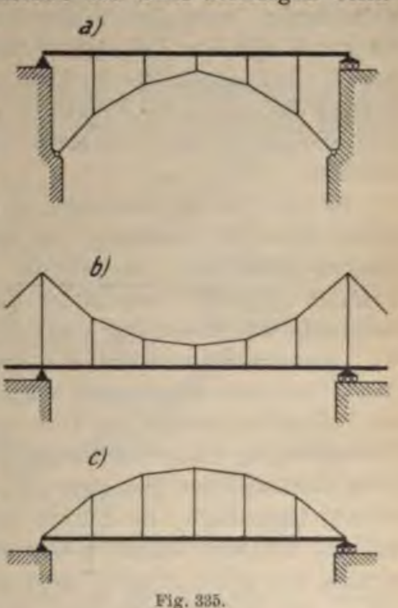


Fig. 335.

nme aller dieser Lasten ist infolge der ersten An-
me gleich Null. Es läſst sich also noch eine zweite
ichung aufstellen, wodurch die Berechnung aller Un-
annten möglich ist. Diese einfache Berechnungsart
ert nur für ganz kleine Bauwerke brauchbare Ergeb-
e; im allgemeinen ist sie nur zur vorläufigen Er-
telung der Querschnitte anwendbar.

Zur genauen Lösung der Aufgabe ist die Behandlung
h dem allgemeinen Verfahren für statisch unbestimmte
teme erforderlich.

Als statisch nicht bestimmbare Gröſse wählt man
besten die überall gleiche horizontale Projektion der

Spannkraft der einzelnen Kettenglieder. Man schreibt ihr den Wert 1 zu und ermittelt die entsprechenden Kräfte in allen Gliedern des Systems. Sehr geeignet dazu ist das graphische Verfahren: ein Strahlenbüschel, dessen Strahlen parallel zu den einzelnen Gliedern der Kette laufen, wird durch eine Senkrechte geschnitten, die um H von dem Pol entfernt liegt. Auf den Strahlen werden die Spannkräfte der Kettenglieder, auf der Senkrechten diejenigen der Vertikalen abgemessen. Letztere sind alle gleich, wenn die Kette die Form einer Parabel aufweist.

Es wird nun die Biegungslinie für den Versteifungsbalken unter der Belastung der Spannkräfte der Hängestangen gezeichnet; sie ist die Einflufslinie für die Kraft H. Um die zugehörige Einheit zu bestimmen, mufs man die Arbeit der Kraft $H = 1$ ermitteln, wozu ein rechnerisches oder ein graphisches Verfahren (Williot-Plan) angewendet werden kann. Von jedem der beiden Endpunkte der Kette ausgehend, wird deren Formänderung infolge der Längenänderung der einzelnen Teile (Kettenglieder, Hängestangen und ev. Versteifungsbalken) festgestellt. So kommt man von beiden Seiten auf ein mittleres Glied; die Annäherung seiner Endpunkte, um seine Längenänderung vergröfsert und mit der in ihm entstehenden Spannkraft infolge von $H = 1$ multipliziert, ist die gesuchte Einheit zur H-Linie. Aus derselben werden die Einflufslinien für alle Stäbe des Balkens, ähnlich wie bei einem Zweigelenkbogen, abgeleitet. Die betreffende Spannkraft läfst sich immer in die Form $S = S_0 - S_1 H$ bringen, wo S_0 die Kraft für den einfachen Balken bedeutet, und S_1 die Kraft infolge von $H = 1$ darstellt. Schreibt man diese Gleichung so: $S = S_1 \left(\frac{S_0}{S_1} - H\right)$, so ersieht man, dafs von den Ordinaten der S_0-Linie, auf S_1 als Einheit bezogen, diejenigen der H-Linie abzuziehen sind; die neue Einflufslinie hat als Multiplikator S_1.

Für diese Untersuchungen wird am besten die Kette als Seilpolygon für die Kräfte der Hängestangen betrachtet. So ist das Moment der Kraft H in dem Balken über C (Fig. 336) durch das Produkt $H\,y$ gegeben; das endgültige Moment ist also:

$$M_c = M_0 - H\,y = y\left(\frac{M_0}{y} - H\right),$$

wo M_0 das Moment für einen einfachen Balken AB darstellt. Man konstruiert also die Einflufslinie für das

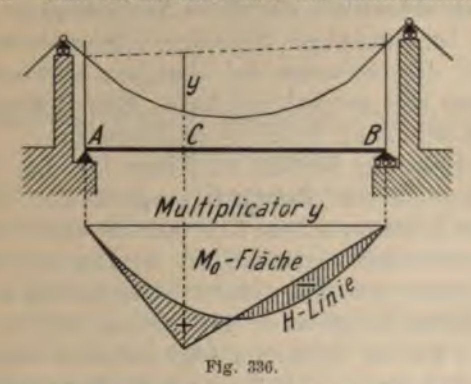


Fig. 336.

Moment in C, indem man die Linie für M_0 im Verhältnis $\frac{1}{y}$ reduziert (1 ist hier die Einheit der Kräfte) und deren Ordinaten von denen der H-Linie subtrahiert. Der Multiplikator ist y.

Die Folgen einer Temperaturänderung, einer Nachgiebigkeit der Stützen o. dgl. werden ganz ähnlich untersucht.

In bezug auf den Materialverbrauch sind derartige Systeme im allgemeinen nicht vorteilhaft; günstig sind grofse Felder, die nötigenfalls durch Zwischensysteme unterteilt werden. Eine Ausnahme machen die eigentlichen Hängebrücken, weil die Kette, besonders, wenn sie aus einem Kabel besteht, wesentlich höher beansprucht werden darf als der Versteifungsbalken.

Wie alle statisch unbestimmten Systeme gestatten auch diese, innere von der Belastung unabhängige Kräfte in dem Bauwerk wirken zu lassen; dadurch ist es möglich (wie bei einem durchgehenden Träger durch die Senkung einiger Stützen) eine günstigere Verteilung der Kräfte zu erzielen. Man darf aber auch nicht versäumen, die Temperaturkräfte bzw. den Einfluſs einer ungleichmäſsigen Erwärmung zu berücksichtigen, was den Vorteil reichlich aufwiegt.

Es sei schlieſslich die starke Nachgiebigkeit solcher Systeme bei einseitiger Belastung hervorgehoben; ein Umstand, der besonders bei einzelnen schweren Verkehrslasten sehr störend sein kann. Eine Untersuchung in dieser Beziehung ist dringend anzuraten.

Die Höhe des Balkens wird etwa $l/50$ für Parallelträger und $l/40$ für Parabelträger gewählt. Die Pfeilhöhe der Kette zwischen $l/12$ und $l/8$, ihre Form am besten parabolisch angenommen. Bei längeren Brücken ist dafür Sorge zu tragen, daſs bei Temperaturänderungen die mittleren Hängestäbe (Fig. 335 *a* und *b*) nicht allzu weit aus der lotrechten Lage geraten; nötigenfalls müssen beide Lager des Balkens verschieblich konstruiert werden und durch eine passende Anordnung von selbsttätig beweglichen Keilen dafür gesorgt werden, daſs der Mittelpunkt des Balkens seine Lage nicht ändert und doch die Längskräfte mit genügender Sicherheit aufgenommen werden.

Der Umstand, daſs beide Lager des Balkens sowohl positive wie negative Kräfte aufnehmen müssen, macht fast immer Verankerungen erforderlich, welche aber die Beweglichkeit nicht beeinträchtigen sollen.

VII. ABSCHNITT.

MAUERWERK.

---

70. Biegungsfestigkeit unter Ausschlufs von Zugspannungen.

Wirken auf einen Querschnitt eine Normalkraft P und ein Biegungsmoment M, so entstehen Druck- und Biegungsspannungen; ein Teil der Querschnittfläche kann auf Zug beansprucht werden. Bei Mauerwerk, bei der Sohle von Fundamenten und in ähnlichen Fällen, wo Zugspannungen ausgeschlossen sind, kann ein Teil des Querschnittes wirkungslos bleiben; dieser Teil ist stets gröfser als derjenige, der sonst auf Zug beansprucht wäre.

Die Untersuchung dieses Belastungszustandes stützt sich auf die Annahme, dafs die Spannungen linear verteilt sind und zwar, dafs sie proportional der Entfernung der Flächenelemente von der Nullinie wachsen. Die Produkte, Flächen $\times$ Spannungen ergeben Kräfte, deren Summe gleich P sein mufs, während die Summe der Momente in bezug auf die Nullinie dem Moment M gleich gesetzt wird.

Der Quotient $\frac{M}{P}$ liefert die Entfernung des Angriffspunktes der Kraft P vom Schwerpunkt des betrachteten Querschnitts. Oft sind zwei Momente M_x und M_y vorhanden; alsdann sind $x = \frac{M_x}{P}$ und $y = \frac{M_y}{P}$ die

Koordinaten des Angriffspunktes in bezug auf das Achsenkreuz $x\ y$, dessen Ursprung im Schwerpunkt liegt.

Angenommen, die Richtung der Nullinie sei bekannt, so teilt man (Fig. 337) den Querschnitt in eine An-

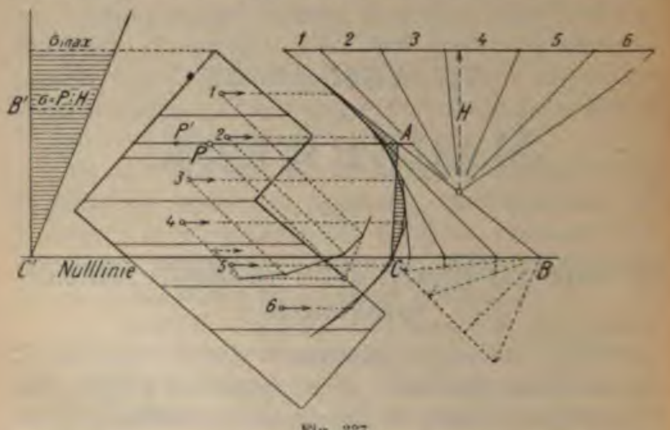


Fig. 337.

zahl schmaler Streifen durch Parallelen zur Nullinie. Die Flächen dieser Streifen werden als Kräfte betrachtet, die in den betreffenden Schwerpunkten angreifen und parallel zur Nullinie wirken; dazu zeichnet man ein Seilpolygon mit beliebiger Polentfernung H, und zieht durch den Angriffspunkt der Kraft P eine Parallele zur Richtung der Kräfte bis zum Schnitt in A mit dem ersten Strahl des Seilpolygons. Nun wird in das Seilpolygon eine stetige Kurve eingeschrieben, und die Gerade AC so gelegt, dafs die beiden schraffierten Flächen gleich werden. Alsdann geht die Nullinie durch C.

Um die Gröfse der Spannungen zu ermitteln, fafst man H als eine Fläche auf (nach demselben Mafsstab wie die Flächen der einzelnen Streifen) und berechnet die Spannung $\sigma = \frac{P}{H}$, die in der Entfernung BC von der Nullinie vorkommt. Man trägt sie am besten

bei B' auf, nachdem man $B'C' = BC$ rechtwinklig zu CC' konstruiert hat. Es ist nun leicht, das Diagramm der Spannungen (die dreieckige schraffierte Fläche) zu zeichnen und die gröfste Spannung zu ermitteln.

Es erübrigt nur noch zu prüfen, ob die Resultante der auf BC gemessenen Kräfte noch durch P geht, nachdem ihre Richtung um einen beliebigen Winkel gedreht worden ist, während ihre Angriffspunkte wie vorher mit den Schwerpunkten der Streifen zusammenfallen. Zweckmäfsig dreht man die Richtung so, dafs sie durch möglichst viele Schwerpunkte geht, denn alsdann dürfen die betreffenden Kräfte ohne weiteres addiert werden, wodurch etwas Arbeit erspart wird. Ist dies nicht möglich oder nicht vorteilhaft, so dreht man alle Kräfte um 90°, wobei der erste Strahlenbüschel noch benutzt werden kann, weil die Seiten des neuen Seilpolygons rechtwinklig zu denen des ersten stehen.

Geht die Resultante nicht durch P, so bedeutet dies, dafs die gewählte Richtung der Nullinie fehlerhaft war. Bei einem zu grofsen Fehler ist alsdann die ganze Arbeit zu wiederholen. Um einen Anhalt für die Wahl der neuen Richtung der Nullinie zu haben, bestimme man die Lage des Angriffspunktes P', für den die gewählte Nullinie gültig wäre. Die Richtung, nach der sich die Nullinie dreht, wenn der Angriffspunkt von P' nach P wandert, ist ohne weiteres ersichtlich.

Fig. 338.

Fig. 339.

Um von vornherein die Lage der Nullinie einigermafsen richtig zu wählen, beachte man, dafs, wenn der Angriffspunkt der Kraft auf einer Symmetrieachse des zu untersuchenden Querschnittes liegt, die Nullinie rechtwinklig dazu stehen mufs. Für den Fall der sogenannten schiefen Symmetrie gilt dieser Satz ebenfalls, sinngemäfs geändert (Fig. 338 und 339).

Ist der Querschnitt ein Parallelogramm und liegt der Angriffspunkt der Kraft auf einer Diagonale, so ist die Nullinie parallel zur andern; liegt der Angriffspunkt auf einer Mittellinie des Parallelogramms, so ist die Nullinie parallel zur andern.

Die Konstruktion der Nullinie nach irgend einem andern Verfahren ist nicht angängig, weil der wirksame Teil der Fläche von vornherein unbekannt ist.

Es sei noch bemerkt, dafs die Breite der Streifen wie für die Bestimmung der Trägheitsmomente nach Mohr (Seite 62) ziemlich grofs gewählt werden kann, etwa 1 cm und darüber. Nur unterlasse man nicht, die Schwerpunkte einigermafsen genau zu ermitteln, und eine stetige Kurve ins Seilpolygon einzutragen. Will man sich diese Mühe sparen, so wähle man die Breite der Streifen nur etwa 5 mm.

In keinem Falle versäume man, die Richtigkeit der Lage der Nullinie zu prüfen, denn ein kleiner Fehler kann auf die höchste Spannung einen erheblichen Einflufs haben.

Mit sinngemäfser Änderung ist die Konstruktion für den Fall eines exzentrischen Zuges zu verwenden, wenn der beanspruchte Körper keinen Druck übertragen kann, wie Lederriemen, dünne Blechplatten u. dgl.

Für einfache Fälle liefert die Rechnung folgende Ergebnisse:

1. Rechteck. $z = 3\,t$; $\sigma_{max} = \frac{2\,P}{3\,t\,h}$ (Fig. 340).

Fig. 340.

2. Kreis (angenähert, nach Keck).

$$z = t\left(2{,}33 + 0{,}58\,\frac{t^2}{r^2}\right) \text{ (Fig. 341);}$$

$$\sigma_{max} = 0{,}58\,\frac{P}{t\sqrt{2\,r\,t}}$$



Fig. 341.

$\frac{a}{R}$	$\frac{r}{R}=0,3$		$\frac{r}{R}=0,4$		$\frac{r}{R}=0,5$		$\frac{r}{R}=0,6$		$\frac{r}{R}=0,7$		$\frac{r}{R}=0,8$		$\frac{r}{R}=0,9$	
	$\frac{z}{R}$	$\frac{\sigma'}{\sigma_0}$	$\frac{z}{R}$	$\frac{\sigma'}{\sigma_0}$	$\frac{z}{R}$	$\frac{\sigma'}{\sigma_0}$	$\frac{z}{R}$	$\frac{\sigma'}{\sigma_0}$	$\frac{z}{R}$	$\frac{\sigma'}{\sigma_0}$	$\frac{z}{R}$	$\frac{\sigma'}{\sigma_0}$	$\frac{z}{R}$	$\frac{\sigma'}{\sigma_0}$
0,25	—	1,92	—	1,85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,30	1,91	2,10	1,97	2,04	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,35	1,75	2,29	1,87	2,23	1,89	2,10	1,98	2,04	—	—	—	—	—	—
0,40	1,61	2,54	1,76	2,42	1,75	2,29	1,84	2,20	1,93	2,07	—	—	—	—
0,45	1,46	2,83	1,53	2,67	1,61	2,51	1,71	2,39	1,81	2,23	1,90	2,10	—	—
0,50	1,32	3,20	1,38	2,98	1,46	2,80	1,56	2,61	1,66	2,42	1,78	2,26	1,89	2,10
0,55	1,16	3,71	1,22	3,42	1,29	3,14	1,39	2,89	1,50	2,67	1,62	2,42	1,74	2,26
0,60	1,00	4,40	1,04	4,02	1,12	3,58	1,21	3,24	1,32	2,92	1,45	2,64	1,58	2,42
0,65	0,85	5,37	0,87	4,90	0,94	4,34	1,02	3,80	1,13	3,30	1,25	2,92	1,40	2,64
0,70	0,72	6,79	0,73	6,25	0,75	5,40	0,82	4,65	0,92	3,86	1,05	3,83	1,20	2,95
0,75	0,60	8,73	0,60	8,10	0,60	7,26	0,64	5,97	0,72	4,81	0,85	3,93	0,99	3,33

3. Ringförmiger Querschnitt.

Nennt man (Fig. 342):

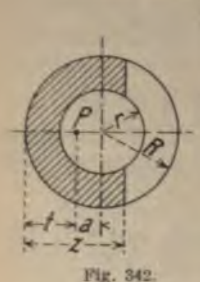


Fig. 342.

a die Entfernung des Angriffspunktes der Last P vom Mittelpunkt,

R den Halbmesser des äufseren Kreises,

r den Halbmesser des inneren Kreises,

σ' die gröfste Druckspannung,

$\sigma_0 = \frac{P}{\pi (R^2 - r^2)}$ die mittlere Druckspannung bei achsialer Belastung,

z die Breite der wirksamen Fläche,

so kann man z und σ' mit Hilfe der Tabelle auf Seite 411 berechnen (nach Keck, von Lang für sein Werk »Der Schornsteinbau« umgearbeitet).

71. Berechnung von Fundamenten.

Als zulässige Beanspruchungen kann man etwa annehmen:

Granitquader	45—50 kg/cm²
Klinkermauerwerk in Zementmörtel . .	15—18 »
Ziegelmauerwerk	7—10 »
Beton 8—10 kg/cm² (bis 15 kg/cm² bei guter Ausführung, Stampfung etc.)	
Guter Baugrund	2,5—5 »
Bruchsteinmauerwerk in Kalkmörtel .	5 »

Ein Pfahl von 25 cm Durchmesser darf mit 10 t, einer von 35 cm mit 20 t belastet werden. Bei sehr gutem Baugrund kann man bis auf das Doppelte dieser Zahlen hinaufgehen.

Auf eine Zugfestigkeit des Materials wird niemals gerechnet. Bei Beton und Zementmörtel nimmt man an, dafs die Spannungen sich nach einer Neigung von 1 : 1, bei gewöhnlichem Mauerwerk 1 : 2 fortpflanzen; der Sicherheit halber ist es angebracht, mit höchstens

/₃ dieser Werte zu rechnen.[1]) Den seitlichen Druck des Erdreiches läſst man unberücksichtigt, d. h. das Fundament wird stets so gerechnet, als ob es ganz frei in der Baugrube stände. Eine Ausnahme macht man nur mitunter bei den Widerlagern von Bogenbrücken.

Die auf den Abstufungen des Mauerwerks liegende Erde kann wohl mit in Rechnung gezogen werden.

Eventueller Wasserauftrieb ist stets zu berücksichtigen.

Bei der Berechnung beginnt man stets von oben und untersucht das Mauerwerk in 3 bis 5 verschiedenen Höhen. Sind Aussparungen vorhanden, so kommt der durch eventuelle Überwölbungen verursachte Schub mit in Betracht; für jeden einzelnen Teil der zu untersuchenden Fuge ermittelt man die Spannungen in mindestens drei Ecken. Denkt man sich diese Spannungen auf den betreffenden Ecken aufgetragen, so bestimmen ihre Enden eine Ebene, deren Abstand von der Fuge die Spannung in jedem Punkt darstellt. Der Rauminhalt zwischen dieser Ebene und der Fuge wird nun als eine Kraft betrachtet, welche lotrecht unter dem betreffenden Schwerpunkt angreift. (Zur Berechnung sind die Formeln auf Seite 21 geeignet.) So ermittelt man die angreifenden Kräfte für die untere Fuge, wo keine Aussparungen vorhanden sind. Die wagerechten Kräfte stellt man zusammen und läſst sie im Schwerpunkt der unteren Fuge angreifen. Das entstehende, meist kleine Drehungsmoment wird vernachlässigt, indem die Reibung (Koeff. 0,50) zur Aufnahme desselben genügt. Für Fugen, die nur teilweise gedrückt werden, ist das graphische Verfahren (Seite 408) zu

[1]) Nach den beim Bau der Stadtbahn in Berlin angestellten Versuchen ist die Verbreiterung eines Fundamentes nach der Sohle hin von der zulässigen Bodenpressung abhängig. Ein Bruch in dem aus Ziegeln in Wasserkalkmörtel bestehenden Mauerwerk wäre demnach nicht zu befürchten, wenn $\text{ctg}\,\varphi = 0{,}6\,(\sigma - 0{,}7)$ Fig. 343, wo σ in kg/cm² auszudrücken ist. Man erhält für

$\sigma =$ 2 2,5 3 3,5 4 4,5 5 kg/cm²;
$\text{ctg}\,\varphi =$ 4/3 1 3/4 3/5 1/2 4/9 2/5.

Fig. 343.

verwenden; ist dagegen die ganze Fläche gedrückt, so werden die vorkommenden Momente nach den Richtungen der Hauptachsen des Querschnittes zerlegt, jede Beanspruchung für sich berechnet und schliefslich die Ergebnisse addiert. Ist die Lage der Hauptachsen nicht bekannt, so gebraucht man am besten den Trägheitskreis (Seite 74).

72. Tonnengewölbe.

Ein schmaler Streifen eines Tonnengewölbes kann als ein gelenkloser Bogen betrachtet werden und ist demnach dreifach statisch unbestimmt. Die Theorie des eingespannten Bogens (Seite 378) und der allgemeinen Untersuchung krummer stabförmiger Körper sind hier ohne weiteres anwendbar. Man pflegt aber die Untersuchung nach vereinfachenden Annahmen und nach einfacheren, wenn auch nicht so genauen Verfahren durchzuführen, was im allgemeinen wohl genügend ist; für besondere Fälle mufs man aber die genaue Methode verwenden, nachdem man mit Hilfe der angenäherten die Form und die Abmessungen des Bogens festgestellt hat. Das Eigengewicht des Bogens und der Hinterfüllung spielt eine so wichtige Rolle, dafs man es immer und in erster Linie berücksichtigen mufs. Man nimmt an, dafs die Verkehrslast nur gleichmäfsig verteilt vorkommt und beschränkt sich meist auf die Untersuchung der beiden wichtigsten Fälle, nämlich der ganzen und der halben Belastung durch die Verkehrslast. Der letztere Fall ist für den Bogen selbst der ungünstigste. Der Einfachheit halber reduziert man die Belastung auf Mauerwerk bzw. Beton und ermittelt danach die Belastungshöhe für verschiedene Punkte des Gewölbes, wodurch die sog. Belastungslinie gegeben ist. Diese weicht im allgemeinen wenig von einer horizontalen Geraden ab; eine solche ist daher den folgenden Formeln zugrunde gelegt.

Als maſsgebende Belastung ist diejenige zu betrachten, bei der die Hälfte der Verkehrslast die ganze Brücke deckt; danach ermittelt man die Form und die Stärke des Gewölbes. Durch eine nachträgliche Untersuchung vergewissert man sich, daſs auch bei anderen Belastungen Stabilität vorhanden ist, und daſs keine übermäſsig hohen Spannungen vorkommen.

Für diese Untersuchungen betrachtet man ein Stück Gewölbe mit der Stärke 1 m senkrecht zur Zeichnungsebene.

Die Gewölbestärke im Scheitel nimmt man nach Tolkmitt etwa:

$$c = \frac{e + \frac{p}{2} + \frac{f}{10}}{\frac{200\,\sigma f}{3\,\gamma\,l^2} - 1}, \text{ wo}$$

σ = Beanspruchung in kg/cm²;
γ = spezifisches Gewicht des Mauerwerkes;
e = Überschüttungshöhe auf Mauerwerk reduziert in m;
p = Verkehrslast in t/m.

Nach Krohn kann man setzen: $c = \frac{l^2 (g + 1{,}8\,p)}{8 f (10\,\sigma - 35)}$ und am Kämpfer $c_1 = c\left(1 + 1{,}6\,\frac{f}{l}\right)$. In diesen Formeln bedeuten g und p die ständige bzw. die Verkehrs-Last in t/m für einen Streifen 1 m tief; alle Maſse sind in m, σ in kg/cm².

Nun rechnet man:

$$z_0 = c + e + \frac{p}{2} \text{ und}$$

$$m = \frac{z_0}{\frac{1}{8} + \frac{\gamma z_0}{10\,\sigma}} \text{ (Fig. 344).}$$

Die Form der inneren Leibung ergibt sich aus der Gleichung:

$$y = \frac{m x^2}{\frac{l^2}{4}\,\frac{f + m}{f} - x^2}.$$

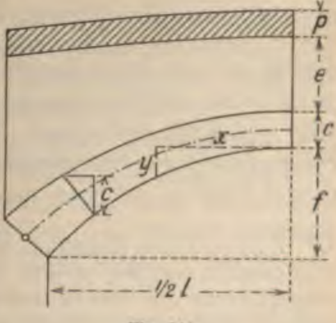


Fig. 344.

Die Länge der Fugen soll so gewählt werden, dafs ihre Vertikalprojektion konstant $= c$ wird, hiernach ist die äufsere Leibung nach der inneren und der Gröfse c eindeutig bestimmt.

Zur graphischen Untersuchung (Fig. 345) teilt man den Bogen durch Fugen in mehrere Teile und bestimmt die entsprechenden Teile der Auflast durch Senkrechte. (Nur bei sehr flachen Gewölben kann man die

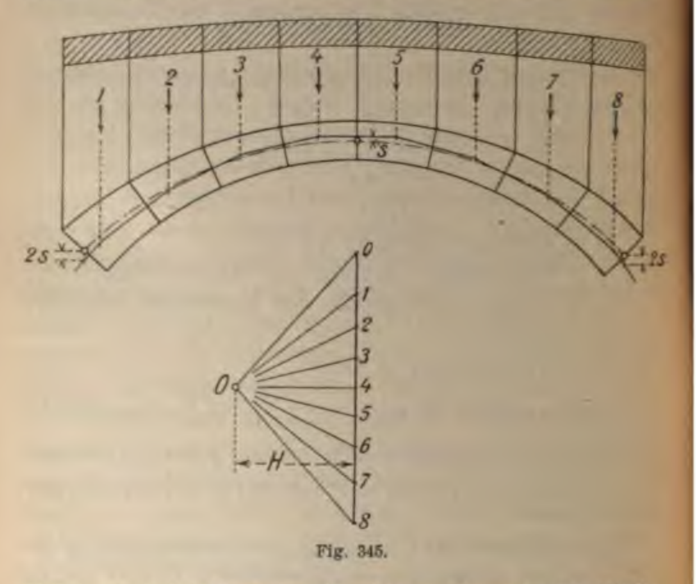


Fig. 345.

Fugen auch im Bogen senkrecht annehmen). Die Fläche jedes Teiles, mit dem spezifischen Gewicht γ multipliziert, wird als Kraft betrachtet, die vertikal wirkt und im Schwerpunkt der betreffenden Abteilung angreift.[1]) Mit diesen Kräften zeichnet man ein Seilpolygon, das im

[1]) Ist die äufsere Leibung des Bogens gegen die Kämpfer stark geneigt (mehr als etwa 30°), so mufs der betreffende Erddruck besonders ermittelt werden (vgl. Seite 424) und mit dem Eigengewicht des Bogenabschnittes zusammengesetzt werden. Nur in dem Fall, dafs nur die äufsersten Abteilungen stark geneigt sind, darf man diesen Umstand aufser acht lassen.

Scheitel um $s = \frac{1}{3} \frac{c^2}{f}$ oberhalb des Mittelpunktes, bei einer vertikalen Kämpferfuge um $2s = \frac{2}{3} \frac{c^2}{f}$ unterhalb desselben geht (Seite 133). Das Polygon stellt eine materiell gedachte Linie dar, die unter der Einwirkung der inneren und äufseren Kräfte nur in ihrer Längsrichtung beansprucht wird. Nur bei grofsen Quadern als Gewölbesteine ist es nötig, die Angriffspunkte der mittleren Pressungen in den Fugen miteinander zu verbinden, und die so entstehende Linie (die sog. Stützlinie) der weiteren Berechnung zugrunde zu legen.

Die Polweite H gibt ohne weiteres den Horizontalschub, die einzelnen Strahlen des Strahlenbüschels entsprechen den Kräften an den verschiedenen Stellen des Gewölbes. Der Angriffspunkt dieser Kräfte wird aus der Zeichnung abgegriffen und danach der Spannungszustand der betreffenden Fuge nach der Theorie der exzentrischen Druckbelastung ermittelt. Dieselbe Untersuchung ist für die Belastung der einen Hälfte des Gewölbes durchzuführen. Die Punkte, durch die das Seilpolygon im Scheitel und an den Kämpfern geht, bleiben dabei dieselben wie oben. Die Drucklinie darf in keinem Punkt aus dem mittleren Drittel der Fugen heraustreten, damit die Fugen nicht klaffen; es kann deshalb unter Umständen nötig sein, die gewählte Scheitelstärke zu vergröfsern oder die Bogenform etwas zu ändern.

Das Verfahren kann annäherungsweise auch für unsymmetrische Gewölbe gebraucht werden.

In den weitaus meisten Fällen begnügt man sich mit dieser Untersuchung. Will man eine genauere Berechnung durchführen, so mufs man zum allgemeinen Verfahren greifen, das hier in kurzen Worten auseinandergesetzt werden mag (vgl. auch S. 385). Das System ist dreifach statisch unbestimmt, erfordert also die Aufstellung von drei Elastizitätsgleichungen. Als statisch nicht bestimmbare Gröfsen wählt man zweckmäfsig die

beiden Einspannungsmomente M_A und M_B und den Horizontalschub H. Es werden drei Belastungszustände untersucht, indem jedesmal einer dieser Unbekannten den Wert 1, den beiden anderen den Wert 0 zugeschrieben wird. Für jeden Belastungszustand zeichnet man den vollständigen Formänderungsplan (Seite 254), ohne die Wirkung der Normalkräfte zu vernachlässigen; dabei denkt man sich den Bogen gewichtslos und von der Füllung getrennt. Für jeden deformierten Zustand schreibt man eine Elastizitätsgleichung, die ausdrückt, dafs die Summe der Arbeiten aller Kräfte (auch der statisch nicht bestimmbaren!) gleich Null ist. Die Arbeit der Momente ist gleich dem Moment, multipliziert mit dem Winkel, um den sich der Angriffsquerschnitt gedreht hat. Diese Drehungswinkel ergeben sich aus dem graphischen Plan. Die Arbeit der äufseren Kräfte führt man in ganz allgemeiner Form ein, als Produkt einer Vertikalkraft P mit der betreffenden Vertikalverschiebung η bzw. einer Horizontalkraft Q mit der Horizontalverschiebung ε.

Die Berücksichtigung horizontaler Kräfte ist nur in besonderen Fällen nötig, namentlich, wenn das Gewölbe so stark überhöht ist, dafs die Annahme eines vertikalen Druckes durch die Hinterfüllung nicht mehr zulässig erscheint, da die Neigung der äufseren Leibung dem Reibungswinkel der Erde zu nahe kommt, oder wenn Entlastungsaussparungen vorhanden sind, die durch kleinere Gewölbe gedeckt sind.

Man kommt also zu einem System von drei Gleichungen mit drei Unbekannten, deren Lösung man nach der auf Seite 34 angegebenen Methode durchführt. Alsdann ergibt sich für jede Unbekannte ein Ausdruck von der Form:

$$X = \alpha\,(P\eta_1 + Q\varepsilon_1) + \beta\,(P\eta_2 + Q\varepsilon_2) + \gamma\,(P\eta_3 + Q\varepsilon_3).$$

Danach braucht man nur die Ordinaten der Biegungslinien mit den Koeffizienten α, β und γ zu multiplizieren und algebraisch zu addieren, um die Einflufs-

linien für die betreffenden Unbekannten zu erhalten. Zweckmäfsig wird jede Einflufslinie in zwei geteilt, eine für die Vertikalkräfte aus den η und eine für die Horizontalkräfte aus den ε gerechnet. Man ist jetzt imstande, für jede beliebige Belastung die Werte der drei Unbekannten zu finden. Die vertikalen Auflagerkräfte sind:

$$A = A_0 + \frac{M_A}{l} - \frac{M_B}{l},$$

$$B = B_0 + \frac{M_B}{l} - \frac{M_A}{l}.$$

Hier sind A_0 und B_0 die Auflagerkräfte für einen einfachen Balken der Stützweite l.

Man teilt nun das Gewölbe und die Hinterfüllung (eventuell mit Überlast) in Streifen, analog dem angenäherten Verfahren, ermittelt die einzelnen Kräfte und nach diesen die Auflagerkräfte. Alsdann ist man in der Lage, das Seilpolygon zu zeichnen, dessen Polentfernung gleich H gemacht und der Pol so gewählt wird, dafs durch seine Projektion auf eine Senkrechte die Projektion des Kraftpolygons in zwei Teile gleich B bzw. A geteilt wird. Es ist nur noch die Kenntnis eines Punktes des Seilpolygons erforderlich, damit seine Lage in bezug auf das Gewölbe bestimmt ist. Dazu wählt man zweckmäfsig die Scheitelfuge, stellt die Ausdrücke des Biegungsmomentes und der Normalkraft für diesen Querschnitt auf, und rechnet aus dem Quotienten der beiden die Entfernung des Angriffspunktes der Druckkraft vom Mittelpunkt der Fuge. Das Weitere kann genau wie bei der angenäherten Untersuchung geschehen. Die Arbeit vereinfacht sich wesentlich, wenn der Bogen symmetrisch ist; man erhält alsdann die Biegungslinien für $M_B = 1$ aus denjenigen für $M_A = 1$ durch einfache Umklappung um die Symmetrieachse.

Nach diesem Verfahren ist es möglich, die Berechnung mit jeder gewünschten Schärfe und Genauigkeit durchzuführen. Es hat jedoch keinen rechten Zweck, in dieser Hinsicht zu übertreiben, beispielsweise mit

Einzellasten zu rechnen, denn wir sind doch immer im Unsicheren über die Verteilung dieser Lasten durch die Hinterfüllung, die jedenfalls die Kräfte auf eine ziemlich grofse Fläche wirken läfst. Auch ist uns die Nachgiebigkeit der Erde unbekannt; wenn sie auch sehr klein ist, kann sie doch einen Einflufs auf das Bauwerk haben, dessen Kämpfer nicht als absolut fest zu betrachten sind.

Man kann die Verkehrslast in Mauerwerk umrechnen zu etwa 1,40 m Höhe bei Ziegelmauerwerk ($\gamma = 1{,}7$), und 0,90 m bei Bruchstein oder Beton ($\gamma = 2{,}30$) für Eisenbahnbrücken, und 0,70 bzw. 0,45 m für Strafsenbrücken. Bei gröfseren Brücken, etwa über 12 m Spannweite tut man gut, die Belastung besonders zu ermitteln und umzurechnen, denn man wird zu kleineren Belastungshöhen geführt, als die hier angegebenen. Nach Engesser kann man immer annehmen:

für Eisenbahnbrücken: $$p = \frac{1}{\gamma}\left(1{,}20 + \frac{13{,}1}{l}\right),$$

für Stadtstrafsenbrücken: $$p = \frac{1}{\gamma}\left(0{,}44 + \frac{2{,}8}{l}\right),$$

für Landstrafsenbrücken: $$p = \frac{1}{\gamma}\left(0{,}36 + \frac{2{,}4}{l}\right).$$

Bei symmetrischen Bögen kann man sich darauf beschränken, die auf einer Hälfte belastete Brücke zu untersuchen, indem man die zur ganzen Belastung gehörigen Werte durch algebraische Addierung derjenigen für symmetrisch liegende Querschnitte ableitet.

Die zulässige Beanspruchung bei etwa zehnfacher Sicherheit kann für gewöhnliches Ziegelmauerwerk in Kalkmörtel 9 kg/cm², für bestes Klinkermauerwerk in Zementmörtel 16 kg/cm², für Werksteinmauerwerk in Zementmörtel 36 kg/cm², für Granit 50 kg/cm², für Beton 20 kg/cm² betragen. Diese Werte können noch etwas erhöht werden (bis auf 1,2 mal) in Fällen, wo genaue Untersuchung, gute Ausführung und zuverlässige

ımente Gewähr bieten, dafs die berechneten Be·
ıchungen nicht überschritten werden.
ei Gewölben mit Eiseneinlagen sind auch Zug-
ungen zulässig; geringe Abweichungen von der
tisch richtigen Form sind ungefährlich, und man
ıt oft mit kleineren Dimensionen aus, weil nicht
fürchten ist, dafs die Fugen klaffen. Für die Be-
ung geht man am besten von den oben aufge-
n Formeln aus. Aus der statischen Untersuchung
sich, wo man kleinere Abmessungen wählen darf.
die Berechnung der Monierbauten bei Druck und
ng siehe Seite 495.

73. Widerlager und Pfeiler.

ie Widerlager und Pfeiler bilden die Fortsetzung
ewölbes und müssen im Zusammenhang damit ent-
n werden.
er Gang der Berechnung entspricht genau dem-
n für Stützmauern (Seite 428), weshalb er hier
ı kurzen Worten angedeutet sei.
as rechnerische Verfahren kann mit Vorteil an-
det werden in allen Fällen, in denen es nur
f ankommt, den Spannungszustand von einer oder
ugen zu ermitteln. Vielfach beschränkt man sich
f, die Untersuchung für die Fufsfuge (wo das
ımentmauerwerk anfängt) und für die Fundament-
durchzuführen.
lan ermittelt alle Kräfte, die oberhalb der be-
ıden Fuge angreifen, und zwar für die ungünstigste
ungsweise. Diese ist, für Pfeiler:
Vertikalkräfte und Horizontalschub infolge der
ständigen Last der angrenzenden Brücke;
Vertikalkraft und Horizontalschub infolge der Ver-
kehrslast nur auf einer angrenzenden Brücke. Die
ungünstigste Belastung entsteht (mit genügender
Annäherung), wenn ein Teil der betreffenden Brücke,

etwa $^1/_4$ von dem Pfeiler ab, unbelastet ist. Sind A die Auflagerkraft und H der Horizontalschub für volle Belastung, so nimmt man:

$$A' = \frac{9}{16} A = 0{,}56\,A; \quad H' = \frac{27}{32} H = 0{,}84\,H.$$[1]

c) das Eigengewicht des Pfeilers selbst;

d) alle andern eventuell in Betracht kommenden Kräfte, wie Wind, Bremskraft, Zentrifugalkraft u. dgl.

Für Widerlager kommt aufserdem der Erddruck in Betracht (man rechne mit dem aktiven, nicht mit dem passiven Druck!). Es kann schliefslich erforderlich sein, auch besondere Belastungsfälle zu untersuchen, z. B. bei einem Pfeiler den Fall, dafs eins der anschliefsenden Gewölbe eingestürzt ist, bei einem Widerlager den Fall, dafs die Hinterfüllung noch fehlt u. dgl. mehr. In diesen Fällen kommt keine Verkehrslast in Frage, und es genügt, dafs das Bauwerk mit einer geringen Sicherheit noch standfest ist.

In bezug auf den Schwerpunkt des Querschnittes ermittelt man das Biegungsmoment und die Normalkraft und berechnet die Spannungen, wie auf Seite 79 angegeben. Falls ein Teil des Querschnittes Zugspannungen aufweist, ist man auf die Formeln auf Seite 410 oder auf das graphische Verfahren (Seite 407) angewiesen. Querkraft und Torsionsmoment werden fast immer vernachlässigt.

Die graphische Untersuchung erlaubt, den Verlauf der Drucklinie genau zu verfolgen. Es wird der Mauerkörper durch wagerechte Schnitte in mehrere Teile geteilt und für jede Fuge alle Kräfte zusammengestellt, zweckmäfsig mit Hilfe eines Seilpolygons. Für die

---

[1] Will man genauer rechnen, so ermittelt man die in Betracht kommende Belastungsscheide, indem man von dem Kernpunkt des zu untersuchenden Querschnittes aus eine Tangente zur Umhüllungslinie der Kämpferdrücke zieht und sie zum Schnitt mit der Kämpferdrucklinie bringt.

ugen, für welche man die Spannungen berechnen will, reift man aus der Zeichnung die Gröſse der Normal-raft und die Exzentrizität ihres Angriffspunktes ab und erfährt weiter wie oben.

Sind in dem Mauerwerk groſse Aussparungen, so önnen diese, wie folgt, berücksichtigt werden. Man ihrt einen Schnitt am Fuſs der Aussparungen so, daſs nterhalb desselben wieder der volle Querschnitt gültig t. Die verschiedenen kleinen Querschnitte, die oberalb dieser Ebene liegen, betrachtet man als getrenn-n Pfeilern angehörend. Das Gewicht des darüber egenden Mauerwerks wird entweder nach dem Gesetz es einfachen Balkens oder nach dem des Gewölbes erteilt, je nach der Art und Weise wie die Aussparung edeckt ist; im letzten Falle hat man auch den betref-nden Horizontalschub zu berücksichtigen. Die über en Aussparungen angreifenden äuſseren Kräfte verteilt an auf die kleinen Querschnitte proportional den rodukten Fläche mal mittlere Spannung. Diese ittlere Spannung setzt man am besten gleich der-nigen, die sich für den betreffenden Teil des unmittel-ar oberhalb der Aussparungen liegenden Querschnittes gibt.

Fugen, die ziemlich tief unter der Aussparung egen, können wieder als voll gelten; zur Entscheidung, o dies zulässig ist, pflegt man anzunehmen, daſs die pannungen sich unter einem Winkel von höchstens 5° fortpflanzen. Für die Berechnung von Mauerwerk-örpern ist es aber ratsam, nicht so weit zu gehen; bei uter Mauerung in verlängertem Zement kann höchstens ne Fortpflanzung der Spannungen unter der Neigung $_2$ angenommen werden, für gewöhnliches Mauerwerk ur $^2/_1$. Die Neigung $^1/_1$ kann nur für vorzüglichen eton zugelassen werden, und zwar für Fundamente, ie auf nicht besonders gutem Baugrunde stehen, wo lso die Spannung auf die Sohle nicht über 3 kg/cm² ein darf.

Man führt gewöhnlich ein Gewölbe als solches erst von der um 30° gegen die Horizontale geneigten Fuge aus; bis dahin wird die gewünschte Form durch Auskragen der horizontalen Schichten zustande gebracht.

74. Ermittelung des Erddruckes.

Wirkt der Erddruck gegen eine Wand, so hat man den sog. tätigen oder aktiven Erddruck, wirkt dagegen eine äufsere Kraft auf die Wand, so dafs diese die Erdmasse in Bewegung setzen würde, so hat man den ruhenden oder passiven Erddruck.

Die Berechnung wird immer für 1 m Tiefe der Wand sowie des Erdreiches durchgeführt.

Bei ebener Wandfläche und beliebiger Begrenzung der Hinterfüllung gelten, wenn φ den natürlichen Böschungswinkel der Erde und ψ den Winkel der Richtung des Erddruckes mit der Wagerechten bezeichnet, folgende Sätze:

1. Die Spur AC der Gleitebene liegt so, dafs die Flächen ABC und ACD gleich sind (Fig. 436).
2. Der Erddruck E ist gleich der Fläche CDE, multipliziert mit dem spezifischen Gewicht der Erde.

Der Reibungswinkel φ' zwischen Erde und Wand wird meistens gleich φ gesetzt; es wird aber auch oft $\varphi' = 0$ genommen (letztere Annahme wird von den Eisenbahndirektionen immer vorgeschrieben).

Bei ebener Begrenzung der Hinterfüllung ermittelt man den Erddruck wie folgt (Fig. 347).

Man zieht die Linie AS (Stellungslinie), die mit der Wand den Winkel $\varphi + \varphi'$ bildet, weiter AF als Begrenzung der Böschung und BG parallel AS; alsdann ist AD die mittlere Proportionale zwischen AG und AF. Nun zieht man DC parallel zu BG und macht $DE = DC$.

Die mittlere Proportionale kann, wie in Fig. 346 geschehen, konstruiert oder nach einem beliebigen Verfahren, z. B. rechnerisch, ermittelt werden. Fällt der Punkt F zu weit, so kann man sich helfen durch Projektion von A, G und F auf AB mittels Parallelen zu BF;

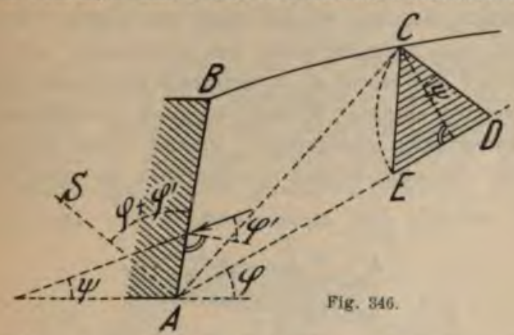


Fig. 346.

mit Hilfe eines Halbkreises über AB findet man die Projektion von D, von der man mittels einer Parallelen zu BF auf den Punkt D gelangt. Man versäume nicht, besonders wenn F sehr weit fällt, die Gleichheit der

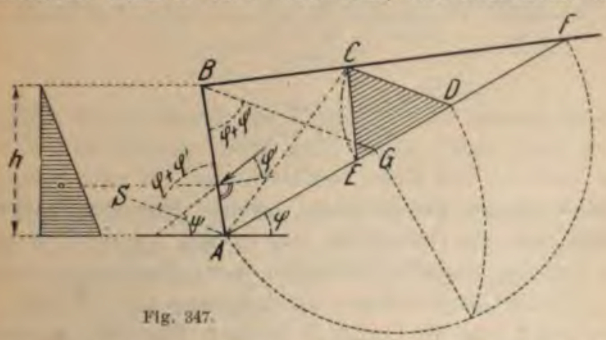


Fig. 347.

Flächen ABC und ACD zu kontrollieren. Fällt F ins Unendliche, ist also BF die natürliche Böschung, so kann das Dreieck CDE an einer beliebigen Stelle konstruiert werden.

Man konstruiere nun ein Dreieck (auf der linken Seite der Fig. 347 durch Schraffierung hervorgehoben),

mit Höhe h gleich dem vertikalen Abstand von B und A, und dessen Fläche dem aus dem Dreieck CDE berechneten Erddruck entspricht. Alsdann liegt der Angriffspunkt des Erddruckes in der Höhe des Schwerpunktes der in Betracht kommenden Fläche, welche die Größe des Druckes angibt. So ist, wenn die ganze Wand belastet ist, der Angriffspunkt des Erddruckes auf $\frac{1}{3} h$; kommt nur die Höhe h' in Betracht (bei einer polygonalen Begrenzung der Wand), so sind die Fläche und der Schwerpunkt maßgebend, welche dieser Höhe entsprechen. Ist eine Überlast vorhanden, so wird sie auf

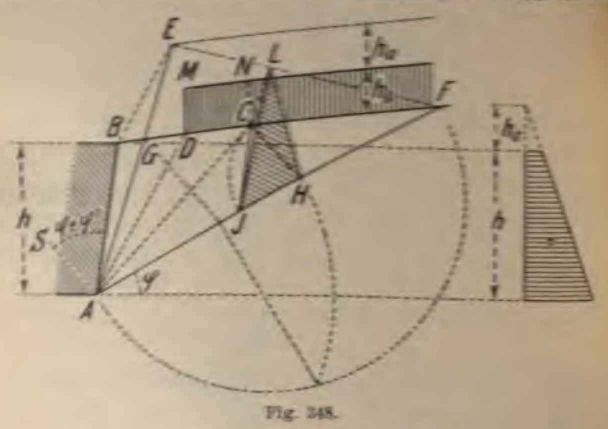


Fig. 348.

das Gewicht von Erde reduziert und auf eine entsprechende Breite gleichmäßig verteilt. Dementsprechend formt man die Oberfläche um, so daß zur Bestimmung des Druckes dasselbe Verfahren verwendet werden kann.

Ist die Überlast durch ein Erdprisma von der Höhe h_0 dargestellt, das im Punkt D beginnt (Fig. 348), so ziehe man eine Parallele zu BF in der Höhe $2\,h_0$, ferner BE parallel zu AD, und verbinde E mit A. Dadurch wird der Punkt G bestimmt, der ebenso zu gebrauchen ist wie der Punkt B in Fig. 347; denn wie auch die Gleitlinie AC liegen möge, es ist immer:

$$\text{Fläche } ABDMNC = \text{Fläche } AEC.$$

Das Dreieck HCJ wird wie oben ermittelt; dasselbe stellt den Erddruck ohne Überlast dar. Bezeichnen nun E und E_1 die Erddrucke ohne resp. mit Überlast, so verhält sich:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{h + 2h_0}{h} = \frac{AE}{AG} = \frac{\text{Lot von } E \text{ auf } AF}{\text{Lot von } G \text{ auf } AF}.$$

Zieht man CL parallel zu AE, so entsprechen die Lote von C und L dem gewünschten Verhältnis. Das Dreieck JHL stellt also den gesuchten Erddruck dar. Man konstruiert nun das rechts schraffierte Trapez, dessen Fläche gleich dem gesamten Erddruck ist; der Angriffspunkt des letzteren liegt auf gleicher Höhe

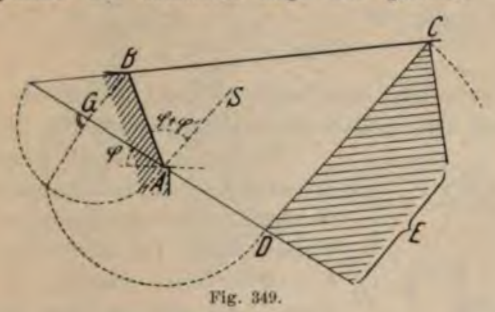


Fig. 349.

mit dem Schwerpunkt des Trapezes. (In diesem Falle ist die Darstellung nicht ganz genau, aber stets genügend).

Bei unregelmäfsiger Belastung bzw. Begrenzung des Geländes ist man für die Ermittelung der Gleitlinie auf Versuche angewiesen. Es mufs (Fig. 346) Fläche ABC = Fläche ACD sein; das Dreieck CDE stellt immer den Erddruck dar.

Wird die Wand durch eine gebrochene Linie begrenzt, so verlängert man jede Seite bis zur Oberfläche und ermittelt das Druckdreieck bzw. Trapez wie oben. Für jede Seite findet man nun leicht Druck und Angriffspunkt. Krumme Flächen werden durch polygonale ersetzt.

Will man den ruhenden Erddruck ermitteln (der z. B. für Widerlager von Bogenbrücken in Betracht kommt), so wird die Stellungslinie auf der anderen Seite der Mauerwand (d. h. wo das Erdreich liegt) konstruiert. Man erhält, wie aus Fig. 349 ersichtlich, durch die oben angegebene Konstruktion das Dreieck CDE, das ebenfalls den Erddruck darstellt. Das Übrige bleibt wie oben.

Für den ziemlich oft vorkommenden Fall einer senkrechten Wand, unter Annahme von $\varphi = \varphi' = 30°$ kann man den tätigen Erddruck mit Hilfe folgender Formeln berechnen:

$$D = 0{,}433\,\gamma\,h^2 \frac{0{,}285 + \frac{h_1}{h}}{0{,}830 + \frac{h_1}{h}};\quad H = \frac{13}{15}D;\quad V = \frac{1}{2}D.$$

Hier ist γ das spezifische Gewicht der Erde; die Bedeutung der anderen Buchstaben geht aus Fig. 350 hervor.

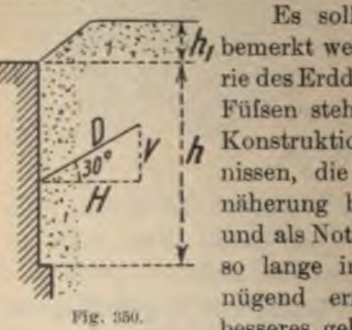


Fig. 350.

Es soll schliefslich ausdrücklich bemerkt werden, dafs die ganze Theorie des Erddruckes auf sehr schwachen Füfsen steht. Die davon abgeleiteten Konstruktionen führen zu Ergebnissen, die nur als eine grobe Annäherung betrachtet werden können und als Notbehelfe gebraucht werden, so lange in diesem noch nicht genügend erforschten Gebiete nichts besseres geboten wird.

Für die durchschnittlichen Werte von φ und γ siehe Seite 430.

75. Berechnung von Stützmauern.

Es wird stets ein Abschnitt Mauer und Erdreich von 1 m Tiefe rechtwinklig zur Ebene der Zeichnung betrachtet. Man zerlegt die Stützmauer durch wagerechte Gerade in mehrere Teile (Fig. 351); für jeden derselben ermittelt man den Erddruck und das Eigen-

Gewicht und setzt diese beiden Kräfte in einem besonderen Kräftepolygon zusammen. Die Wirkungslinien dieser Kräfte sind in der Figur ausgezogen und mit den Zahlen 1, 2, 3 . . . . bezeichnet; sie sind immer parallel zur betreffenden Kraft und gehen durch den jedesmaligen Schnittpunkt der Wirkungslinie des Erddruckes mit der Senkrechten durch den Schwerpunkt des Mauerabschnittes. Für die Fuge zwischen *I* und *II* kommt nur die Kraft 1 in Betracht; für die Fuge zwischen *II* und *III* ist die Resultante der Kräfte 1 und 2 mafsgebend; für die Fuge zwischen *III* und *IV* sind die

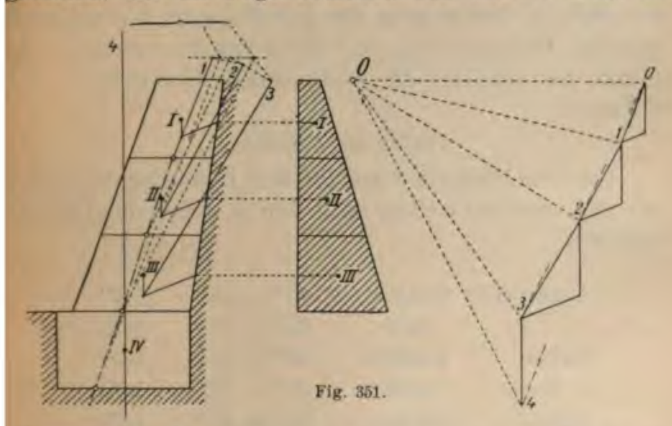


Fig. 351.

Kräfte 1, 2 und 3 zu einer einzigen zusammenzusetzen usw. Die Zusammensetzung der Kräfte wird zweckmäfsig mit Hilfe eines Seilpolygons durchgeführt, auf dessen erstem Strahl die verschiedenen Seiten die Punkte bestimmen, durch welche die Wirkungslinien der in Betracht kommenden Kräfte gehen. Letztere sind in dem Kräftepolygon durch die Strahlen 01, 02, 03 . . . . . nach Gröfse und Richtung dargestellt. So findet man die Angriffspunkte der Kräfte auf allen Fugen; die durch diese Punkte gehende gebrochene Linie (strichpunktiert gezeichnet) heifst die **Stützlinie**; damit keine Zugspannungen vorkommen, darf sie niemals aus dem mittleren

Drittel der Mauer heraustreten. Man ist jetzt imstande, den Spannungszustand jeder Fuge rechnerisch zu untersuchen.

Es empfiehlt sich, die Wirkungslinien der einzelnen Kräfte auf beiden Seiten reichlich lang zu zeichnen und zur Bestimmung der Lage der einzelnen Resultanten zwei sehr weit voneinander liegende Seilpolygone zu konstruieren; sonst kann man infolge verschiedener kleiner Ungenauigkeiten für die unteren Fugen zu groben Fehlern kommen.

Diese Untersuchung läfst sich auch rechnerisch durchführen, indem man für jede Fuge die Normalkraft und das Moment (auf den Schwerpunkt bezogen) ermittelt und danach die eintretenden Spannungen berechnet.

Praktische Angaben.

Die Durchschnittswerte für den Böschungswinkel φ und das spezifische Gewicht γ sind in folgender Tabelle enthalten:

		φ	γ
Dammerde	trocken	$40^0 - 45^0$	1,40
»	nafs	$30^0 - 37^0$	1,80
Lehm	trocken	$40^0 - 45^0$	1,50
»	nafs	$20^0 - 25^0$	1,90
Sand	trocken	$35^0 - 40^0$	1,65
»	nafs	$24^0 - 26^0$	2,00
Kies	trocken	$35^0 - 40^0$	1,60
»	nafs	$25^0 - 27^0$	1,80
Geröll	eckig	$40^0 - 45^0$	1,77
»	rundlich	$30^0 - 35^0$	1,77
Kohlen		$45^0 - 50^0$	0,90

Ist die Mauerwand gut entwässert, so wirkt in deren Ebene die volle Reibungskraft, d. h. es ist $\varphi' = \varphi$, sonst wird $\varphi' < \varphi$ angenommen und zwar um 5^0–10^0. Vielfach wird $\varphi' = 0$ gesetzt.

Die Vorderfläche der Mauer erhält meistens einen kleinen Anzug ($^1/_{10} - ^1/_5$); die Hinterfläche ist häufig

[redacted]

ınz vertikal oder in der oberen Hälfte vertikal, in der ıteren parallel zur Vorderfläche abgestuft.

Zur vorläufigen Berechnung der Mauerstärke in der efe h unter der Krone gibt Hintze die Formeln:

$s = 0{,}40\,h + 0{,}016\,h^2$ für nasse Hinterfüllung,

$s = 0{,}32\,h + 0{,}011\,h^2$ für trockene Hinterfüllung

(Maſse in m).

e Kronenstärke soll niemals unter 0,6 m betragen.

VIII. ABSCHNITT

TECHNISCHE AUFGABEN.

76. Knicksicherheit offener Brücken.

Um die Steifigkeit der Ständer zu berücksichtigen, führt man die Kraft H ein, welche beiderseits an den oberen Knotenpunkten angebracht (Fig. 352) jeden derselben um 1 cm verschiebt. Mit Hilfe der Formeln für die Durchbiegung gerader Stäbe mit konstantem Trägheitsmoment findet man

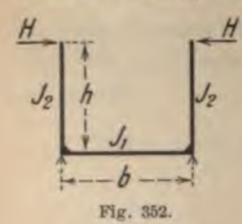


Fig. 352.

$$H = \frac{2\,E\,J_1}{h^2\left(\frac{2\,h}{3}\,\frac{J_1}{J_2} + b\right)}.$$

Der in jedem Knoten durch ein Gelenk unterbrochene Gurt würde die in Fig. 353 punktiert angedeutete Form annehmen;



Fig. 353.

infolge der eigenen Steifigkeit kann er sich aber in der Tat nur nach der wellenförmigen Linie biegen. Ist T die unveränderlich angenommene Gurtkraft, J das Trägheitsmoment, so lautet die Gleichgewichtsbedingung: $\frac{4\,T\,\delta}{a} = H\,\delta + 48\,\frac{E\,J\,\delta}{a^3}$.

Danach ist die Tragkraft (bei einfacher Knicksicherheit!)

$$T = \frac{a}{4} H + \frac{12\, E J}{a^2}.$$

Bei Annahme von Gelenken in den Knoten ist $J = 0$ zu setzen, und es wird einfach $T = \frac{a\, H}{4}$. Um die Kontinuität des Gurtes zu berücksichtigen, mufs man zuerst die gefährlichste Länge a der Wellen ermitteln, indem man für a die vielfache Länge der Knotenentfernung einsetzt, die sich dem Wert $a = 4 \sqrt[3]{\frac{3}{2} \frac{E J}{H}}$ am meisten nähert und folglich das Minimum für T liefert (man findet sie schneller durch Versuche). Bildet sich eine solche Wellenlinie, so sind in der Tat mehrere Ständer in Mitleidenschaft gezogen, jedoch wird dieser Umstand keinen sehr grofsen Fehler verursachen, weil dieselben sich nicht weit von den Wendepunkten befinden.

Ist eine grofse Anzahl gleicher Rahmen vorhanden, sodafs man annehmen kann, der Gurt sei stetig gestützt, so leitet Engesser, mit Hilfe ähnlicher Betrachtungen, die Formel ab: $T = 2 \sqrt{\frac{E J H}{a}}$, wo für a die Entfernung der Ständer eingesetzt werden mufs.

Für den praktischen Gebrauch setzt man in diese Formeln für die verschiedenen Längen und Trägheitsmomente Mittelwerte ein; aus dem Vergleich der Knicklast T mit der tatsächlich vorkommenden Gurtkraft (auch ein Mittelwert!) ergibt sich die vorhandene Knicksicherheit. Mit Rücksicht auf die Stofswirkungen, auf mangelhafte Ausführung usw. sollte man eine vierfache Sicherheit erstreben.

Beispiel. Bei der im Jahre 1892 eingestürzten Strafsenbrücke bei Praunheim[1]) (Reg.-Bez. Wiesbaden), hatte man:
$h = 270$ cm; $a = 300$ cm; $b = 520$ cm; $J_1 = 29170$ cm^4, $J_2 = 340$ cm^4; $J = 1100$ cm als Mittelwerte. Mit $E = 2150$ t/cm^2 ergibt sich $H = 0{,}107$ t.

[1]) Z. d. V. d. J. XXXVII (1893) S. 426.

Die gefährliche Wellenlänge entspricht vier Feldern; mit $a = 120$ cm findet man $T = 51{,}8$ t (die Formel von Engesser liefert $T = 58{,}0$ t). Der Einsturz der Brücke erfolgte, als eine darauf fahrende 17,5 t schwere Dampfstrafsenwalze sich ungefähr auf der Mitte befand; die mittleren Gurtstäbe hatten die Kraft von ∾ 54 t auszuhalten, waren also ungenügend knickfest. — Auffallend ist der niedrige Wert von H, der an und für sich genügen sollte, Mifstrauen zu erwecken.

Wie die Ableitung der angegebenen Formel zeigt, kann man diese Rechnungsart nur als eine grobe Annäherung betrachten. Der Druckgurt ist nicht auf reine, sondern auf zusammengesetzte Knickfestigkeit beansprucht und sollte als durchgehender Träger auf elastischen Stützen, ursprünglich um bekannte Gröfsen verschoben, behandelt werden. Nach Ermittelung der endgültigen Verschiebungen und der Stützenkräfte läfst sich die wirkliche Beanspruchung berechnen[1]). Diese Untersuchung ist aber so umständlich, dafs man sich meistens auf die Anwendung der oben angegebenen angenäherten Formel beschränkt.

Dieselbe Formel kann für Träger mit polygonalem Obergurt mit einer gewissen Annäherung gebraucht werden; in diesem Fall ist a auf einer Wagerechten zu messen.

77. Vergitterte Stäbe.

Lange gedrückte Glieder werden zweckmäfsig aus zwei einfachen oder zusammengesetzten Profilen gebildet, welche durch ein leichtes Gitterwerk oder durch Querplatten miteinander verbunden werden. Für die Knicksicherheit verhält sich ein solcher Stab so ziemlich wie ein einziges Profil, vorausgesetzt, dafs

1. die Entfernung der Anschlüsse der Versteifungsglieder nicht gröfser ist als die Knicklänge der zu verbindenden Profile $\left(\text{theoretisch } 65\sqrt{\frac{J}{F\sigma}}\,\text{cm}\right)$;
2. die Versteifung genügend kräftig ist.

---

[1]) Vgl. W. Ritter, Der kontinuierliche Balken, Seite 163.

Um über die auf das Gitterwerk bzw. auf die Querplatten wirkenden Kräfte einen Anhalt zu haben, schlagen wir folgende Berechnungsart vor. Nach den Versuchen von Tetmayer, Bauschinger, Considère u. a. ist die Knicklast für Stäbe aus Fluſseisen mit $\frac{l}{i} < 106$ (was meistens zutrifft) durch die Formel ausgedrückt: $K = \left(3{,}1 - \frac{1}{88}\,\frac{l}{i}\right)$ t/cm², wo i den Trägheitsradius des ganzen Querschnittes bezeichnet. Im vorliegenden Fall ist $i = \frac{h}{2}$, wo h die Entfernung der Schwerachsen der beiden Profile bedeutet. Setzen wir, um sicher zu gehen, die Quetschgrenze für das Fluſseisen 3,1 t/cm², so ist bei der Knickspannung der Teil $\frac{1}{88}\,\frac{l}{i} = \frac{1}{44}\,\frac{l}{h}$ dem Einfluſs der Biegung zuzuschreiben.

Die Biegungslinie eines auf Knickung beanspruchten Stabes unterscheidet sich sehr wenig von derjenigen eines gleichmäſsig belasteten Balkens, d. h. die Biegungsmomente sind sehr angenähert ebenso groſs wie die von einer gleichmäſsig verteilten Last p hervorgerufenen; man kann also für das Moment in der Mitte $M = \frac{pl^2}{8}$ setzen. Die entsprechende Spannung in den Gurtungen ist: $\sigma = \frac{M}{hF} = \frac{pl^2}{8\,hF}$, wo F die Fläche einer Gurtung bezeichnet. In dem Augenblick, wo der Stab ausknickt, ist also: $\frac{pl^2}{8\,hF} = \frac{1}{44}\,\frac{l}{h}$, woraus $p = \frac{2\,F}{11\,l}$. Die entsprechende Querkraft am Ende des Stabes ist:

$$Q = p\,\frac{l}{2} = \frac{F}{11}.$$

Für die Versteifung ist diese Kraft maſsgebend; da sie aber der Bruchbelastung entspricht, so muſs sie in einem gewissen Verhältnis verkleinert werden, denn die gewählten Profile bzw. die Nietanschlüsse brauchen

nicht tragfähiger zu sein als der Hauptstab. Nimmt man sehr gering an, daſs unsere Dimensionierung im allgemeinen mit $\sigma = 1$ t/cm², $\tau = 0{,}8$ t/cm² (für die Niete) nur eine etwa dreifache Sicherheit gewährt, so ist die maſsgebende Kraft: $Q = \frac{F}{33}$.

Diese Querkraft nimmt nach der Mitte hin ab, bei gleichmäſsig belasteten Stäben linear, nach der strengen Theorie der Knickung nach einer Sinus-Linie. In Wirklichkeit, wegen des Einflusses der unvollständigen Einspannung an den Enden, trifft beides nicht zu; man geht sicher, wenn man annimmt, daſs sie auf der Länge $\frac{1}{6}l$ konstant bleibt und von dort bis auf die Mitte linear abnimmt.

Beispiel 1. Es seien zwei ⊏-Eisen *N P* 30 in lichter Entfernung von 18 cm so zu verbinden, daſs ein in beiden Richtungen gleich knickfester Stab entsteht. Die ganze Länge sei 8 m. Man hat: $h = 18 + 5{,}4 = 23{,}4$ cm $F = 58{,}8$ cm², also $Q = 1{,}8$ t.

Die Entfernung der Knoten des Gitterwerkes darf $\sqrt{\frac{2{,}12 \cdot 495}{5 \cdot 58{,}8}} = 1{,}89$ m nicht überschreiten $\left(\text{die Regel auf Seite 88 liefert } 50\sqrt{\frac{495}{58{,}8}} = 145 \text{ cm}\right)$. Aus praktischen Rücksichten wählen wir einfaches Gitterwerk mit Neigung 2 : 1; die Länge der Stäbe wird alsdann: $23{,}4\sqrt{5} = 52{,}2$ cm, die Entfernung der Knoten $2 \cdot 23{,}4 = 46{,}8$ cm. Die Kraft in einem Stab ist $1{,}8\sqrt{5} = 4{,}0$ t, wobei bei Anordnung des Gitters auf beiden Seiten der ⊏-Eisen jedes 2,0 t zu übertragen hat, wozu $J = 2{,}36 \cdot 2 \cdot 0{,}52^2 = 1{,}28$ cm⁴ erforderlich ist. Dazu wählen wir 1 — 70 · 13 und schlieſsen dieses Glied auf jedem Ende mit zwei Nieten 16 mm an. In dem mittleren Teil des Stabes könnte man ein leichteres Gitter anordnen, jedoch lohnt es sich nicht, das Profil des Flacheisens zu wechseln.

Beispiel 2. Der oben untersuchte Stab sei durch Querplatten auszusteifen.

Ist a die Entfernung zwischen zwei Platten (von Mitte zu Mitte gemessen) am Ende des Stabes, so ist das entsprechende Moment Qa, und die Gurtkraft $Q\frac{a}{h}$. Eine Platte sei mit zwei Nieten auf jeder Seite befestigt, mit Teilung e und Entfernung der Reihen h. Nennen wir N die auf einen Niet entfallende Kraft, so ist: $2Ne = Q\frac{a}{h}h = Qa$, woraus: $e = \frac{Qa}{2N}$. Sind die Platten auf beiden Seiten des Stabes symmetrisch angeordnet, so wird $e = \frac{Qa}{4N}$.

Für diese Anordnung erhalten wir mit $a = 50$ cm, für 20 mm Niete $= 2{,}51$ t); $e = \frac{1{,}8 \cdot 50}{4 \cdot 2{,}51} = 9{,}0$ cm. In der Mitte des Stabes dürfen die tten weiter voneinander liegen.

Für fischbauchförmige Stäbe ist die Formel auch gebrauchen; die berechnete Querkraft, durch den inkel der Gurtungen dividiert, liefert die Kraft, welche urch die Verbindungsglieder von einer Gurtung zur deren übertragen werden mufs. Am besten verteilt an diese im allgemeinen ziemlich grofse Kraft auf ehrere Querplatten bzw. Gitterstäbe, wobei selbstverändlich die Neigung der letzten berücksichtigt werden ufs. Es ist immer zu raten, die ersten Querplatten, elche dicht bei den Enden liegen, besonders kräftig gestalten und sorgfältig anzuschliefsen, denn sie üssen auch den Einflufs des exzentrischen Anschlusses er Gurtungen mit dem Knotenblech und denjenigen rer Auseinanderziehung unschädlich machen. Im allemeinen sollte man einem einfachen oder doppelten itterwerk den Vorzug geben (eventuell mit Querplatten ombiniert).

Es seien hier noch einige praktische Regeln für die ergitterung angegeben.

Als Neigung empfiehlt sich 2:1.

Die Amerikaner pflegen die Querschnittsfläche f er Gitterstäbe (Flacheisen) nach der Steghöhe h der [-förmigen Gurtungen zu bemessen; es ist etwa $= 2{,}2 + h/_{10}$ (Mafse in cm). Die Stärke der Flacheisen t dabei meistens 1 cm, nur bei kleinen Flächen, wo ine gewisse Breite in erster Linie erforderlich ist, entprechend weniger. Meistens findet man einfaches itterwerk; wird es doppelt gewählt (gekreuzte Diagoalen ohne Querriegel), so wird die Fläche jedes Flachisens auf etwa $^2/_3$ reduziert. Winkeleisen (etwa 75 · 50 · 6) ndet man nur in einfachem System und bei Gurtungen, ie etwa 46 cm und mehr hoch sind. Die nach diesen ngaben gewählten Querschnitte sind im allgemeinen zu chwach.

Winkler gibt folgende Regel: alle Gitterstäbe sind Flacheisen mit den Abmessungen a und b in cm.

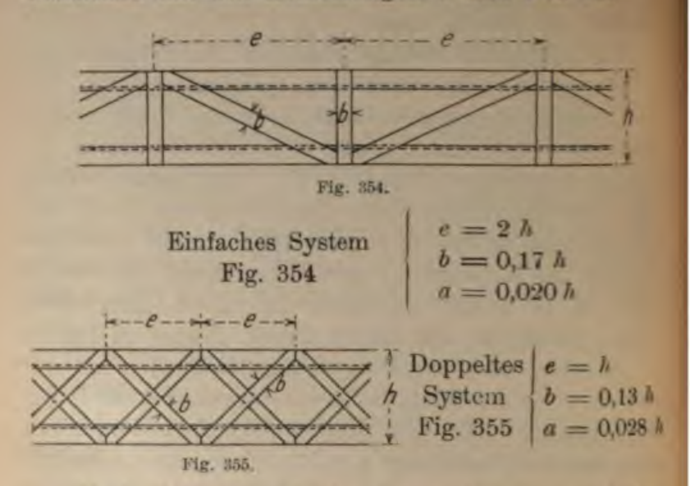


Fig. 354.

Einfaches System Fig. 354 | $e = 2\,h$, $b = 0{,}17\,h$, $a = 0{,}020\,h$

Doppeltes System Fig. 355 | $e = h$, $b = 0{,}13\,h$, $a = 0{,}028\,h$

Fig. 355.

Nach diesen Vorschriften konstruiert man allerdings sicher, aber zu schwer.

Es sei schliefslich noch die praktische Regel erwähnt, nach welcher die Gitterstäbe 6 cm breit sein sollen und deren Stärke $^1/_{20}$ der Länge, zwischen den ersten Befestigungsnieten (wenn sie auf jeder Seite mit zwei oder mehr Nieten angeschlossen sind $^1/_{36}$), betragen soll.

Genaue theoretische Untersuchungen führen zu dem Ergebnis, dafs die vergitterten Stäbe etwas weniger knicksicher sind, als es sich nach der gewöhnlichen Rechnungsart ergibt, weil diese die Formänderung der Gitterstäbe bzw. der Querplatten nicht berücksichtigt. Es genügt im allgemeinen, diesem Umstand durch Herabminderung der zulässigen Belastung um etwa 10% Rechnung zu tragen.

Auch Zugstäbe werden oft durch Gitterwerk oder Querplatten versteift. Abgesehen von den Querplatten an den Enden, welche das durch den exzentrischen Anschlufs entstehende Moment aufnehmen, haben die Ver-

bindungsglieder nur den Zweck, dem Stab eine gewisse Widerstandsfähigkeit gegen seitliche Kräfte zu geben und können nach Gutdünken dimensioniert werden.

78. Stetig gekrümmte Gurtungen.

Mit Rücksicht auf ein gefälliges Aussehen führt man mitunter die Gurtungen von Fachwerken nach einer stetigen Kurve aus; es fragt sich, wie man die Systemknotenpunkte in bezug auf die Gurtachse anordnen soll. Sind die einzelnen Gurtstäbe durch reibungslose Bolzen miteinander verbunden, so macht man am besten $h = {}^1/_2 f$



Fig. 356.

(Fig. 356) und berechnet darnach die Zuschlagsspannungen. Geht dagegen der Gurt ohne wesentliche Abschwächung durch mehrere Knotenpunkte, so kann man ihn als einen durchgehenden Träger auf sehr vielen Stützen betrachten. Die Momentenfläche kann in jedem Feld als parabolisch betrachtet werden; sie entspricht also einer gleichmäfsig verteilten Belastung $p = P \frac{8f}{l^2}$.

Da nun der Unterschied der Gurtkräfte von einem Feld zum anderen bei der für jedes Feld ungünstigsten Laststellung nicht sehr grofs ist, so kann man bei gleich langen Feldern das Mittelmoment $M_1 = {}^1/_{24}\, p l^2$ setzen und die Endmomente $M_2 = -\, {}^1/_{12}\, p l^2$, wobei angenommen wird, dafs die Systemknotenpunkte genau auf der Kurve liegen; es folgt $M_1 = {}^1/_3\, P f$ und $M_2 = {}^2/_3\, P f$. Die Momente an den Knotenpunkten wären demnach, starre Stützen vorausgesetzt, doppelt so grofs als in der Mitte; in der Tat kann aber die Stützung nicht als starr betrachtet werden, woraus folgt, dafs das negative Moment kleiner und das positive gröfser wird. Man kann

daher annäherungsweise das Moment $M = \pm \frac{Pf}{2}$ in die Berechnung einführen. Eine genauere Ermittelung ist nur durch die Untersuchung der Nebenspannungen möglich.

Der Mehraufwand an Material gegenüber polygonalen Gurtungen ist im allgemeinen ziemlich hoch und kann leicht 10 bis 20% und darüber betragen. Diesem Nachteil gegenüber sind die etwas erleichterte Bildung der Knoten und die Möglichkeit, die Stöfse beliebig zu verteilen, nicht immer ausschlaggebend.

Wo daher zwingende Gründe für die stetige Krümmung nicht bestehen, kann nur empfohlen werden, die Gurtungen polygonal auszuführen. Ist dies nicht angebracht, so läfst man sie am besten genau durch die theoretischen Knotenpunkte gehen und berechnet die Zusatzspannungen nach dem Moment $M = \pm \frac{Pf}{2}$.

Der Gebrauch dieser Formel ist um so mehr am Platze, weil es in der Praxis nicht immer möglich ist, zu vermeiden, dafs die Schwerlinie der Gurtung ihre Lage sprungweise ändert.

79. Scharf gekrümmte Körper.

Die Spannung in einem Punkt, dessen Entfernung von der Schwerachse e beträgt (positiv, wenn nach der Aufsenseite liegend), ist: $\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{Fr} + \frac{M}{kr} \cdot \frac{e}{r+e}$ (r = Halbmesser der Schwerlinie).

Der Koeffizient k hat den Wert: $k = -\int \frac{e}{r+e} dF$.

Für seine Berechnung gibt es selbst für die einfachsten Fälle keine geschlossene Formel. Am besten zerlegt man den Querschnitt (Fig. 357) in schmale Streifen (ca. 1 cm oder weniger), multipliziert deren

Flächen mit dem zugehörigen Wert von $\frac{e}{r+e}$ (auf den Schwerpunkt bezogen) und addiert die Produkte zusammen.

Das Integral ist immer negativ, also k immer positiv.

Die einfachere Formel $\sigma = \frac{N}{F} + \frac{Me}{J}$ darf nur bei sehr grofsem Krümmungshalbmesser verwendet werden. Um den Unterschied in den Ergebnissen zu zeigen, sind hier vier Fälle berechnet. Der Querschnitt besteht aus einem Stehblech $300 \cdot 10$ und 4 Winkeln $90 \cdot 11$. Es ergibt sich:

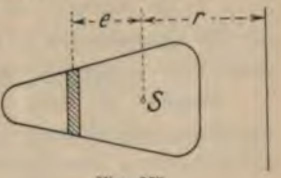


Fig. 357.

für	$r = 400$	$r = 600$	$r = 900$	$r = \infty$
$k =$	9,71	4,03	1,70	1,00.

Die Spannung durch die Axialkraft N ist für alle Fälle gleich: $\frac{N}{104,8}$. Genau berechnete Biegungsspannung auf der Innenkante: $\frac{M}{560}$, $\frac{M}{679}$, $\frac{M}{707}$, $\frac{M}{953}$

Fehler der einfachen Berechnungsart 70 %, 40 %, 35 %, 0 %.

Der Fehler wird um so gröfser, je mehr Material (unter sonst gleichen Umständen) an der Aufsenkante liegt. Der Unterschied zwischen den Ergebnissen der genauen und der angenäherten Formel (für gerade Stäbe) ist also bei scharfer Krümmung ganz beträchtlich. Bei einem Halbmesser doppelt so grofs wie die Höhe des Querschnittes ist die Biegungsspannung an der Innenkante um 30—40 % höher als nach der allgemeinen Formel für gerade Stäbe. Ist der Radius 10 mal so grofs, als die Höhe des Querschnittes beträgt, so beträgt der Fehler noch 2—5 %.

Der Wert von k ändert sich sehr wenig mit dem Flächeninhalt, solange die Höhe des Querschnittes unverändert bleibt; auch unterscheidet sich das Resultat

bei einem vollen rechteckigen Querschnitt wenig von demjenigen für einen I- oder][-Querschnitt; deshalb kann man mit genügender Annäherung die Biegungsspannungen nach der bequemen Formel für gerade Stäbe berechnen und mit dem Koeffizienten $\varphi = 0{,}98 + \frac{h}{r}$ multiplizieren (gültig bis ca. $\frac{r}{h} = 16$, weiter ist immer $\varphi = 1$ zu setzen). Diese angenäherte Berechnung ist nur für Querschnitte anwendbar, die mit einem Rechteck verglichen werden können, also I-, [-förmige u. dgl.

Handelt es sich darum, die Formänderung eines krummen, stabförmigen Körpers zu berechnen, so ist die Änderung der Krümmung:

$$\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{r} = \frac{M}{r^2 k} \frac{1}{E + \frac{N}{F} + \frac{M}{r F}}.$$

Wenn man hier (was oft zulässig ist) das Glied mit N vernachlässigt, so verhält sich die Formänderung zu derjenigen eines geraden Stabes wie:

$$\psi = \frac{E J}{r^2 k \left(E + \frac{M}{r F}\right)}.$$

Auch für scharfe Krümmungen ist der Wert des Verhältnisses fast $= 1$; z. B.

$$\text{für } \frac{h}{r} = \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{10}$$

$$\psi = 0{,}914 \quad 0{,}955 \quad 0{,}985 \quad 0{,}998.$$

Es lohnt sich also nicht, hinsichtlich der Formänderung eine besondere Feinheit zu machen.

Für unsymmetrische Querschnitte kann man setzen:

$\varphi = 0{,}94 \left(1 + \frac{s}{r}\right)\left(1 + \frac{h}{r}\right)$, wo s = Exzentrizität.

Bei der Bildung von Ecken für Portale u. dgl. ist es ratsam, die genaue Formel zu verwenden, um so mehr, weil die fehlerhafte Bearbeitung und die Nebenspannungen, die infolge der Krümmung der einzelnen

'rofileisen entstehen, die Beanspruchung noch weiter rhöhen.

Die Nietteilung soll nicht zu grofs sein, damit die Krümmung der einzelnen Teile deren Spannung nicht u sehr erhöht. Flacheisen auf der Innenkante sind ei eintretenden positiven Momenten, die eine Vergröfserung der Krümmung herbeiführen, nicht wirkam, wenn die Nietteilung nicht entsprechend eng ist vgl. S. 461).

80. Plattenförmige Körper.

Nach Grashof mit $m = \frac{10}{3}$, s = Stärke der Platte, f = Durchbiegung in der Mitte (beide in cm).

1. **Kreisförmige Platte, am Umfang frei aufliegend** und mit p kg/cm² belastet:

$$\sigma = {}^7/_8 \frac{r^2}{s^2} p; \quad f = \frac{30}{43} \frac{p\, r^4}{E\, s^3}.$$

2. Dieselbe Platte **am Rande eingespannt:**

$$\sigma = \frac{28}{41} \frac{r^2}{s^2} p; \quad f = \frac{7}{41} \frac{p\, r^4}{E\, s^3}.$$

3. Dieselbe Platte **am Rande frei aufliegend,** durch ie auf einer mit der Platte konzentrischer Kreisfläche Halbmesser $= r_0$) wirkende **Einzellast** P belastet. Ist r_0 inlänglich klein, so ist:

$$\sigma = \frac{10}{23} \left(ln \frac{r}{r_0} + \frac{10}{13} \right) \frac{P}{s^2}; \quad f = \frac{5}{9} \frac{P\, r^2}{E s^3}.$$

4. Dieselbe Platte, **am Rande eingespannt:**

$$\sigma = \frac{10}{23} ln \frac{r}{r_0} \frac{P}{s^2}; \quad f = \frac{5}{23} \frac{P\, r^2}{E\, s^3}.$$

5. **Rechteckige Platte,** Seiten a und b, $a > b$.

Auf allen vier Seiten einfach gestützt, durch gleichörmigen Druck belastet.

Nach Bach: $\sigma = \frac{\varphi}{2} \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \frac{p}{s^2}$; $\varphi = 0{,}75$ (für quaratische) bis 1,13 (für sehr lange Platten).

Nach Winkler: $\sigma = \frac{3}{4} p \frac{b^2}{s^2} \frac{a^4}{a^4 + b^4}$.

6. Dieselbe Platte, in der **Mitte** die Last P tragend.

Nach Bach: $\sigma = \frac{3}{2} q \frac{a\,b}{a^2 + b^2} \frac{P}{s^2}$; $q = 1{,}75$ bis 2.

Nach Winkler ist, unter der Annahme, daſs die Last auf ein Quadrat von der Seitenlänge c gleichförmig verteilt wirkt:

$$\sigma = \frac{9}{8} \frac{P}{s^2} \left(2 - \frac{c}{b}\right) \frac{a^4}{a^4 + b^4} \frac{b}{a}.$$

7. Dieselbe Platte, **am Rande fest eingespannt** (Grashof):

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{a^4 b^2}{a^4 + b^4} \frac{p}{s^2}; \; f = \frac{1}{32} \frac{a^4 b^4}{a^4 + b^4} \frac{p}{E s^3}.$$

8. **Buckelplatten** (nach Winkler):

D = konzentrierte Last in der Mitte (in t).
$l_1 > l$ Seiten des Buckels (in m).
h = Höhe des Buckels (in cm).
s = Blechstärke (in cm).
G = Gewicht der Platte mit Füllung (in t).

Zulässige Beanspruchung ca. 0,6 t/cm²:

a) Stehende Platten:

$$\sigma h s = \left[0{,}3\,D\left(1 + 0{,}4\frac{h}{s}\right) + 0{,}05\,G\right] \frac{l}{l_1} \frac{l_1^4}{l^4 + l_1^4}.$$

b) Hängende Platten:

$$\sigma h s = \left[0{,}3\,D\left(1 + 0{,}1\frac{h}{s}\right) + 0{,}05\,G\right] \frac{l}{l_1} \frac{l_1^4}{l^4 + l_1^4}.$$

9. **Hängebleche** (nach Winkler).

Mit denselben Bezeichnungen wie unter 8. ist:

$$\sigma\, b\, s^2 = \frac{1}{20}\left(1 + 2{,}4\frac{s}{h}\right) D\,l + g\,\frac{l^2 b s}{8 h}.$$

Es wird angenommen, daſs die Einzellast in der Richtung der Zylinderachse auf die Breite b sich verteilt. Man kann setzen: $\sigma = 0{,}8$ t/cm²; $b = 50 + 1{,}5 z$ cm, wo z die Dicke der Bedeckung bedeutet. Ferner ist g = ständige Last in t/cm². Längen in cm. D in t.

10. **Dünnes Blech**, nur auf zwei Seiten unterstützt, gleichmäſsig belastet mit p kg/cm².

Das Blech mufs sich unter der Last so stark durchbiegen, bis eine Art Hängeblech entsteht. Die Momente infolge dieser Durchbiegung sind meistens so grofs, dafs die Elastizitätsgrenze überschritten wird und die Deformation eine bleibende ist. Alsdann kommen nur die Zugspannungen in Frage. Man erhält:

$$f = \frac{l}{4}\sqrt[3]{\frac{3\,p\,l}{E\,s}}\,; \quad \sigma = p\,\frac{l}{2\,s}\sqrt[3]{\frac{E\,s}{3\,p\,l}}.$$

81. Unsymmetrische Querschnitte.

Hat ein Balken, eine Stütze, ein Bogen oder dgl. gleichzeitig ein Moment M und eine Normalkraft N aufzunehmen, so ist es vorteilhaft, einen unsymmetrischen Querschnitt anzuwenden.

Für Eisenkonstruktionen kommen überhaupt nur ⊤-, I-, oder ⊏-förmige Querschnitte in Betracht, und zwar nur mit vollwandigem Steg (für Fachwerke wird jeder Stab für sich berechnet und dimensioniert). Der Steg mit der Höhe h und der Stärke δ wird nach Schätzung gewählt bzw. durch besondere Umstände bedingt. Nennt man A den Querschnittsinhalt des Gurtes, wo die Beanspruchungen sich addieren, B desgl. für den andern, beides ohne Rücksicht auf den Steg, so ist die Gesamtfläche $F = A + B + \delta\,h$. Damit die gröfste zulässige Beanspruchung σ gleichzeitig in den oberen und in den unteren äufsersten Fasern erreicht wird, berechnet man

$$K = \frac{2\,M\,\frac{h_1}{h\,\sigma} - \frac{\delta\,h^2}{3}}{2\,h_0 - h} \text{ und wählt:}$$

$$A + B = 1{,}06\left(\frac{K - \delta\,h}{2} + \sqrt{\left(\frac{K + \delta\,h}{2}\right)^2 + \left(N\,\frac{h_1}{h_0\,\sigma}\right)^2}\right) \sim$$

$$\sim 1{,}06\left(K + \frac{\left(N\,\frac{h_1}{h_0\,\sigma}\right)^2}{K + \delta\,h}\right);$$

$$A - B = 1{,}06\left(N\frac{h_1}{h_0\,\sigma} + \frac{A + B + \delta h}{h}\alpha\right).$$

Annäherungsweise hat man ferner:

$$J = 1{,}1\,M\frac{h}{2\,\sigma};$$

$$e = \alpha + \frac{N}{A + B + \delta h}\,\frac{h_1}{2\,\sigma}.$$

Fig. 358.

Dieser letzte Wert kann nützlich sein, um M etwas genauer zu berechnen, denn das Moment muſs auf den Schwerpunkt bezogen werden.

Man kann durchschnittlich setzen:

h_0 = Entfernung der Schwerpunkte der Gurte $= h - 3$ cm.

$h_1 = h + 3$ cm, $\alpha = \frac{m - n}{2} = 1$ cm.

$2 h_0 - h = h - 6$ cm.

Die vereinfachte Formel für $A + B$ ist brauchbar, so lange $\frac{2\,N}{\sigma\,(K + \delta\,h)} < 0{,}8$ ist. Je nachdem man mit Netto- oder Brutto-Querschnitten rechnen will, berücksichtigt man bei der Dimensionierung von A und B den Nietabzug oder nicht.

Hat man z. B. $M = 4000$ tcm, $N = 60$ t, $\sigma = 1{,}2$ t/cm², $h = 40$ cm, $\delta = 1{,}6$ cm, so erhält man der Reihe nach:

$K = 186$ cm², $A + B = 211$ cm², $A - B = 69$ cm², $J = 73\,300$ cm⁴, $e = 4{,}9$ cm.

Hiernach $A = 140$ cm², $B = 71$ cm².

Wählt man für A zwei Winkeleisen 130 · 130 · 16 und zwei Lamellen 280 · 15 mit dem Netto-Querschnitt 141,4 cm², für B zwei Winkeleisen 130 · 130 · 16 mit dem Netto-Querschnitt 71,2 cm², so erhält man (unter der Annahme, daſs die 23 mm-Löcher von den wagerechten Flanschen aller Winkel abgezogen werden:

$$e = 5{,}5 \text{ cm},$$
$$J = 71\,000 \text{ cm}^4,$$
$$W_o = 4060 \text{ cm}^3,$$
$$W_u = 2890 \text{ cm}^3,$$
$$F = 276{,}6 \text{ cm}^2,$$

folglich: $\sigma_o = 0{,}988 + 0{,}218 = 1{,}206$ t/cm²

$\sigma_u = 1{,}436 - 0{,}218 = 1{,}218$ t/cm².

Will man einen stabförmigen Körper (z. B. einen Bogenträger) genau nach dem Bedarf dimensionieren, so trägt man auf der abgewickelten Mittellinie auf den

Punkten, die den berechneten Querschnitten entsprechen, die Werte von A nach oben und B nach unten (wobei zu beachten ist, dafs es nicht immer derselbe Gurt ist, wo die Wirkungen sich addieren!) und zeichnet das theoretische Diagramm der Materialverteilung, welches man mit den Flächen von L-Eisen und Platten deckt. Je nachdem die Verschwächung durch die Nietlöcher berücksichtigt wird oder nicht, werden die Netto- oder Brutto-Flächen aufgetragen. So kann man die Länge der Lamellen bestimmen, wobei zu bemerken ist, dafs dieselben nur um 1—2 Nietteilungen länger zu sein brauchen, als theoretisch nötig. Es ist immer zu empfehlen, nachträglich die tatsächlich eintretenden Spannungen zu ermitteln, wobei es meistens genügt, die ganze Untersuchung mit dem Rechenschieber durchzuführen. Man wird sich dabei überzeugen, dafs eine übertriebene Genauigkeit in der Berechnung von A und B ganz zwecklos ist.

Es sei hier bemerkt, dafs bei I- und ⊏-Querschnitten eine Änderung der Fläche einer Gurtung auf die Beanspruchung der anderen fast ohne Wirkung ist, weil die Änderungen von J und e sich ziemlich aufheben. Auf diese Tatsache gestützt, kann man leicht nach den Ergebnissen der Spannungsberechnung das Diagramm der nötigen Gurtfläche richtigstellen. Für jeden Punkt dividiert man die Ordinate durch die vorhandene Spannung und multipliziert sie mit der zulässigen Spannung; das neu gezeichnete Diagramm kann als endgültig betrachtet werden. Dieses Verfahren ist besonders bei der Dimensionierung von Bogenträgern empfehlenswert.

82. Exzentrische Anschlüsse.

Ist ein mit der achsialen Kraft P belasteter Stab auf beiden Enden gelenkig angeschlossen, so ist bei einem um a exzentrischen Anschlufs das Moment in

der Mitte: $M_m = Pa \cdot \frac{5n-1}{5(n \pm 1)}$, wo $n = \frac{\pi^2 EJ}{Pl^2}$ die Knicksicherheit nach Euler bedeutet und das positive Vorzeichen im Nenner für Zug, das negative für Druck gilt. Die Pfeilhöhe, auf die ursprüngliche Richtung des Stabes bezogen, ist: $f = \frac{6}{5} \frac{a}{n \pm 1}$.

Für einen beiderseits eingespannten Stab kann die Exzentrizität vernachlässigt werden, wenn die angeschlossenen Profile sehr steif sind; sonst kann man mit grober Annäherung in obige Formel für die Berechnung von n, $\frac{l}{2}$ statt l einführen. Die praktische Anwendung dieser Formeln ergibt folgendes: Für Zugstäbe ist das gröfste Moment Pa; für Druckstäbe, wo im allgemeinen $n = 5$, etwa 1,20 Pa bis 1,04 Pa, je nachdem der Stab als gelenkig angeschlossen oder als eingespannt betrachtet wird. Ein gleichschenkliges Winkeleisen erleidet durch die Exzentrizität eine Beanspruchung, die bei einem Zugstab 2 bis 2,15 mal so grofs, bei einem Druckstab 2,20 bis 2,40 mal so grofs ist wie bei einem zentrischen Anschlufs. Ein ⊏-Eisen zeigt die gleichen Verhältnisse. (Die hohen Zahlen gelten für die kleineren Profile.) Auch wenn die abstehenden Flanschen angeschlossen sind, ändern sich die Verhältnisse kaum. Bei ganz schlaffen Profilen (Flacheisen) liegt die Sache noch viel ungünstiger.

Bei Doppelgurten und ähnlichen Konstruktionsteilen ist auf alle Fälle eine kräftige Verbindung der beiden angeschlossenen Profile durch eine breite Querplatte unerläfslich. Dadurch werden die Profile zu einem ganzen vereinigt, und der Anschlufs kann als zentrisch gelten.

Bei leichten Gliedern, beispielsweise für Windverbände, ist es nicht immer leicht, symmetrische Querschnitte zu wählen, ohne viel Material zu verschwenden; hier mufs man also die Nachteile der exzentrischen

Anschlüsse in den Kauf nehmen, obwohl gerade bei Windverbänden meist schon von vornherein mit einer hohen Beanspruchung gerechnet wird.

Ausgeführte Bauwerke zeigen in der Tat derartige Konstruktionen, bei deren Berechnung meistens gar keine Rücksicht auf die Exzentrizität genommen wurde. Solche Anschlüsse brauchen aber nicht ohne weiteres als gefährlich zu gelten; denn erstens kommt die hohe Spannung nur in einem sehr dünnen Streifen vor und nimmt nach dem Schwerpunkt geradlinig ab, so, dafs bereits innerhalb des angeschlossenen Flansches die mittlere Zusatzspannung auf etwa $^3/_4$ ihres höchsten Wertes zurückgeht; zweitens wird bei Überschreitung der Elastizitätsgrenze (wobei die Bruchgrenze lange nicht erreicht ist) die Dehnung der betreffenden Fasern eine viel gröfsere, als sie sonst ist; die Spannungen verteilen sich insofern anders, als die dem Schwerpunkt zunächst liegenden Fasern sich in höherem Mafs an der Übertragung der Kräfte beteiligen (aus diesem Grunde ist die Bruchbelastung für auf Biegung beanspruchte Körper immer höher als die berechnete). Die eingetretene bleibende Formänderung ist im allgemeinen nicht gefährlich; auch bei der üblichen kalten Biegung von Eisen mufs ja immer die Elastizitätsgrenze überschritten werden, und man weifs aus Erfahrung, dafs die Ergebnisse der Berechnung in keinem Widerspruch mit dem Verhalten dieser Teile stehen.

Es sei schliefslich noch bemerkt, dafs unsere Biegungstheorie für vollwandige Glieder nur als eine Annäherung zu betrachten ist, welche besonders bei Profilen, wie Winkeleisen, die vorkommenden Spannungen nur grob zu ermitteln erlaubt. Es scheint, dafs die theoretisch starke Durchbiegung, besonders von Winkeleisen als Druckstäbe, in Wirklichkeit doch nicht in so hohem Mafse auftritt; eine Erscheinung, welche zu gunsten der gewöhnlichen Berechnungsart spricht.

Trotz alledem wird man gut tun, exzentrische Anschlüsse nach Möglichkeit zu vermeiden, besonders bei den Hauptgliedern von Bauwerken, die einer stofsweise wirkenden Belastung ausgesetzt sind.

Für Glieder, die abwechselnd auf Zug und Druck beansprucht werden, sind exzentrische Anschlüsse überhaupt unzulässig, es sei denn, dafs man diesen Umstand bei der Berechnung berücksichtigt (Seite 78) und die sich ergebende Spannung die für den betreffenden Fall angenommene Grenze nicht überschreitet.

83. Kröpfungen und Futterungen.

Die einzigen Profile, die gewöhnlich gekröpft werden, sind die Winkeleisen, und zwar geschieht dies meistens, um sie mit den Gurtwinkeln zu verbinden. Theoretisch läfst sich gegen diese Konstruktionsart nichts einwenden, nur sind die Niete, die hinter der Kröpfung liegen, für die Übertragung von Kräften aufser acht zu lassen. In der Praxis lassen die Kröpfungen immer kleine Zwischenräume offen, die zur Rostbildung Veranlassung geben; es ist deshalb besser, Unterfutterungen anzuordnen. Soll das Winkeleisen einigermafsen grofse Kräfte übertragen, so wird zweckmäfsig das Futter für sich mit ebensovielen Nieten angeschlossen, als zur Übertragung der Kraft erforderlich ist; bei vollwandigen Trägern geschieht dies meistens nicht, das Futter wird nur um 5—10 mm breiter gehalten als das darüber befestigte Profil.

Gut aber teuer ist die Anordnung von Keilfuttern (Neigung $^1/_{10}$—$^1/_{12}$), wobei alle Nieten als wirksam anzusehen sind. Diese Konstruktion kann auch bei ⊏-Eisen und anderen Profilen angewendet werden.

Laufen zwei steife Profile parallel und nur so weit voneinander entfernt, als durch das Knotenblech bedingt wird, so ist es Regel, den Raum durch ein Flacheisen auszufüllen, das um einige Millimeter übersteht. Es

mufs nämlich auf alle Fälle vermieden werden, dafs sich Wassersäcke bilden und dafs Flächen vorkommen, die nicht leicht anzustreichen sind. Zwar ist es möglich, die Wände eines schmalen Schlitzes bis etwa auf das Fünffache seiner Breite anzustreichen; die Kontrolle dieser Arbeit ist aber nicht leicht. Man hat auch solche Räume mit Beton oder mit Asphalt ausgefüllt. Ersterer kann mit Sicherheit nur dort angewendet werden, wo keine Erschütterungen vorkommen, sonst wird er bald rissig und wasserdurchlässig. Gegen die Anwendung von Asphalt läfst sich nichts einwenden; nur ist es fraglich, ob dadurch etwas gespart wird.

Von der Regel, solche Räume auszufüllen, kann nur in einzelnen Fällen abgesehen werden, in denen man wirklich sicher ist, dafs kein Wasser in die Fuge gelangen kann.

84. Nietverbindungen.

Die Nietverbindungen für Eisenkonstruktionen werden nicht nach der Reibung, sondern nach dem Leibungsdruck bzw. nach der Scherspannung gerechnet. Im Gegensatz hierzu ist bei Dampfkesseln die Reibung mafsgebend, und zwar nimmt man den Erfahrungswert an, dafs 1 cm^2 Nietquerschnitt 1 t Reibungskraft erzeugt.

Da für die Niete nur besseres Material verwendet wird, so ist man heutzutage vielfach dazu übergegangen, für die Scherspannung dieselbe Grenze anzunehmen wie für die Hauptspannung in dem betreffenden Glied, für den Leibungsdruck eine doppelt so grofse. Indessen erscheint diese Regel nicht ganz einwandfrei, weil man gegen eventuell fehlerhafte Nietung (besonders in schwer zugänglichen Ecken keine Seltenheit!) einen Spielraum haben mufs und auch die Unsicherheit in der Verteilung der Kraft eine gewisse Vorsicht bedingt; weiter darf auch nicht vergessen werden, dafs die Schubspannungen

sich keineswegs gleichmäfsig über den ganzen Nietquerschnitt verteilen. Aus diesen Gründen sollte man (wenn man nicht etwa die alte Regel benutzen will, wonach der Nietquerschnitt $^5/_4$ des theoretisch erforderlichen Stabquerschnittes ausmachen soll) zur gerechneten Nietzahl einen gewissen Zuschlag machen, etwa $5\,\% + 1$. Der zulässige Leibungsdruck wird doppelt so grofs als die Scherspannung genommen, dabei sollte jedoch die Grenze 2,4 t/cm²[1]) nicht überschritten werden.

Die Theorie lehrt und die Erfahrung bestätigt es, dafs, wenn mehrere Niete auf einer Geraden in der Kraftrichtung angeordnet sind, sich nur die ersten an der Kraftübertragung beteiligen. Mehr als vier Niete sollte man deshalb niemals hintereinander in der Kraftrichtung anordnen, besser nur drei, und die Nietreihen gegeneinander versetzen; bei den steifen Profilen sollte man möglichst jeden Flansch für sich anschliefsen.

Die gebräuchlichen Nietdurchmesser sind 13, 16, 20, 23 und 26 mm. Stärkere Niete, welche in gewissen Fällen vorteilhaft wären, werden selten angewendet, mit Rücksicht darauf, dafs die Vernietung mit der Hand hierbei Schwierigkeiten verursacht.

Für die zu wählende Nietstärke hat man verschiedene Regeln angegeben, die im allgemeinen zu $d = 1{,}8\,s$ bis $d = 2\,s$ führen (s = Blechstärke)[2]). Es ist aber selten möglich, derartige Regeln einzuhalten. Im allgemeinen geht man weiter herunter, bis auf $d = 1{,}5\,s$ und noch weniger.

Für ein und dasselbe Bauwerk werden vorteilhaft so wenig wie möglich verschiedene Nietdurchmesser angewendet. Die gebräuchlichen Formen der Nietköpfe sind in Fig. 359 skizziert; die eingetragenen Mafse sind etwas reichlich gewählt. Das Gewicht von 1000 Niet-

[1]) Auch für Bahnhofshallen ist die preufs. Vorschrift $\lambda = 2{,}0$ t/cm².

[2]) $d = \sqrt{5\,s} - 0{,}2$ (in cm!) Für Niete mit ganz versenktem Kopf $d = 2{,}6\,s - 0{,}5$ cm. Jedenfalls d nicht gröfser als viermal die kleinste Stärke der zu verbindenden Teile und nicht kleiner als das $1^1/_2$-fache der gröfsten.

köpfen ist etwa $5\,d^3$. Das Mafs y zwischen Mitte Loch und einem senkrechten Flansch soll nicht unter $0{,}8\,d + 5$ mm betragen, um eine gute Bildung des Kopfes zu ermöglichen. Es soll tunlichst vermieden werden, dafs der Rand des Kopfes innerhalb der Abrundung der Ecken liegt. Unter dieser Annahme sind die in

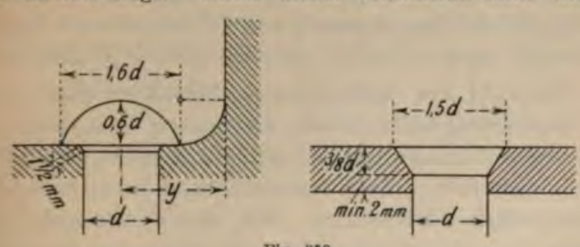


Fig. 359.

den Tabellen am Ende des Buches angegebenen Wurzelmafse gerechnet.

Die Schaftlänge soll bei warmer Nietung das Vierfache des Nietdurchmessers nicht überschreiten; ist der Setzkopf versenkt, so kann man bis auf das Fünffache gehen. Jenseits dieser Länge sind konische Bolzen ($^1/_{40}$) in sauber aufgeriebenen Löchern zu verwenden.

Die Entfernung der Niete voneinander beträgt in der Regel nicht unter $3\,d$, für versenkte Niete $3{,}3\,d$; ausnahmsweise geht man bis auf etwa $2{,}6\,d$ bzw. $2{,}8\,d$ herunter. Die Randentfernung soll in der Regel $1{,}5\,d$, niemals mehr als $2{,}5\,d$ (besser $7\,s$) betragen. Es ist gut, bei einem Anschlufs die Entfernung des letzten Nietes von der Blechkante in der Richtung der Kraft gröfser zu halten, etwa $1{,}9\,d$ bzw. $2{,}1\,d$. Will man für den Fall, dafs der Leibungsdruck des letzten Nietes bis auf 2,4 t/cm² steigt, auf der gefährdeten Fläche keine höhere Spannung als 1,2 t/cm² zulassen, so gelangt man auf die Formel: $r = 2{,}5\,d$ (Fig. 360); von der Scherspannung ausgehend findet man: $r = \frac{d\,(d+s)}{2}$ (immer kleiner!).

Fig. 360.

Um den angeschlossenen Stab möglichst wenig abzuschwächen, setzt man in die erste Reihe nur einen Niet, in jede weitere je einen mehr, soweit es die Profilbreite gestattet.

Damit sich die Spannungen möglichst gleichmäfsig über den ganzen Stabquerschnitt verteilen, ist es zweckmäfsig, Winkeleisen immer durch Hilfswinkel mit beiden Flanschen anzuschliefsen; dasselbe gilt für [-Eisen.

Die Zahl der Anschlufsniete berechnet man nach der zu übertragenden Kraft, nicht nach dem eventuell aus andern Rücksichten übermäfsig stark gewählten Stabquerschnitte. Die erforderliche Länge zum Anschlufs eines Stabes kann auf 25—30 cm geschätzt werden (ist mehr erforderlich, so ist es ratsam, das Profil zu ändern). Als Minimum sollte jedes Flacheisen mit zwei, jedes Winkeleisen mit drei Nieten angeschlossen sein.

Bei Profilen mit mehr als 10 cm Breite sind die Niete zu versetzen (vgl. Tabelle der Wurzelmafse), wodurch gleichzeitig eine möglichst konzentrierte Anordnung derselben erreicht wird. Für breite [-Eisen nehme man die nach der Tabelle am weitesten voneinander entfernt liegenden Wurzellinien, teile deren Entfernung in drei Teile und ziehe zwei weitere Wurzellinien durch die Drittelpunkte. So erhält man im allgemeinen die vorteilhafteste Nietanordnung (Fig. 361). Ähnliches gilt für breite Flacheisen.

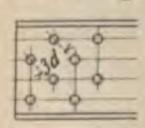


Fig. 361.

Nach Kennedy nimmt man bei mehrreihigen Nietungen die diagonal gemessene Nietentfernung

$$t_0 = {}^2/_3\, t + d,$$

wo t die Nietteilung in den Reihen bedeutet.

Bei verkröpften Profilen werden die hinter der Kröpfung sitzenden Niete nicht mitgerechnet. Bei unterfutterten Profilen mufs das Futterblech, wenn es zum Querschnitt gehört, mit so vielen Nieten an einen

der zu verbindenden Teile angeschlossen werden, als zur Übertragung seines Kraftanteils erforderlich ist, indem man annimmt, dafs die Niete auf Biegung nicht beansprucht werden dürfen.[1])

Die Entfernung der Heftniete wird empirisch gewählt. Man kann etwa nehmen

		in Druckgliedern	in Zuggliedern
bei steifen Profilen	$t =$	$25\,s$	$40\,s$
bei schlaffen Profilen	$t =$	$12\,s$	$20\,s$

Besonders in den Ecken von Knotenpunkten ist es Regel, den rechtwinklig zum Knotenblech stehenden Flansch der anzuschliefsenden Stäbe schräg zu schneiden (etwa 45°, besser 30°), um den Knotenpunkt zum Nieten besser zugänglich zu machen.

85. Über Nietabzüge.

Der Abzug an Nietlöchern beträgt im allgemeinen 10—15% des vollen Querschnitts bzw. des Trägheitsmomentes; in den Grenzfällen kann er bis auf 20% und darüber steigen oder bis auf 7% sinken. Für überschlägige Berechnungen kann er zu 12% geschätzt werden.

Betreffs der Frage, ob die Nietlöcher in Druckgliedern abgezogen werden sollen oder nicht, ist folgendes zu erwähnen. Der Niet füllt eigentlich das Loch niemals genau aus, weil er im warmen Zustande geschlagen wird; in der Praxis ist aber der Zwischenraum bei Maschinennietung und sauber gebohrten Löchern so klein, dafs schon bei mäfsiger Belastung eine satte Berührung eintritt. Sind alle Niete unter solchen Bedingungen geschlagen, so erscheint es berechtigt, die Druckniete nicht in Abzug zu bringen.

---

[1]) Eine hierauf bezügliche bayrische Vorschrift lautet: auf vier Anschlufsniete mindestens 1 Heftniet.

Von Hand geschlagene Niete füllen im allgemeinen die Löcher nicht so gut aus, besonders in dem oft vorkommenden Falle, daſs die Löcher in den zu vernietenden Konstruktionsteilen nicht ganz genau aufeinander passen und dann vielfach mit einer rohen Reibahle aufgerieben werden. Glatte Lochwände sind alsdann nicht vorhanden, und auſserdem wird der Durchmesser des Loches zu groſs; auf eine satte Berührung des Nietschaftes mit der Wand ist demnach nicht zu rechnen. Da diese ungünstigen Umstände meistens bei Montagenietungen alle zusammentreffen, so kann im allgemeinen nur empfohlen werden, die Nietlöcher immer abzuziehen. Bei biegungsfesten Teilen, zusammengesetzten Trägern u. dgl. bietet die Vernachlässigung der Nietverschwächung im Druckgurt einen sehr geringen Vorteil infolge der damit verbundenen Verschiebung der Nullinie.

Zum Abzug für einen bestimmten Querschnitt kommen nicht nur alle in demselben liegenden Niete, sondern auch diejenigen, welche in der Entfernung von etwa 1,4 d oder weniger liegen, oder deren diagonale Teilung kleiner ist als $t_0 = {}^2/_3\, t + d$.

Bei versenkten Nieten ist der Abzug um 20 % höher.

Gestanzte und gebohrte Löcher.

Fluſseisen läſst sich nicht gut stanzen, weil das Material am Rande stark an Festigkeit verliert; auſserdem werden die Lochwände niemals glatt.

Erfahrungsgemäſs ist das Stanzen der Löcher nur dann zulässig, wenn sie nachträglich bis auf einen 2 mm gröſseren Durchmesser sauber aufgerieben werden.

Eine Ausnahme machen nur die Löcher in sehr dünnen Blechen (etwa 5 mm und darunter) wo die Nietung aus andern Rücksichten viel enger gemacht wird, als es die Festigkeit erfordert.

86. Deckung der Stöfse.

Bei der Deckung eines Stofses mufs die fehlende Querschnittsfläche vollständig ersetzt werden und aufserdem nach Möglichkeit die Lage des Schwerpunktes unverändert bleiben.

1. Stöfse des Stehbleches.

Bei einem Vollwandträger hat das Stehblech nicht nur die Querkraft, sondern auch einen Teil des Biegungsmomentes zu übertragen. Wenn es nun auch immer möglich ist, die Laschen stark genug zu machen, so ist es dagegen vielfach schwierig (besonders bei niedrigen Trägern), die erforderliche Anzahl von Nieten so anzuordnen, dafs sie durch das zu übertragende Moment nicht zu hoch beansprucht werden. Um die Lösung der Aufgabe zu erleichtern, beachte man folgendes:

a) Die Stöfse sind dort anzuordnen, wo die Momente möglichst klein sind;
b) man berechne die Anzahl der Nieten immer nach dem Moment und der Querkraft, nicht nach dem zu ersetzenden Querschnitt;
c) man verwende immer Doppellaschen:
d) wenn nötig, lege man Laschen auch auf die Winkeleisen (auf die indirekte Wirkung derselben wird meistens keine Rücksicht genommen);
e) in der Nähe der Nullinie kann man ohne Nachteil die Niete etwas weiter voneinander anordnen.

Die folgenden Tabellen werden die Lösung der Aufgabe etwas erleichtern; aber nur ausnahmsweise wird man ohne eine nachträgliche Berechnung auskommen. Gebräuchlich sind die in Fig. 362 dargestellten Anordnungen.

Ist die Länge a in n gleiche Teile geteilt, so dafs $a = n\,t$, so ist das Widerstandsmoment der Niete $W = k\,a\,\frac{\varphi}{n}$, wo $k = ds$ für Doppellaschen, und $k = \pi\frac{d^2}{4}$ für einfache Laschen zu setzen ist.

Die Werte von q sind folgender Tabelle zu entnehmen.

Teilzahl n	Art des Stoßes 1	2	3	4	Teilzahl n	Art des [illegible] 1	2	3	4
3	8	9	10	13	12	84,5	108	91	121
4	12,5	15	15	20	13	98	126	105	140
5	18	22	21	28	14	112,5	145	120	160
6	24,5	30	28	37	15	128	165	136	181
7	32	40	36	48	16	144,5	187	153	204
8	40,5	51	45	60	17	162	210	171	228
9	50	63	55	73	18	180,5	234	190	253
10	60,5	77	66	88	19	200	260	210	280
11	72	92	78	104	20	220,5	287	231	308

Fig. 362.

Für den Stoſs 3 mit nur zwei Nietreihen ist q aus Spalte 4 zu entnehmen und zu halbieren. Für einen Stoſs wie 1 mit nur zwei Nietreihen ist q aus der Spalte 2 zu entnehmen und zu halbieren.

Beispiel. Es soll das Stehblech eines I-Trägers (Fig. 363) gestoſsen werden, der das Moment 5200 tcm und die Querkraft 30 t zu übertragen hat. Die Profile sind folgende:

Stehblech 600 · 10 mm,
4 Winkel 100 · 100 · 12,
4 Lamellen 230 · 12,
Nietdurchmesser 23 mm,
Widerstandsmoment

$W = 5280 \text{ cm}^3$,

Beanspruchung

$\sigma = 0{,}985 \text{ t/cm}^2$.

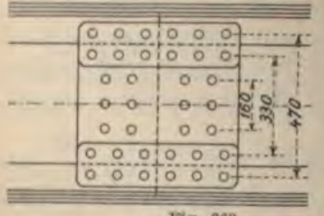


Fig. 363.

Das Stehblech überträgt das Moment:

$$M' = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 60^2 \cdot 0{,}985 \cdot \frac{300}{324} = 547 \text{ tcm}.$$

Wählen wir den Stofs 4 mit $a = 33$ cm, $n = 4$, so ist:

$$W = 2{,}3 \cdot 33 \cdot \frac{20}{4} = 379 \text{ cm}^3.$$

Der Leibungsdruck für das Moment wäre also: $\lambda = \frac{547}{379} = 1{,}45$ t/cm²; demnach wäre für die Übertragung der Querkraft zu wenig Spiel vorhanden. Wir benutzen also auch die Winkelniete und wählen Stofs 3 mit $a = 47$, $n = 6$, $W = 2{,}3 \cdot 47 \cdot \frac{28}{6} = 505$ cm³.

Um einige Niete zu sparen, ordnen wir in der Nähe der Nullinie nur zwei Reihen an; alsdann ist:

$$W = 2{,}3 \cdot \frac{6 \cdot 23{,}5^2 + 6 \cdot 16{,}5^2 + 4 \cdot 8^2}{23{,}5} = 482 \text{ cm}^3.$$

Durch das Moment werden die Niete mit $\frac{547}{482} = 1{,}13$ t/cm² beansprucht, durch die Querkraft mit $\frac{30}{18} \cdot \frac{1}{1 \cdot 2{,}3} = 0{,}73$ t/cm². Der gesamte Leibungsdruck ist also: $\lambda = \sqrt{1{,}13^2 + 0{,}73^2} = 1{,}34$ t/cm². Als zulässige Grenze kann etwa $\lambda = 1{,}8$ t/cm², $\tau = 0{,}9$ t/cm² gelten; die Stofsdeckung genügt also reichlich. Die grofsen Laschen erhalten zweckmäfsig die Abmessungen: 400 · 360 · 12, die kleinen 400 · 140 · 10.

2. Stöfse der Winkeleisen.

Dieselben werden vielfach mittels zweier Flacheisen gedeckt, obwohl Winkeleisen wegen der Steifigkeit wohl besser wären. Die nutzbare Fläche jeder Lasche macht man ebenso grofs wie die nutzbare Fläche des gedeckten Schenkels. Z. B. für das Winkeleisen 100 · · 100 · 12 mit 23 mm Nietlöchern rechnet man für die erste Lasche $(10 - 2{,}3) \cdot 1{,}2 = 9{,}3$ cm², für die zweite $(10 - 1{,}2 - 2{,}3) \cdot 1{,}2 = 7{,}8$ cm².

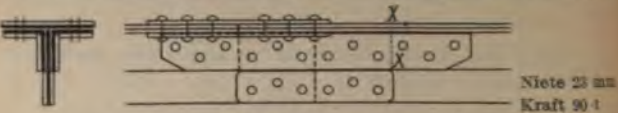
Dementsprechend werden für die Laschen Flacheisen 90 · 14 bzw. 75 · 15 gewählt. Der kleine Verlust an Querschnitt bei der inneren Abrundung braucht nicht berücksichtigt zu werden.

3. Stöfse der Lamellen.

Die Lamellen werden in der Regel durch dasselbe Profil verlascht. Es ist nicht immer möglich, den Stofs unmittelbar zu decken; alsdann ist nach Schwedler die Summe der erforderlichen Nietquerschnitte auf jeder Seite der Stofsfuge gleich der $(n + 1)$ fachen Anzahl der unter sonst gleichen Verhältnissen für die

direkte Stoſsdeckung erforderlichen Niete zu setzen. Hier bezeichnet n die Anzahl der zwischen Decklasche und Stoſs liegenden Lamellen. Bis auf drei Lamellen lassen sich ohne groſsen Materialaufwand stoſsen.

Die Berechnungsart sei an Hand eines Beispiels erläutert (Fig. 364).



Niete 23 mm
Kraft 90 t
$\sigma = 0{,}933$ t/cm²

Fig. 364.

Zuläſsige Beanspruchung der Niete $\tau = 0{,}9$ t/cm², bzw. $\lambda = 1{,}8$ t/cm².
Erforderlicher Nietquerschnitt $90 : 0{,}9 = 100$ cm².

Profile und Nettoflächen	Erforderliche Fläche für die Laschen	Erforderliche Nietfläche	Gewählte Laschen	Anzahl der Niete und deren Flächen
1 — 200·20 F = 35,4 cm²	33,0 cm²	36,7 cm²	— 90·10 — 100·10	3 N. F = 12,46 cm² 3 „ „ = 12,46 „
2 ∟ 110·10 „ = 37,8 „	35,2 „	39,1 „	— 100·10 — 85·13	6 „ „ = 24,92 „ 4 „ „ = 16,61 „
1 — 240·12 „ = 23,3 „	21,8 „	24,2 „	— 240·12	6 „ „ = 24,92 „
Σ = 96,5 cm²	90,0 cm²	100,0 cm²		

Die Teilung der Niete ist hier 65 mm.

Der teilweise indirekt gedeckte Stoſs des Stehbleches ist um 3 Niete gegen den andern versetzt, sodaſs die senkrechten Schenkel des Gurtwinkels als Lasche für das Stehblech betrachtet werden können. Die Winkellaschen selbst sind so lang genommen, daſs sie ihren Zweck erfüllen, ohne die für das Stehblech in Betracht kommenden Niete zu beanspruchen. Auf der $X - X$-Linie könnte der eine Schenkel des Gurtwinkels auch geschnitten sein. Für den wagerechten Schenkel werden kürzere Laschen gewählt. Die Gurtniete werden in zwei Querschnitten auf Abscherung beansprucht.

Die zwei Bedingungen für jede Stoſsdeckung: Ersatz der Fläche und Erhaltung des Schwerpunktes sind hier mit genügender Genauigkeit erfüllt.

87. Bildung von Ecken und Säulenfüßen.

Bei den Eisenkonstruktionen bietet die Bildung von biegungsfesten Ecken immer Schwierigkeiten. Nur selten kann man eine sanfte Übergangskurve ausführen; Ist die Krümmung nur einigermaſsen scharf, so wachsen die Schwierigkeiten ganz erheblich. An der inneren

ng mufs die Nietteilung so eng sein, dafs die ein- ı Teile der Gurtung zwischen zwei Nieten als e betrachtet werden können, sonst beteiligen sie an der Übertragung von Zugspannungen nicht. er zulässigen Spannung $\sigma = 1{,}0\,t/cm^2$ beträgt die nänderung des Eisens $l/_{2150}$; der Unterschied ıen Bogen und Sehne darf nicht gröfser als dieser ı sein, was $R = 9{,}5\,l$ bedingt. Ist also die Ent- ng der Niete rund $^1/_{10}\,R$, so darf nicht mehr auf litwirkung der Lamellen gerechnet werden; die ıungen müs- sich anders len, als man ssetzt, d. h. ıderen Teile n höher be- ucht.

teife Profile kel- und ⊏-) lassen sich ht biegen; earbeitung in em Zustande cht einwand- Jedenfalls ist die Verteilung der Spannungen nicht weiteres nach den gewöhnlichen Formeln zu be- en, da diese voraussetzen, dafs der Körper ein es bildet und nicht aus zusammengefügten Teilen ıt.

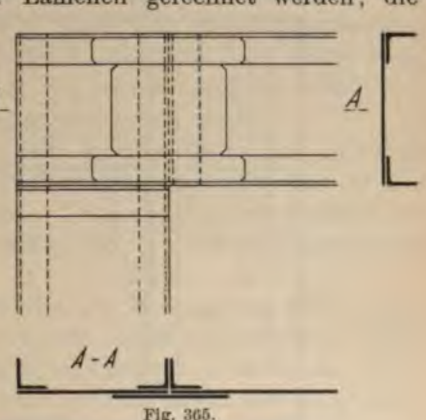


Fig. 365.

lan tut also gut, scharf gekrümmte Ecken zu ver- n und die einzelnen Teile direkt zu verbinden.

Eine praktisch gut anwendbare Lösung der Aufgabe Fig. 365. Der horizontale wie der vertikale Träger ıen nur aus Stehblech und je zwei Winkeleisen. Deckung des Stofses der Stehbleche mufs genau sucht werden, desgleichen die Anschlüsse der eleisen. Bei den letzteren kann es nützlich sein,

Hilfswinkel anzuwenden, um auch den freistehenden Schenkel anzuschließen, wie in der Figur angegeben. Der Querschnitt ist hier in bezug auf eine vertikale Ebene unsymmetrisch; die Konstruktion ist deshalb nur dort anwendbar, wo eine ganz gleiche symmetrisch dazu angeordnet und damit fest verbunden ist. Soll jeder der beiden Träger zwei Winkel in jeder Gurtung erhalten, so kann man sich helfen, indem man je einen durchgehen läfst und den zweiten mit einem Hilfs-

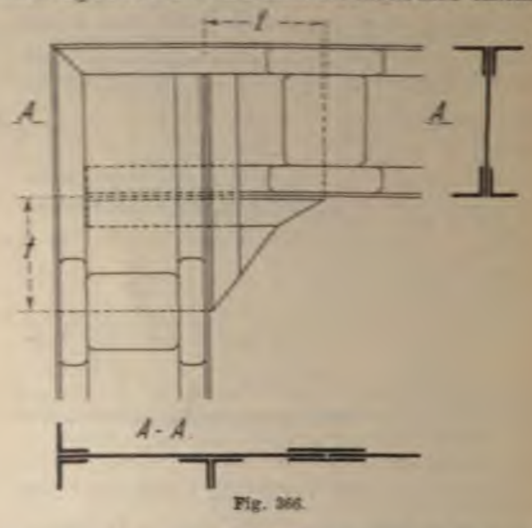


Fig. 366.

winkel anschliefst und die Übertragung der Spannungen durch das Eckblech ermöglicht (Fig. 366). Der Anschlufs der äufseren Winkel bietet keine Schwierigkeit. Hier kann man wohl rechnen, dafs der Querschnitt der Träger ungeschwächt über die Ecke geht. Die Steifigkeit kann noch etwas erhöht werden, indem man die innere Seite des Eckbleches gerade macht und mit Winkeln säumt. Eine solche Versteifung kann aber nicht rechnungsmäfsig berücksichtigt werden; vielmehr nimmt man am besten an, dafs beide Träger bis zum Anschlufs mit unverändertem Querschnitt durchgehen.

Die Strecke t muſs so groſs gewählt werden, daſs man dort den Hilfswinkel gut anschlieſsen kann.

Diese Konstruktion ermöglicht die Anwendung von symmetrischen Balken, zwingt also nicht zur Anordnung doppelter Querschnitte. Trotz alledem wird man nur ausnahmsweise ein System anwenden, welches senkrecht zu seiner Ebene eine so geringe Steifigkeit besitzt wie das hier gezeichnete.

Auch für Träger mit je einer Lamelle oben und unten kann man diese Konstruktion anwenden. Die innere Lamelle muſs in diesem Fall aufgeschlitzt werden, um das Eckblech durchzulassen. Die eine Hälfte kann durchgeführt werden, die andere muſs innerhalb der Strecke t vollständig angeschlossen werden.

Die Anwendung sehr kräftiger Gurtungen ist schon durch den Umstand ausgeschlossen, daſs die auf das Stehblech des anderen Trägers zu übertragende Kraft bald die Grenze übersteigt, die ein richtiger Nietanschluſs bedingt.

Ein anderes Beispiel zur Bildung von Ecken zeigt Fig. 367, welche den Fuſs einer eingespannten Säule darstellt. Die unteren Querträger müssen da unterbrochen werden, wo das Anschluſsblech der Längsträger durchgeht; die lange Lasche muſs die Kraft des Zuggurtes übertragen; die Anschluſswinkel übertragen die Querkraft, das Fuſsblech die Druckkraft.

Eine solche Konstruktion ist für nicht allzu groſse Einspannungsmomente sehr geeignet. Für groſse Einspannungsmomente kann man die Konstruktion der Fig. 368 anwenden, die ohne weiteres verständlich ist. Es ist hier unbedingt notwendig, die Quer- und Längsträger ziemlich hoch zu konstruieren, um für die Anschlüsse die erforderliche Anzahl Niete unterbringen zu können. Wie eine Lamelle des senkrechten Trägers angeschlossen werden kann, ist aus der Figur ersichtlich. Es macht aber Schwierigkeiten, mehr als eine regelrecht zu verbinden.

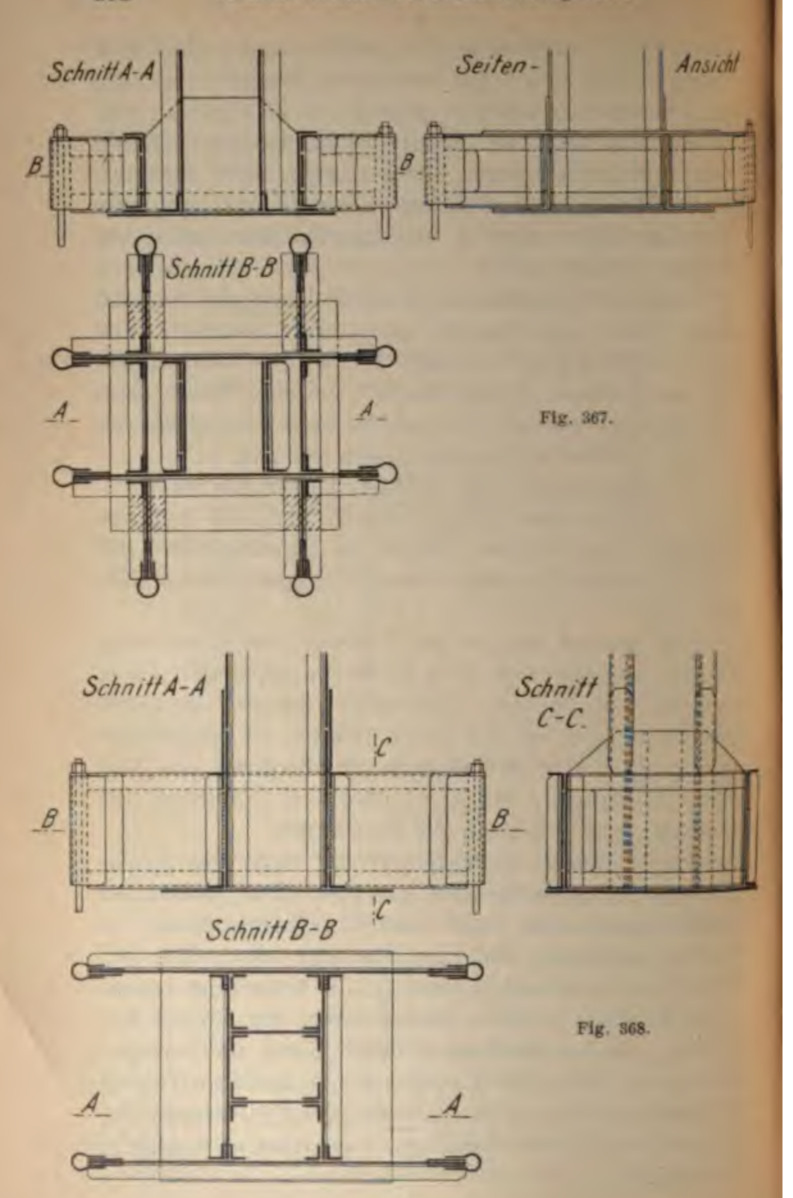


Fig. 367.

Fig. 368.

88. Verankerungen.

Ist ein Lager unter Umständen negativen Auflagerkräften ausgesetzt, so wird eine Verankerung erforderlich. Bei der Berechnung der Anker ist zu berücksichtigen, daſs die Kraft auf jede Schraube nicht immer ohne weiteres gleich der gesamten negativen Kraft, dividiert durch die Anzahl der Schrauben, anzunehmen ist.

Soll der zu verankernde Fuſs als eingespannt gelten, so ist das Einspannungsmoment (einschl. Temperatureinflüsse!) zu berücksichtigen. Gelenkig gestützte Füſse dürfen durch die Anker in ihren Pendelbewegungen nicht gehindert werden.

Ist eine Pendelbewegung nur in einer Richtung erforderlich, so kann diese mit Hilfe eines Tangentialkipplagers (Fig. 384) ermöglicht werden. Soll die Bewegung in jeder Richtung möglich sein, so muſs man ein Kugellager verwenden. Die Verankerung eines solchen Fuſses durch Anordnung einer einzigen Ankerschraube im Mittelpunkt der sphärischen Fläche ist im allgemeinen nicht empfehlenswert, weil ein groſser Teil der wirksamen Tragfläche verloren geht; auſserdem bleibt in den meisten Fällen die Schraubenmutter vollständig versteckt; diese Anordnung ist nur für sehr kleine Kräfte zulässig. Besser ist es, zwei Anker mit einem Balanzier zu verbinden, der seinen Stützpunkt (auf einem Kugelgelenk) über dem Mittelpunkt der Lagerkugelfläche hat. Wollte man hier vier Ankerschrauben verwenden, so wäre die Anordnung eines Längs- und zweier Querbalanziere geboten, eine komplizierte und unschöne Konstruktion.

Die Schrauben kann man nur mit 0,6 bis 0,8 t/cm² in der Kernfläche beanspruchen mit Rücksicht darauf, daſs die zugrunde gelegte Kraft nicht der tatsächlich vorhandenen entspricht, da die Mutter von vornherein stramm angezogen wird, so daſs der Zug in der Schraube nicht unwesentlich höher sein kann. Auch für

alle anderen Teile, wo dieser Umstand von Einfluſs ist, muſs eine entsprechend niedrige Beanspruchung gewählt werden.

Die übliche Voraussetzung, daſs die horizontalen Kräfte sich nur auf die Stützen verteilen, auf denen ein positiver Druck herrscht, ist nicht empfehlenswert; vielmehr sollte man untersuchen, ob der verankerte Fuſs imstande ist, den auf ihn kommenden Teil der horizontalen Kraft aufzunehmen. Dabei kann man den Unterschied zwischen aktivem und passivem Erddruck, die Reibung zwischen verankertem und unverankertem Mauerwerk (Koeffizient 0,50) sowie die Scherfestigkeit des Mauerwerks mit 1 kg/cm² in Rechnung ziehen.

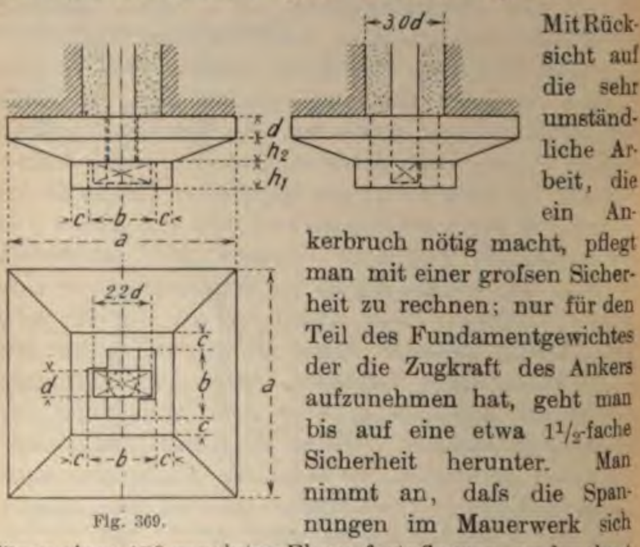


Fig. 369.

Mit Rücksicht auf die sehr umständliche Arbeit, die ein Ankerbruch nötig macht, pflegt man mit einer groſsen Sicherheit zu rechnen; nur für den Teil des Fundamentgewichtes der die Zugkraft des Ankers aufzunehmen hat, geht man bis auf eine etwa $1^1/_2$-fache Sicherheit herunter. Man nimmt an, daſs die Spannungen im Mauerwerk sich längs einer 45° geneigten Ebene fortpflanzen, und rechnet danach das wirksame Gewicht.

Eine übliche Form für Ankerplatten (aus Guſseisen) ist in Fig. 369 dargestellt. Man kann etwa nehmen:

$d = 1{,}7\,\sqrt{P}$ bzw. $1{,}5\,\sqrt{P}$ je nachdem die Beanspruchung 0,6 bzw. 0,8 t/cm² gewählt wird.

$a = 12\ \sqrt{P}$ (Beanspruchung des Mauerwerkes etwa 7 kg/cm²),

$h_1 = h_2 = \frac{a}{10}$,

$b = 2{,}5\ d$,

$c = 0{,}4\ \sqrt{a}$ (P in t, alle Maſse in cm).

Das Gewicht einer solchen Platte ist:

$$G = \frac{3}{8}\ P \sqrt{P + 34}\ \text{kg}.$$

Wenn die Kraft P mehr als etwa 15 t beträgt, werden eiserne Unterzüge (aus [- bzw. I-Profilen) anstatt Platten verwendet. Man pflegt sie auf Biegung zu berechnen unter der Annahme, daſs die Kraft sich gleichmäſsig auf die ganze Länge verteilt.

Bei Fundamenten, die auschlieſslich aus Beton bestehen, hat man in der letzten Zeit den ganzen Block durch Eiseneinlagen in Mitleidenschaft gezogen, eine Konstruktion, die in jeder Hinsicht empfehlenswert erscheint.

89. Gelenke.

Gelenke werden in den Konstruktionen eingeschaltet, um in gewissen Punkten das Moment gleich Null zu machen; vertikale, sowie horizontale Querkräfte und in den meisten Fällen auch Längskräfte müssen mit Sicherheit übertragen werden.[1])

In Einklang mit der gewöhnlichen Annahme, daſs in jedem Knotenpunkt eines Fachwerkes sich ein Gelenk befindet, hat man oft bei Fachwerken die Gelenke einfach dadurch bewerkstelligt, daſs man einen Gurtstab fortgelassen oder nur blind angeschlossen hat. Wenn es auch zulässig ist, für die statische Berechnung in dem betreffenden Knotenpunkt ein wirkliches Gelenk

[1]) Es kann nur empfohlen werden, Gelenke möglichst zu vermeiden, da die theoretischen Bedingungen, besonders bezüglich der Übertragung der Querkräfte, nur mangelhaft zu erfüllen sind.

anzunehmen, so darf man doch nicht versäumen, die Festigkeit der so wichtigen Verbindung zwischen zwei Konstruktionsteilen näher zu untersuchen. Dort werden nämlich gewisse Momente übertragen, welche zwar keinen nennenswerten Einflufs auf das Hauptsystem haben, aber die Nietverbindungen sehr stark beanspruchen.

Zu einer solchen Untersuchung ist es nötig, die gegenseitige Drehung der beiden angeschlossenen Teile zu kennen. Für einen bestimmten Belastungszustand kommt man mit einem Verschiebungsplan aus, wobei es unter der Voraussetzung, dafs alle Stäbe geradlinig bleiben, leicht ist, den gesuchten Winkel zu berechnen. Empfehlenswert ist die Konstruktion einer besonderen Einflufslinie; zu diesem Zwecke denkt man sich jeden der beiden angeschlossenen Konstruktionsteile durch das Moment 1 tcm belastet, wie in Fig. 370 schematisch dargestellt; die Biegungslinie der belasteten Gurte ist die gesuchte Einflufslinie, indem eine Last $P = 1$ t die gegenseitige Drehung der beiden Teile um den Winkel η im Bogenmafs bewirkt (η ist die Ordinate unter der Last P). Annäherungsweise kann man das eintretende Moment durch die Formel ermitteln: $M = \frac{9}{2} E \tau \left(\frac{J_1}{l_1} + \frac{J_2}{l_2} + \frac{J_3}{l_3} \ldots\right)$, wo τ den Drehwinkel darstellt. Für dieses Moment und für die Quer- und Längskraft mufs die Nietverbindung gerechnet werden. Um die Beanspruchungen in mäfsigen Grenzen zu halten, kann man den Anschlufs erst dann endgültig fest zusammennieten, nachdem das Bauwerk ausgerüstet ist und die ganze bleibende Last nebst einem Teil der zufälligen Last trägt oder durch eine künstliche Belastung der entsprechende Winkel hervorgerufen wird.

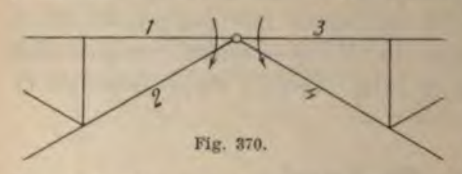


Fig. 370.

Die Ausführung bietet indes manche Schwierigkeiten. Es kann nur empfohlen werden, das Gelenk als solches wirklich auszuführen. Eine Ausnahme kann eventuell zulässig sein für Bauwerke, die hauptsächlich durch ständige Last belastet sind, wenn man auf die dadurch bewirkte Drehung Rücksicht nimmt.

a) Das Federblattgelenk.

Eine Besserung der oben erwähnten Konstruktion ist die Durchführung einer oder mehrerer Lamellen, welche wegen ihrer geringen Stärke eine Durchbiegung zulassen, ohne daſs übermäſsig groſse Spannungen eintreten. Es werden also keine Momente übertragen, nur Kräfte, welche in der Ebene der Lamellen wirken. Kommen dazu auch rechtwinklige Kräfte in Betracht, so ist eine besondere Konstruktion erforderlich. — Derartige Gelenke werden sehr oft angewendet; sie sind an und für sich einwandsfrei, aber zur Übertragung groſser Kräfte wenig geeignet; auch ist die mögliche gegenseitige Drehung beider angeschlossener Teile sehr klein.

Kann das Blech auch auf Druck beansprucht werden, so muſs es auf Knicksicherheit untersucht werden. Man kann vorläufig annehmen, daſs die erforderliche Stärke etwa $^1/_{36}$ der Länge zwischen den eingespannten Querschnitten beträgt. Auſser der Beanspruchung durch die direkt zu übertragende Kraft kommen im Gelenkblatt nicht unbeträchtliche Nebenspannungen vor.

Drehen sich die beiden verbundenen Teile gegeneinander um den Winkel τ (in Bogenmaſs), so ist die entsprechende Spannung: $\sigma' = \frac{E\,s\,\tau}{2\,l}$; findet eine Parallelverschiebung δ statt, so ist: $\sigma'' = \frac{E\,s\,\delta}{2\,l^2}$ ($s =$ Blechstärke, $l =$ Länge). Die Nebenspannungen infolge des exzentrischen Anschlusses werden meistens auſser acht gelassen. Mit der zulässigen Beanspruchung geht man ziemlich hoch, etwa 1,3 bis 1,4 t/cm² in dem durch

die Nietlöcher abgeschwächten Querschnitt. Die Nieten dürfen nicht höher als 0,8 t/cm² auf Abscherung, 1,6 t/cm² auf Leibungsdruck beansprucht werden.

In den meisten Ausführungen haben die Federblattgelenke den Nachteil, dafs gewisse Teile der Konstruktion schwer zugänglich sind. In der in Fig. 371

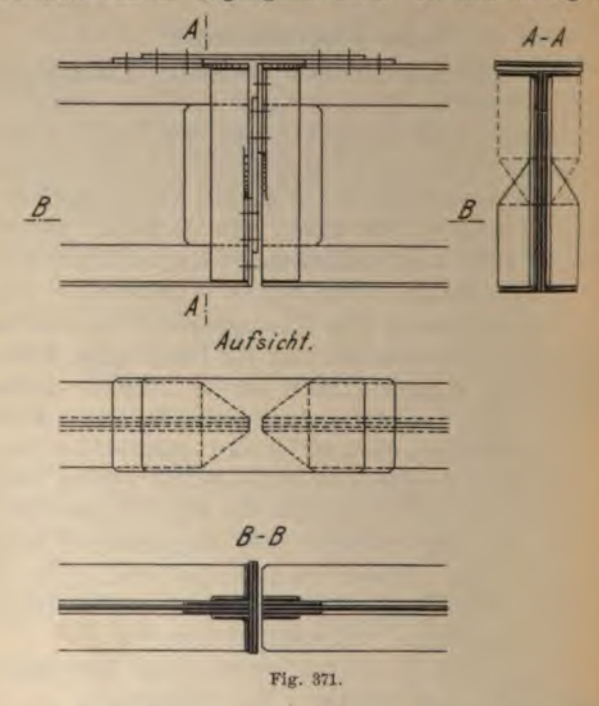


Fig. 371.

dargestellten Anordnung mufs man darauf verzichten, eine Versteifung am Ende jedes Trägers anzubringen; eine solche mufs vielmehr etwas zurückliegen. Die horizontale Verbindung der beiden Träger kann auch auf halber Höhe angeordnet werden, was aber im allgemeinen wenig zu empfehlen ist; denn die Konstruktion wird kompliziert und nimmt viel Raum in Anspruch.

In dem Gelenk der Fig. 372 sind die inneren Flächen es Federblattes und einige Niete schwer zugänglich, as die Konstruktion als mangelhaft erscheinen läfst.

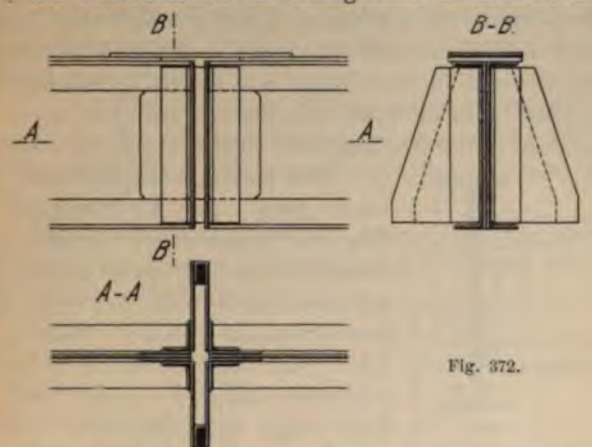


Fig. 372.

Sie kann jedoch für niedrige Balken verwendet werden, wo dieser Nachteil nicht sehr scharf hervortritt.

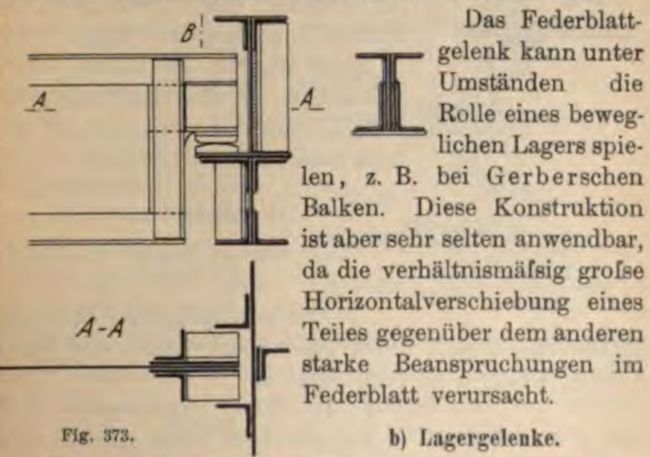


Fig. 373.

Das Federblattgelenk kann unter Umständen die Rolle eines beweglichen Lagers spielen, z. B. bei Gerberschen Balken. Diese Konstruktion ist aber sehr selten anwendbar, da die verhältnismäfsig grofse Horizontalverschiebung eines Teiles gegenüber dem anderen starke Beanspruchungen im Federblatt verursacht.

b) Lagergelenke.

Ähnlich wie bei den Tangentialkipplagern hat man oft Gelenke ausgeführt, welche den oben besprochenen vorzuziehen sind. Für die Berechnung siehe Seite 484.

Das Beispiel von Fig. 373 ist ohne weiteres verständlich. Man mufs für eine kräftige Versteifung des exzentrisch belasteten Trägers sorgen und ebenfalls durch eine passende Konstruktion hindern, dafs der aufgehängte Träger sich auf dem Lager horizontal verschieben kann (sowohl in der Längs- wie in der Querrichtung).

Ganz ähnlich kann ein Gelenk zwischen zwei in derselben Richtung liegenden Trägern gebaut werden.

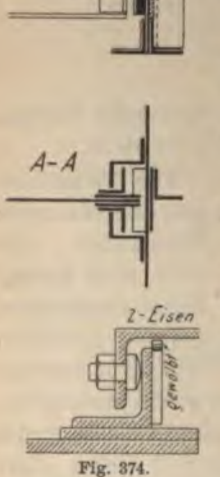



Fig. 374.

Für kleine Auflagerkräfte hat man auch die Anordnung der Fig. 374 angewendet. Es ist hier besonders wichtig, dafs der aufgehängte Träger sich frei um den Auflagerpunkt drehen und sich doch von dem Querträger nicht entfernen kann. Zu diesem Zwecke kann man ein horizontales Federblatt verwenden; einfacher ist aber die in gröfserem Mafsstab skizzierte Anwendung einer Schraube mit dickem, gewölbtem Kopf. Die Z-Eisen werden am besten durch Schrauben an dem Querträger befestigt, damit das eigentliche Gelenk leicht untersucht werden kann.

c) Bolzengelenke.

Der Bolzen mufs untersucht werden:

1. Auf Scherfestigkeit. Die Querkraft verteilt sich nicht gleichmäfsig über die ganze Fläche, sondern ist (vgl. Seite 69)

$$\tau_{max} = \frac{4}{3}\,\frac{Q}{\pi\,\frac{d^2}{4}} = 1{,}73\,\frac{Q}{d^2}.$$

Die Beanspruchung kann etwa 0,8 derjenigen des Materials (Stahl) auf Zug oder Druck gewählt werden.

2. Auf Lochleibungsdruck. Mit Rücksicht auf die sich immer wiederholende Bewegung der sich berührenden Flächen ist (auf grund der bei amerikanischen Brücken gemachten Erfahrung) der Leibungsdruck nicht höher anzunehmen als die Hauptspannung in den angeschlossenen Balken.

3. Auf Biegung. Der Bolzen wird als ein Träger betrachtet, der durch Kräfte belastet wird, welche in der Mittellinie jedes gefafsten Blechstreifens angreifen.

Bolzengelenke sind nur für kleine Kräfte anwendbar, denn bei grofsen Durchmessern erfordern sie besondere Konstruktionen, und die Reibung wird so bedeutend, dafs nicht unwesentliche Nebenspannungen eintreten.

Eine andere Anordnung von Bolzengelenken, die im allgemeinen vorzuziehen ist, besteht in der Ausnutzung des Materials, ähnlich wie bei den Lagern. Indem wir für die Berechnung des Bolzens auf Seite 478 hinweisen, geben wir in Fig. 375 ein Beispiel dazu. Es ist hier ratsam, aufser den angegebenen Führungen, welche die gegenseitige Lage der Stehbleche sichern, noch ein Federblatt anzuordnen, damit die Längskräfte das eigentliche Gelenk nicht beanspruchen. Dasselbe kann aus zwei Flacheisen bestehen, die in der Höhe des Bolzens rechts und links davon horizontal laufen und mittels kräftiger Winkeleisen mit den Stehblechen verbunden

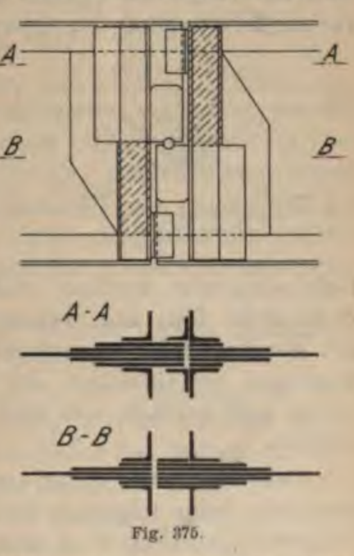


Fig. 375.

sind. Es empfiehlt sich, diese Winkeleisen durch Schrauben mit den Trägern zu verbinden, nicht durch Niete, die unter Umständen auf Zug beansprucht würden.

Durch eine kleine Änderung kann man aus diesem Gelenk ein bewegliches Lager machen, welches so wie ein Tangentialkipplager zu berechnen ist.

d) Schwere Gelenke.

Zur Übertragung sehr großer Druckkräfte, besonders für Dreigelenkbögen, wird ein Bolzenlager (Fig. 376) oder ein Tangentialkipplager (Fig. 377) angewendet, worin zur Übertragung der Querkräfte Dübel aus hartem

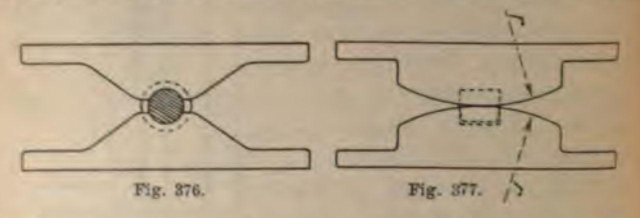


Fig. 376. Fig. 377.

Stahl eingesetzt werden. Jeder Dübel sitzt auf der einen Seite fest; sein herauskragender Teil ist nach Art der Zahnräder so geformt, daß er, trotz der Bewegungen des Gelenkes, die Wände des Einschnittes immer satt berührt, was eine sehr genaue Arbeit voraussetzt.

Den Halbmesser r der krummen Flächen bestimmt man mit Hilfe folgender Formel (nur für Stahl und Gußeisen): $r\,l = 20\,P$ (r und l in cm, P in t), wo l die Länge der sich berührenden Flächen parallel zur Zylinderachse bezeichnet.

e) Gelenke für Gewölbe.

In neuerer Zeit hat man vielfach gemauerte Bögen mit drei Gelenken ausgeführt, wodurch einerseits die Berechnung wesentlich leichter und sicherer wird, ander-

seits eine gewisse Ersparnis an Material erzielt werden kann.

Die Gelenke sind entweder, wie die eben angeführten, aus Stahl gemacht worden, oder man hat einfach eine Konstruktion gewählt ähnlich wie in Fig. 377, nur dafs die gewölbten Flächen aus Granit bestehen.[1]) In diesem Fall ist nach den Versuchen von Bach nicht allein die gröfste Druckspannung in der Mitte der Berührungsfläche sondern auch die Zugspannung auf der Rückseite des Granitquaders für den Bruch mafsgebend. Granitgelenke aus einem flachen und einem gewölbten Stück bestehend, 35 cm stark, 20 cm lang, brachen bei einer Belastung von

96, 117, 145 t,

wenn der Halbmesser 25, 100, 375 cm betrug.

In Ermangelung genauerer Angaben bleibt dem Konstrukteur nichts anderes übrig, als, sich auf diese Zahlen stützend, seine Gelenke mit reichlicher Sicherheit zu dimensionieren und vor der Ausführung sich durch Versuche mit dem zu verwendenden Material über die Festigkeit dieses wichtigen Konstruktionselementes zu überzeugen.

Die Gelenke werden mitunter durch Bleieinlagen ersetzt; es gelangt dazu Walzblei zur Verwendung, und zwar 2—3 cm dick, etwa $^1/_3$ der Gewölbestärke breit. Die zulässige Beanspruchung beträgt 100—120 kg/cm^2.

Bei der bedeutenden Breite der Auflagerfläche erscheint eine gegenseitige Bewegung der beiden Teile nicht wahrscheinlich. Es empfiehlt sich daher, den Einflufs der Verkehrslast auch ohne Rücksicht auf die Bleieinlagen zu untersuchen.

Unter allen Umständen ist dafür zu sorgen dafs nur eine Drehung, keine lotrechte Verschiebung in den Gelenken stattfinden kann.

[1]) Eine andere Form für solche Gelenke ist von Barkhausen untersucht worden. Die betreffenden Formeln sind im Schweizer Ingenieurkalender (1904) angegeben.

90. Lager.

a) Allgemeines.

Das für die Auflager verwendete Material ist meistens Stahlgufs, selten Gufseisen, höchstens bei kleinen Brücken u. dgl. Auch Walzeisen (Rundeisen für Bolzen und Rollen, Schienen oder ähnliche Profile für Unterlagen) kommen selten zur Verwendung. Jeder Hauptträger erhält ein festes und ein bewegliches Lager. Für kleine Brücken — bis etwa 30 m Spannweite — sind Gleitlager zulässig, vorausgesetzt, dafs die Pfeiler die durch die Reibung entstehenden Kräfte (Reibungskoeffizient ca. 0,3) aufnehmen können. Das feste Lager erhält Knaggen, die das Gleiten der Brücke hindern. Die horizontalen Querkräfte werden durch die Reibung übertragen; trotzdem werden beide Lager mit Führungsrippen versehen.

Bei sehr breiten Brücken wird mitunter nur ein Lager fest ausgeführt und die übrigen so angeordnet, dafs die Verschiebung in einer bestimmten Richtung geschieht.

Über die Spannungen, welche bei elastischen gegeneinander gedrückten Körpern eintreten, ist man heutzutage noch im unklaren. Die Anwendung folgender Formeln führt zu Ergebnissen, die im Einklang mit guten Ausführungen stehen, sich aber wissenschaftlich nicht rechtfertigen lassen.

Der Auflagerdruck P ist in t angenommen, als Material Stahlgufs (oder Gufseisen) vorausgesetzt. Alle Mafse sind in cm.

Zylinder und ebene Platte: $r = \frac{10\,P}{l}$.

Zwei parallele Zylinder: $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{l}{10\,P}$.

Für eine hohle Zylinderfläche ist r_2 negativ zu setzen.

Bolzen in genau anschliefsenden zylindrischen Hohlflächen: $d = \frac{1{,}6\,P}{l}$.

Kugel und Platte: $r = 37 \sqrt{P}$.

Zwei Kugeln: $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{37 \sqrt{P}}$.

Für eine hohle Kugelfläche ist r_2 negativ zu setzen.

Kugel in genau anschliefsender Kugelfläche:

$$r = \sqrt{{}^3/_4 P}.$$

Alle diese Formeln setzen eine gleichmäfsige Verıg der Kraft P voraus und lassen eine sehr hohe spruchung des Materials zu. Man mufs also alle ɿifenden Kräfte (auch Winddruck, Bremskräfte u. dgl.) ːksichtigen, selbst unter unwahrscheinlichen Anıen. Ein Zuschlag von etwa 5% ist schliefslich am Platz, um den Einflufs der elastischen Formrung der einzelnen Teile auf die Verteilung der nungen einigermafsen zu berücksichtigen.

Die einzelnen Teile der Lager (aus Stahlgufs bend) werden auf grund einer zulässigen Biegungsnung von 1,00 t/cm² dimensioniert unter der Anıe, dafs die Kraft, die auf einer Seite konzentriert , auf der anderen gleichmäfsig verteilt ist.

Granitquader dürfen auf 45 kg/cm² beansprucht en; für Kalkstein kann man 25 kg/cm², für Sand- 15—30 kg/cm² annehmen.

Die Längenänderung eines L m langen Stabes in- einer Temperaturänderung von $\pm$ 40° C ist $= \pm \frac{L}{21}$ cm.

Infolge der Belastung durch Verkehrslast streckt der Untergurt der Brücken um $\Delta_2 L = \frac{L\sigma}{21{,}5}$, wo Spannung in t/cm². Mit einem mittleren Wert 0,7 hat man: $\Delta_2 L = \frac{L}{31}$.

Das bewegliche Lager mufs also im allgemeinen Verschiebung von $\pm \Delta L = \Delta_1 L + \Delta_2 L = \frac{L}{12{,}5}$ cm

gestatten. Man tut gut, noch etwas zuzuschlagen, ca. 2 bis 6 cm, um etwaige Fehler in der Aufstellung zu berücksichtigen.

Im folgenden sind einige nähere Angaben über die üblichen Lagerkonstruktionen angeführt.

b) Das Bolzenkipplager.

Die Anzahl[1]) der Rollen nehme man: $n = 4 + \frac{P}{100}$, den Durchmesser $d = \frac{20\,P}{n\,l_2}$, den Zwischenraum 0,5 bis 0,8 cm (Fig. 380).

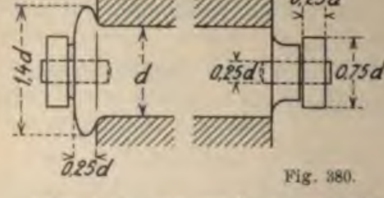
Mit bezug auf Fig. 378 und 379 kann man folgende Abmessungen annehmen, die eine Biegungsspannung von 1,0 t/cm² voraussetzen (P in t, alle Maſse in cm).

$$a = 30 + \frac{P}{10}, \quad l_1 = 32 + \frac{P}{15}, \quad h_1 = \sqrt{P - 30},$$

$$b = 23\frac{P}{l_2} + \varDelta L, \quad l_2 = 36 + \frac{P}{11}, \quad h_2 = \frac{53\,P}{435 + P},$$

$$c_1 = 3 + \frac{P}{200}, \quad D = 1 + 1{,}6\frac{P}{l_1}, \quad h_3 = 4 + \frac{P}{150},$$

$$c_2 = 2 + \frac{P}{400}.$$



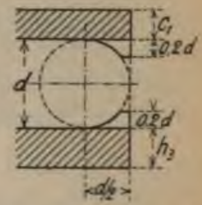


Fig. 380.

Den hier angegebenen Maſsen entspricht die Gesamthöhe $H = 4{,}13\sqrt{P - 20}$.

Beim genauen Zeichnen des Lagers wird man kleine Maſsänderungen vornehmen; insbesondere muſs man auf die Form des Untergurtes der Brücke Rücksicht nehmen.

---

[1]) Besser weniger als mehr, besonders wenn die vorhandene Konstruktionshöhe groſs genug ist; einige Konstrukteure nehmen niemals mehr als vier Rollen an.

Fig. 378.

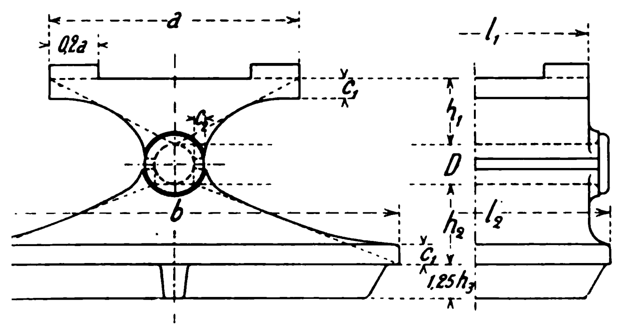


Fig. 379.

Dafs das Gewicht eines solchen Lagers mit keiner grofsen Genauigkeit von vornherein anzugeben ist, hängt mit den Umständen zusammen, dafs die Breite des Gurtes nicht bekannt ist und dafs die Anzahl der Rollen sich mit zunehmendem P sprungweise ändert. Ziemlich genaue Werte liefern folgende Formeln:

$$\text{Bewegliches Lager: } G = \frac{P}{100}(410 + P) \text{ kg}$$

$$\text{Festes Lager: } G = \frac{P}{100}(180 + 0{,}55\,P) \text{ kg.}$$

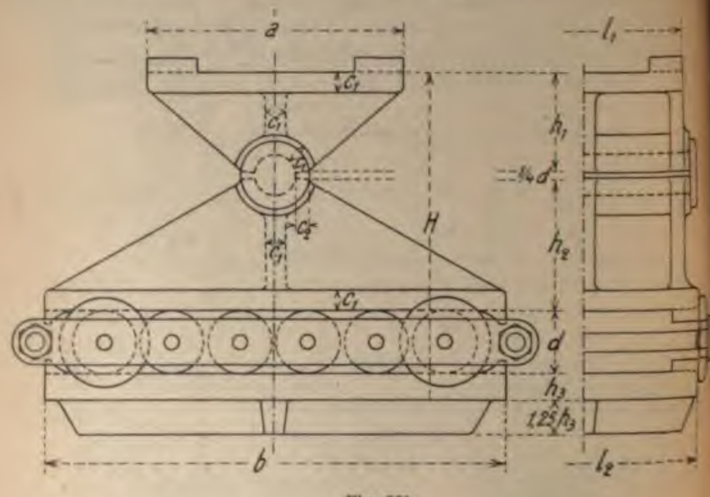


Fig. 381.

Wenn man nicht genötigt ist, die Höhe H auf das äufserste zu reduzieren, ist es ratsam, den oberen und unteren Teil nicht voll, sondern mit Aussparungen auszuführen (Fig. 381 und 382). Die Gesamtstärke der Rippen (auf 3 oder mehr verteilt) nimmt man

$$s = 7 + \frac{P}{40}.$$

Aufserdem $h_1 = 1{,}36\sqrt{P}$, $h_2 = 2{,}40\sqrt{P} - 8$. Die anderen Mafse bleiben wie oben.

Hiernach ist die Gesamthöhe annäherungsweise $H = 4{,}58 \sqrt{P}$. Das Gewicht ist:

Bewegliches Lager: $G = \frac{P}{100}(390 + 1{,}05\,P)$ kg

Festes Lager: $G = \frac{P}{100}(150 + 0{,}45\,P)$ kg.

Das Gewicht der einzelnen Teile kann sowohl für dieses Muster wie für das vorige aus dem Gesamtgewicht des beweglichen Lagers mit einer rohen Annäherung, wie folgt, abgeleitet werden.

Oberteil	17 %	des Gesamtgewichtes	Untere Platte	20 %
Unterteil	31 %		Bolzen	2 %
			Walzen	30 %

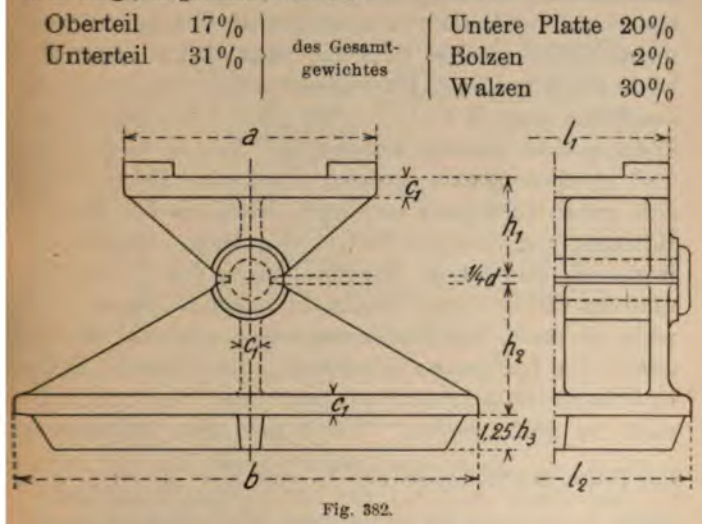


Fig. 382.

Die untere Platte wird am besten nicht in den Stein eingelassen, sondern einfach daraufgelegt. Die Zementfuge wird 15—20 mm stark angenommen. Die untere Kreuzrippe hat mehr den Zweck, die Platte etwas zu verstärken, als sie auf dem Stein festzuhalten; sie wird mitunter fortgelassen. Ihr Gewicht beträgt: $g = 6 + \frac{8}{100}\,P + 1{,}5\left(\frac{P}{100}\right)^2$ kg. Der (gleichmäfsig verteilte) Druck auf den Quader beträgt ca. 44 kg/cm².

Der Reibungskoeffizient eines Rollenlagers ist nach Winkler: $\varphi = \frac{1}{7\,d}$ (d = Durchmesser der Rollen in cm.)

c) Das Stelzenlager.

Für mäfsige Auflagerdrücke, bis etwa 120 t, ist es vorteilhaft, eine einzige Walze zu benutzen, um den Bolzen und den Unterteil zu sparen. Da die Ausnutzung des ganzen Umfangs der Walze als Auflagerfläche ohne weiteres ausgeschlossen ist, so genügt es nur einen Teil davon ausführen; alsdann ist man aber nicht gezwungen, der oberen und unteren zylindrischen Fläche eine gemeinschaftliche Achse zu geben, vielmehr kann man für beide einen gröfseren Halbmesser wählen, als die Hälfte der Höhe (nach Kübler). Mit jeder Verschiebung ist alsdann eine gewisse Hebung der Brücke verbunden und gleichzeitig eine gewisse Längskraft. Beide lassen sich genau berechnen und sind, besonders bei kleinen Brücken, von untergeordneter Bedeutung. Gegebenenfalls mufs man bei der Dimensionierung des Untergurtes und der Pfeiler darauf Rücksicht nehmen. Es ist aber nicht zu raten, den Halbmesser sehr grofs zu wählen, damit die bei jeder Verschiebung des oberen Teiles eintretende Hebung und entsprechende Horizontalkraft nicht zu grofs werden. Wählt man zum Halbmesser die Höhe der Stelze, so ist: $h_2 = 10\,\frac{P}{l_2}$. (P in t, alle Mafse in cm, nur die Spannweite L der Brücke in m).

Mit bezug auf Fig. 383 ist für Stahlgufs:

$$a = 10 + \frac{P}{3}, \qquad l_1 = 32 + \frac{P}{15}, \qquad h_1 = 1{,}65 + 7{,}5\,\frac{P}{100},$$

$$b = 26\,\frac{P}{l_2}, \qquad l_2 = 36 + \frac{P}{11}, \qquad h_2 = \frac{150\,P}{480 + P},$$

$$c_1 = 1{,}5 + \frac{P}{50}, \qquad e = \frac{L}{3} + 4, \qquad h_3 = \frac{48\,P}{400 + P},$$

$$c_2 = 0{,}85\,c_1. \qquad f = 0{,}6\,h_4. \qquad h_4 = c_1 + 2.$$

Für Gufseisen multipliziere man h_1 und h_3 mit 2, c_1 mit 1,5, G mit 1,8.

Die ganze Höhe ist $H = 6 + 0{,}386\,P$. Das Gewicht ist annäherungsweise $G = 0{,}27\,P\sqrt{P}$ kg, von dem etwa 34% auf den Oberteil, 18% auf die Stelze und 48% auf den Unterteil entfallen. Der Druck auf den Quader ist etwa 39 kg/cm². Die Biegungsspannungen der einzelnen Teile überschreiten nicht 1,05 t/cm².

Die Form der Führungszähne ermittelt man am besten durch Versuche.

Ist man genötigt, andere Abmessungen für die Hauptteile zu wählen, was z. B. für Auflager von Gerberschen Zwischenträgern geschieht, so mufs man

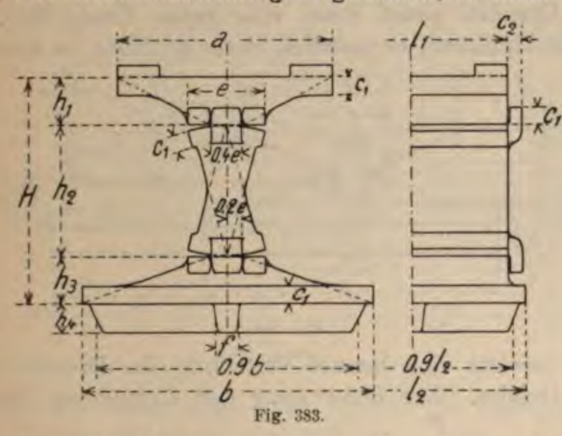


Fig. 383.

eine Dimensionierung vornehmen, zu welcher die Druck- bzw. Biegungsspannung von 1,00 t/cm mafsgebend ist. Für die Stelze sind die obigen Formeln zu benutzen.

Die gröfste Horizontalkraft, welche einer Verschiebung entgegenwirkt, ist (einschl. der Reibung):

$$R = \frac{P}{h_2}\left(\frac{L+1}{13}\right),$$

wo L in m einzuführen ist.

Bei schweren Brückenlagern hat man oft die gewöhnlichen Rollen durch Stelzen ersetzt, was zu einer gedrängten Konstruktion führt und theoretisch einwandfrei ist. Nur liegt die Gefahr vor, dafs die Stelzen

umkippen, was schwere Folgen haben kann. Es ist also dringend zu empfehlen, die Stelzen für eine sehr reichlich bemessene Verschiebung zu konstruieren und für eine sichere Führung derselben zu sorgen. Diese läſst sich am besten durch eine Verzahnung bewerkstelligen (ähnlich wie in Fig. 383), welche entweder bei jeder Stelze oder nur bei der äuſseren angeordnet ist; im letzten Falle sind noch zwei parallele Führungsschienen auf jeder Seite anzubringen.

d) Das Tangentialkipplager.

Dasselbe bietet einen sehr guten Ersatz für das Bolzenkipplager; es gestattet, etwas an Höhe zu sparen,

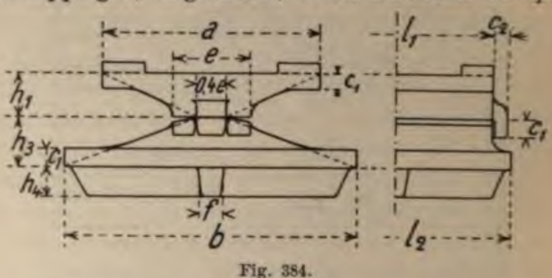


Fig. 384.

und bewirkt eine bessere Verteilung des Druckes auf den Quader. Zur Berechnung der Krümmung nimmt man: $r = 10 \frac{P}{l_1}$. Die Übertragung der Horizontalkräfte geschieht durch die Reibung, die mindestens 0,25 P beträgt; die Knaggen sind da, um die Montierung zu erleichtern und um das Auge zu befriedigen.

Fig. 384 zeigt ein Tangentialkipplager von dem in Fig. 383 dargestellten abgeleitet und ebenfalls für kleine Kräfte (bis etwa $P = 120$ t) geeignet. Die Buchstaben haben dieselbe Bedeutung wie dort. Mit Hilfe der betreffenden Formeln kann man das Gewicht und die Höhe H mit genügender Annäherung ermitteln.

Für gröſsere Kräfte leitet man die Formen aus denen der Fig. 378 bzw. Fig. 379 ab. Ein beweg-

liches Lager ist in Fig. 385 dargestellt. Die Breite e kann etwa $\frac{L}{5} + 5$ cm gemacht werden; für die anderen Maſse sind die Formeln auf Seite 478 zu benutzen. Das Gewicht ist in Vergleich zum Bolzenkipplager etwa um 6 % geringer; von diesem Abzug entfällt auf den Ober- bzw. Unterteil je ein Drittel. Der Abzug für die Höhe H ist D.

Für Brücken, wo erhebliche wagerechte Längskräfte vorkommen, ist es sehr empfehlenswert, obwohl nicht

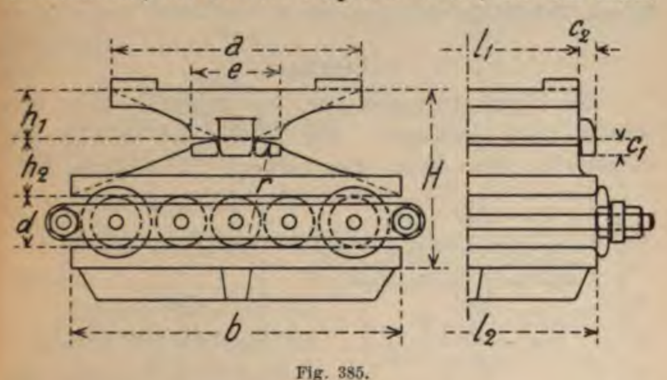


Fig. 385.

üblich, die festen Lager mit Bolzen, die beweglichen als Tangentialkipplager auszuführen.

e) Lager für Bogenbrücken.

Für Bögen mit zwei Gelenken wird fast ohne Ausnahme das Bolzenkipplager verwendet, obwohl, besonders für gröſsere Brücken, ein Tangentialkipplager auch brauchbar wäre. Allgemeine Formeln und Skizzen lassen sich wegen der Mannigfaltigkeit der vorkommenden Fälle nicht aufstellen. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der Grundformeln; als zulässige Biegungsspannung wird 1,00 t/cm² angenommen.

Besonders bei groſsen Brücken hat man vielfach den Unterteil auf Keile aufgelagert, die eine genaue

Einstellung in jeder Richtung gestatten. Ein besonderer Stuhl aus Stahlgufs dient zur Übertragung der Kräfte auf den Quader.

Diese, die Montierung zweifellos erleichternde Anordnung, erscheint nicht unbedingt notwendig, indem grofse Fehler in der Lage des Lagerstuhls nicht zu erwarten sind, und kleine Differenzen durch die Zementfuge leicht ausgeglichen werden können; es ist überhaupt fraglich, ob bei Anwendung von Keilen der Schlufs des Bogens im Scheitel ohne nach Stichmafs ausgeführte Pafsstücke möglich ist.

f) Gleitlager.

Für kleine Auflagerkräfte, bis ungefähr 40 t, verwendet man Gleitlager. Ein solches ist in Fig. 386 dargestellt. Man kann etwa nehmen (für Gufseisen):

$$a = 24 + 0{,}6\,P;$$
$$r = 45 + 0{,}8\,P;$$
$$h_1 = \frac{r}{50};$$
$$h_2 = 1{,}6\,\sqrt{P};$$
$$h_3 = \frac{8}{100}\,r;$$
$$c = 2 + \frac{P}{20}.$$

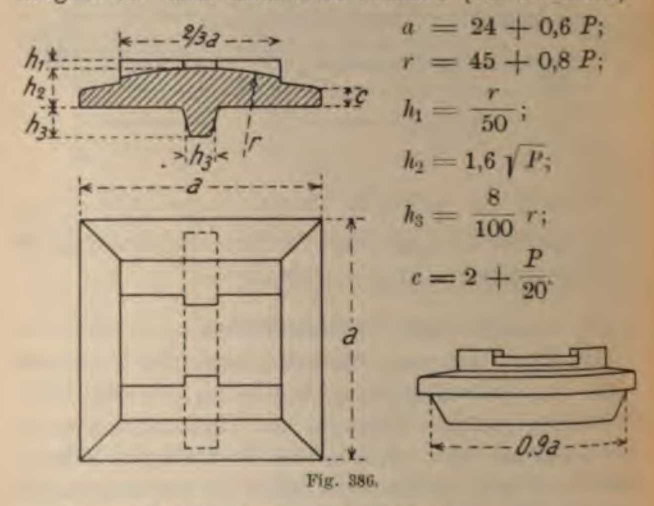


Fig. 386.

Das Gewicht einer solchen Platte ist:

$$g = 2{,}6\,P + \left(\frac{P}{8}\right)^2 \text{kg}.$$

Für das feste Lager sind die Knaggen erforderlich; für das bewegliche müssen sie fortbleiben oder mit dem nö-

gen Spiel in die Einschnitte ngreifen. Derartige Platten önnen auch im Hochbau ngewendet werden. Der ruck auf das Mauerwerk berschreitet nicht 18 kg/cm², as für Klinkermauerwerk verlängertem Zementörtel keine zu hohe Spanung ist. Für kleinere Kräfte egt das Verhältnis noch ünstiger.

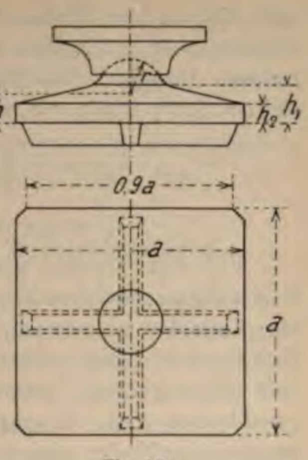


Fig. 387.

g) Kugellager.

Nach Fig. 387 kann man ehmen, für Stahl:

$$= 5\sqrt{P};\ h = 0{,}9\sqrt{P};\ h_1 = \sqrt{P};\ h_2 = 0{,}8\sqrt{P};\ r = \sqrt{\frac{3}{4}P}.$$

Nähere allgemeine Angaben lassen sich nicht aufellen.

Mitunter kann ein Kuelgelenk mit Vorteil durch in doppeltes Bolzengelenk Fig. 388) ersetzt werden, elches wohl jede beliebige Jeigung, nicht aber eine Drehung um eine vertikale chse gestattet.

Unter Annahme eines uadratischen Grundrisses ann man setzen:

Fig. 388.

$$= 5\sqrt{P};\ h_1 = h_2 = 0{,}9\sqrt{P};\ h_3 = 0{,}9\sqrt{a};\ b = l = 0{,}75\,a.$$

$$D = 1{,}6\,\frac{P}{l} + 1. \quad \text{(Maſse in cm, } P \text{ in t.)}$$

h) Doppeltbewegliche Lager.

Wird es verlangt, daſs ein Lager eine Verschiebung beliebiger horizontaler Richtung gestattet, so werden

zwei Reihen von Rollen übereinander angeordnet. Der Durchmesser der Rollen ist für die oberen wie für die unteren derselbe. Die Platte, die zwischen den beiden Reihen liegt, erhält die Stärke:

$$h = 4 + \sqrt{\frac{3\,d\,(d+2)}{40}}\ \text{cm}.$$

i) Winke für den Entwurf.

Von dem Drucke wird nur ein sehr geringer Teil durch die wagerechten Flansche der Winkeleisen bzw. von den Lamellen übertragen, der Hauptteil geht durch das Stehblech und die vertikalen Winkelflanschen, namentlich diejenige der Versteifungswinkel, soweit diese angeschlossen sind. Hiernach ist es bei einfachen Gurtungen überflüssig, eine Kugelauflagerfläche anzuordnen, denn die Pendelbewegung in der Querrichtung ist sowieso frei.

Die Beanspruchung der einzelnen Lagerteile seien niedrig, um eine gleichmäſsige Verteilung der Kräfte zu erreichen.

Krumme Flächen, nach sehr wenig verschiedenen gleich gerichteten Halbmessern bearbeitet, sollen vermieden werden, besonders wenn sie gegen Eindringen von Wasser und Schmutz nicht gesichert sind.

Bei dem beweglichen Lager ist eine Begrenzung der Längsbewegungen überflüssig; auch am festen Lager ist man viel mehr auf die Reibung als auf Knaggen, Zähne u. dgl. angewiesen.

Bei der Dimensionierung der Unterlagsplatte versäume man nicht, die Wirkung der wagerechten Kräfte zu berücksichtigen. Die gröſste zulässige Druckspannung auf den Quader kann man in diesem Falle um etwa 10 % höher als sonst annehmen.

Steinschrauben zur Befestigung der Lager sind überflüssig. Besser ist es, die Grundplatte mit Kreuzrippen zu versehen, welche in den Stein eingelassen werden, während die eigentliche Platte um 1,5—2,0 cm

über der Oberfläche des Quaders zu liegen kommt. Diese Fuge wird mit Zement vergossen; das Richten wird dadurch erleichtert und das Lager hoch über dem Quader gehalten.

Die Anordnung eines abnehmbaren Schutzkastens für die Rollen ist auf alle Fälle zu empfehlen.

91. Berechnung von Durchbiegungen.

Die Berechnung der Durchbiegung eiserner Bauwerke wird vorgenommen, entweder um statisch unbestimmte Systeme zu untersuchen, oder um die absolute Nachgiebigkeit zu ermitteln, oder um durch den Vergleich der rechnerisch ermittelten Durchbiegungen mit den an dem ausgeführten Bauwerk gemessenen einen Überblick über die Verteilung der Kräfte und das Verhalten der einzelnen Glieder zu gewinnen. Zu diesem letzten Zweck werden oft Spannungsmessungen vorgenommen, die eine sehr feine Abmessung erfordern, und deren Ergebnisse leicht von Nebenspannungen u. dgl. beeinflufst werden. Es ist dies aber das einzige Mittel, um die Gründe etwaiger Abweichungen zwischen den gemessenen und den berechneten Durchbiegungen zu erforschen.

a) Bei der Anwendung der verschiedenen Methoden zur Ermittlung der Formänderung zum Zweck der statischen Berechnung ist meistens eine grofse Genauigkeit nicht am Platz, da die endgültigen Querschnitte zunächst meistens nicht bekannt sind und etwaige Fehler keinen sehr grofsen Einflufs haben, weil sie sich gegenseitig aufheben. Bei vielfach statisch unbestimmten Systemen kann es geschehen, dafs die Unbekannten sich gegenseitig stark beeinflussen, wie z. B. bei einem gelenklosen Bogen; in diesem Falle bleibt nichts anderes übrig, als nach der auf grund der ersten Berechnung erfolgten Dimensionierung eine mindestens skizzenhafte Zeichnung anzufertigen und an Hand dieser eine neue

Untersuchung durchzuführen. Erst bei dieser lohnt es sich, alle Umstände peinlich zu berücksichtigen.

Als vereinfachende Annahmen für die angenäherte Berechnung der Formänderung kann man folgende aufstellen:

1. Vernachlässigung der Formänderung der Füllungsglieder bzw. der Wirkung der Scherkräfte;

2. Annahme eines konstanten Querschnittes für die Gurtungen; die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes vollwandiger Teile ist alsdann nur durch die Linienführung der Gurte gegeben. Sehr oft kann man, mindestens annäherungsweise, die Veränderung der Gurtquerschnitte schätzen; es ist dadurch möglich, ohne wesentlich mehr Arbeit eine gröſsere Genauigkeit zu erreichen. Im allgemeinen hat aber diese Feinheit keinen groſsen Zweck. Z. B. ergibt die genaue Berücksichtigung der Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes bei der Untersuchung eines durchgehenden Vollwandträgers mit parallelen Gurtungen Abweichungen bis auf höchstens 6 % gegenüber der gewöhnlichen Berechnungsart.

3. Zur Bestimmung der Längenänderung der Stäbe bei Fachwerken legt man die geometrische Länge zugrunde. Die Anwendung von Formeln, welche sich auf diese Voraussetzung stützen, ist also ohne weiteres zulässig.

Bei der Berechnung der Formänderung sind immer die Werte der Querschnittsflächen und der Trägheitsmomente ohne Nietabzug einzuführen! Futterstücke, durch Heftniete angeschlossen, werden als wirksam gerechnet, falls sie nicht sehr kurz sind.

b) Handelt es sich darum, die Formänderung eines ausgeführten Bauwerkes zu berechnen, um die Übereinstimmung mit den gemessenen Durchbiegungen zu prüfen, so ist die gröſste Genauigkeit erforderlich, d. h. es müssen alle Umstände berücksichtigt werden, Veränderlichkeit der Trägheitsmomente, Wirkung der Quer-

kräfte, Längenänderung aller Stäbe usw. Bei der Berechnung der letzteren ist für die Stäbe nicht mehr ihre geometrische Länge, sondern die Länge des Stabes zwischen den Mittelpunkten der Anschlüsse auf den Knotenblechen mafsgebend; die Formeln, welche durch Einführung der geometrischen Länge in den Ausdruck $\Delta l = \frac{S s}{E F}$ abgeleitet wurden, sind nicht mehr zu gebrauchen; ihre Anwendung würde bei Bauwerken mit vielen kurzen Stäben ziemlich bedeutende Fehler verursachen.

Die Nebenspannungen, welche dadurch entstehen, dafs die Knotenpunkte starr und nicht gelenkig sind, beeinflussen die Verteilung der Kräfte und die gesamte Formänderung nur wenig. Die weitläufige Arbeit, die zur Berechnung der Nebenspannungen nötig ist, steht in keinem Verhältnis zur Genauigkeit, die dadurch erreicht würde.

Mit gleich grofser Sorgfalt sind solche statisch ununbestimmten Systeme zu behandeln, wo die statisch nicht bestimmbaren Gröfsen sich gegenseitig stark beeinflufsen, wie z. B. ein Zweigelenkbogen mit einem elastischen Zugband auf einer gewissen Höhe über der Kämpferlinie u. dgl. mehr.

92. Überhöhung der Brücken.

Es ist allgemein üblich, den Hauptträgern von Fachwerkbrücken eine etwas nach oben gebogene Form zu geben, damit sie infolge der Belastung nicht nach unten gebogen erscheinen. Man kann sich dabei das Ziel vornehmen, dafs die Brücke bei voller Belastung um ebensoviel nach unten durchgebogen erscheint, als sie in unbelastetem Zustande noch überhöht ist; es wäre alsdann die Biegungslinie der Hauptträger unter der Belastung durch die bleibende Last und durch die Hälfte der Verkehrslast mafsgebend. Bei gröfseren Brücken,

die einzigen, wo diese Überhöhung (die sog. Sprengung) begründet erscheint, ist eine vollständige Belastung durch die zufällige Last zu unwahrscheinlich, namentlich bei Strafsenbrücken; es ist alsdann die Hälfte der wahrscheinlichen Verkehrslast in Betracht zu ziehen.

Die Biegungslinie kann für diesen Zweck als eine Parabel betrachtet werden, deren Pfeilhöhe nach den Annäherungsformeln auf Seite 156 und 160 genau genug gerechnet werden kann. Für durchgehende Träger kann man das Momentendiagramm für den angenommenen Belastungszustand zeichnen und den Träger als einen Gerberschen Balken betrachten, dessen Gelenke mit den Nullpunkten des Momentendiagramms zusammenfallen. In den Aufsenöffnungen hat man also je ein Gelenk, in jeder Mittelöffnung zwei. Man geht nicht stark fehl, wenn man annimmt, dafs das Stück über jedem Mittelpfeiler dort fest eingespannt ist und danach alle Durchbiegungen mit Hilfe der oben erwähnten Formeln bestimmt. Für die eingespannten Teile sind die Formeln 1 und 2 auf Seite 107 zu benutzen. Genauer ist es und macht nicht viel Arbeit mehr, die richtige Biegungslinie nach dem graphischen Verfahren unter vereinfachenden Annahmen (konstanter Querschnitt, starre Füllungsglieder usw.) zu ermitteln.

Auf alle Fälle sollte man die bleibende Senkung (infolge der unvollständig ausgefüllten Nietlöcher u. dgl.) nicht aufser acht lassen; dieselbe kann auf etwa $^1/_{5000}$ der Spannweite geschätzt werden.

Man ist mitunter so weit gegangen, das Netz für die Ausführung so zu bestimmen, dafs bei der Belastung durch die bleibende Last die Ständer genau vertikal stehen; was indes etwas übertrieben erscheint.

Eine angenäherte Formel für die Pfeilhöhe der Senkung bei einfachen Parallelträgern ist:

$$f = \frac{s}{8}\,\frac{l}{h}.$$

Hier ist s = Summe der Längenänderungen der Gurtungen $= \Delta_o + \Delta_u = \frac{2\sigma l}{E}$, wo

σ = mittlere Spannung in t/cm²,
l = Spannweite in cm,
E = 2150 t/cm²,
f = Durchbiegung in cm.

Auf grund der angenommenen Biegungslinie berechnet man das Netz für die Ausführung.

Die Sprengung ist theoretisch ganz überflüssig; sie erschwert etwas die Arbeit und ihre Wirkung wird nicht selten aufgehoben durch den Umstand, daſs die Gurtungen in der Mitte durch eine gröſsere Anzahl von Lamellen verstärkt sind, wodurch die gerade Linie schwer zu erkennen ist; für Brücken mit krummen Gurtungen kommt sie überhaupt nicht zur Geltung. — Für längere Brücken bietet sie immerhin den Vorteil, daſs die Fahrbahn sich der vorgesehenen Lage besser nähert, was sich oft durch die Anordnung der Querkonstruktion in passender Höhe durch richtig gewählte Länge der Tragpfosten bei Bahn oben und ähnliche Mittel einfacher erreichen läſst.

93. Betonkonstruktionen.

Bei den üblichen mäſsigen Beanspruchungen (etwa 30 kg/cm²) pflegt man die Betonkonstruktionen so zu berechnen, als ob das Material gleiche Dehnungen für Zug und Druck zeigte und dem Proportionalitätsgesetz gehorchte. In der Tat ist der Elastizitätsmodul mit der Spannung veränderlich; für Beton aus Portlandzement kann man ihn etwa setzen: $E = (360 - 2\sigma)$ t/cm² (wo σ in kg/cm² auszudrücken ist); als Mittelwert kann man 300 t/cm² annehmen (für Druck).

Die Spannungen wachsen nicht proportional der Entfernung von der Nullinie, sondern langsamer. Die

gröfsten Spannungen sind demnach kleiner als die nach der gewöhnlichen Formel berechneten.

Schliefslich sind die Formänderungen für Zug und Druck voneinander verschieden, so dafs die Lage der Nullinie von der gewöhnlich angenommenen abweicht.

Bei der Unsicherheit der mafsgebenden Zahlen und der Spannungsverteilung ist eine rationelle Berechnung der Biegungsspannungen nicht möglich.

Annäherungsweise kann man die Biegungsspannungen der äufsersten Fasern eines rechteckigen Körpers nach folgenden Formeln rechnen:

$$\sigma_d = \frac{3\,M}{b\,h^2}\,(1 + \sqrt{\mu}); \quad \sigma_z = \frac{3\,M}{b\,h^2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{\mu}}\right),$$

wo μ das Verhältnis der Formänderungen für Zug und Druck darstellt. Mit dem mittleren Wert $\mu = 1{,}25$ (nach Freytag)[1]) ist:

$$\sigma_d = \frac{6{,}35\,M}{b\,h^2}; \quad \sigma_z = \frac{5{,}68\,M}{b\,h^2}.$$

Die Schubspannungen rechnet man nach den gewöhnlichen Formeln; für rechteckige Querschnitte:

$$\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{b\,h}.$$

Die Berliner Baupolizei gestattet für Betondecken (Mischung 1 *RT* Zement, 3 Sand) eine Druckbeanspruchung von 30 kg/cm², und eine Zugspannung von 0,5—1,0 kg/cm². Die Druckfestigkeit ist je nach der Mischung und der Erhärtungszeit 160—200 kg/cm². Für Gufsbeton kann man den Druck nur bis auf 5—10 kg/cm² zulassen, bei gestampftem Beton guter Ausführung (Mischung 1 *RT* Zement, $2^1/_2$—3 Sand, 5—6 Kies) für Betonbrücken 20—35 kg/cm², für durchgehende Fundamente 10—15 kg/cm².

Zugbeanspruchungen sind in der Regel zu vermeiden.

---

[1]) Dieser Wert ist wohl der kleinste, der für μ angegeben wird. Koenen gibt im Mittel 16 (!), andere 2,5, andere 1,66.

94. Eisenbeton.

Legt man in einen Betonkörper eine Anzahl dünner Eisenstäbe auf die Seite, auf der Zugspannungen eintreten, so erhält man einen Körper, der befähigt ist, Biegungsspannungen aufzunehmen. Die verschiedenen Systeme unterscheiden sich hauptsächlich durch die Anordnung der Eiseneinlagen, die aus einem Netz sich rechtwinklig kreuzender Stäbe oder aus parallel liegenden, nur in gewissen Entfernungen miteinander verbundenen Rund- oder Flacheisen bestehen. Die wichtigsten Anwendungen sind: Decken, Dachverschalungen, Gewölbe, Stützpfeiler usw.

Die Adhäsion von Zement auf Eisen ist ungefähr 50 kg/cm², man kann also auf 4—5 kg/cm² mit voller Sicherheit rechnen.

Man pflegt anzunehmen, dafs auf der Zugseite die

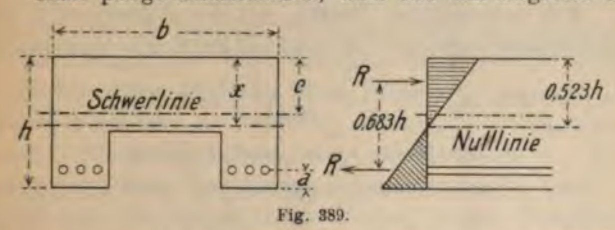


Fig. 389.

Eiseneinlagen allein die Kräfte übertragen, ein Zustand, der da eintritt, wo Risse in dem Beton entstehen. Der Sicherheit halber erscheint die Annahme ganz gerechtfertigt.

Die Dehnung der Eiseneinlagen ist gleich derjenigen des umliegenden Betons (denn in der Tat findet keine Trennung statt); es verhalten sich also die Spannungen wie die Elastizitätskoeffizienten: $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{E_e}{E_b} = n.$

Auf grund dieser Voraussetzungen wird die gebräuchliche Spannungsberechnung durchgeführt.

Für eine vorläufige Dimensionierung kann man das Biegungsmoment durch das Kräftepaar $^2/_3\, h\, R$ ersetzen,

wo h die Stärke des Betonkörpers bedeutet. Die Zugkraft R führt zur Bestimmung der Querschnittsfläche der Eiseneinlagen, während die Druckkraft $-R$ auf die gedrückte Fläche des Querschnitts (meistens oberhalb der Schwerlinie) linear verteilt wird, woraus sich die gröſste Druckspannung im Beton, doppelt so groſs als die mittlere, ergibt, also nach Fig. 389:

$$\sigma_\beta = 2\frac{R}{b\,e} = \frac{3\,M}{b\,e\,h}.$$

Im allgemeinen nimmt man $\frac{a}{h} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$. Die in Fig. 389 eingetragenen Zahlen sind nach der Annahme $a = \frac{h}{7}$ abgeleitet.

Zur genaueren Berechnung kann man die in Preuſsen vorgeschriebenen Formeln anwenden (Seite 497).

Für gewöhnliche Platten mit der Stützweite L bei gleichmäſsig verteilter Last p kg/m² kann man annehmen:

$$a = 0{,}15\,h;\quad \frac{f_e}{b} = \frac{h}{160};\quad h = L\sqrt{\frac{p}{30}}.$$

(Alle Maſse in cm, nur L in m.)

Die entsprechenden Spannungen sind in runden Zahlen:

$$\sigma_b = 32 \text{ kg/cm}^2;\quad \sigma_e = 800 \text{ kg/cm}^2.$$

Das Gewicht einer solchen Platte ist 24 h kg/m².

Durch Vergröſserung des Eisenquerschnittes wird die gröſste Betonspannung nur wenig geändert.

Die Lage der Eiseneinlagen sollte eigentlich so gewählt werden, daſs die entsprechende Kraft mit der Resultante der Zugspannungen zusammenfällt; da aber die Lage der Nullinie an und für sich unsicher und nach der Belastung veränderlich ist, so wird man sich nicht übermäſsig viel Mühe geben, um einen Zustand zu verwirklichen, der mehr unseren Annahmen als der Wirklichkeit entspricht.

Wird ein unten parabelförmig begrenzter Eisenbetonkörper als einfacher Balken beansprucht, so beachte man, daſs der weitaus gröſsere Teil der Kraft von den Eiseneinlagen an den Enden aufgenommen wird, man muſs also deren Übertragung sichern. Am besten macht man die Einlagen aus Flacheisen, deren Enden durch darüber und darunter genietete Flacheisen oder Winkel gegen jede Verschiebung in der Betonmasse gesichert sind. Man rechnet dabei mit der ganzen auf die Eiseneinlagen kommenden Kraft.

Die preuſsischen Vorschriften (Erlaſs vom 16. April 1904) enthalten folgende Angaben:

Das spezifische Gewicht des Betons, einschl. der Eiseneinlagen, ist 2,4, sofern nicht ein anderes nachgewiesen wird.

Die in die Berechnung einzuführende Stützweite freiliegender Platten ist gleich der Freilänge zuzüglich der Plattenstärke. Bei durchgehenden Platten ist die Entfernung von Mitte zu Mitte Stütze maſsgebend; das Biegungsmoment in Feldmitte kann zu $^4/_5$ desjenigen einer freiliegenden Platte angenommen werden, falls keine besondere Berechnung aufgestellt wird. Dieselbe Regel gilt für eingespannte Platten, wobei besondere bauliche Anordnungen getroffen werden müssen, um eine sichere Einspannung zu bewirken; als Stützweite gilt eine um eine Auflagerlänge vergröſserte freie Spannweite. Bei Plattenbalken (┬-förmigen Querschnitten) darf die Breite des oberen Flansches mit nicht mehr als $^1/_3$ der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden.

Das Verhältnis der Elastizitäts-Koeffizienten ist zu $\frac{E_e}{E_b} = 15$ anzunehmen, falls kein anderes nachgewiesen wird. Für die Biegungsspannungen wird die lineare Verteilung angenommen. Schubspannungen sind zu untersuchen, wenn nach der Form der Bauteile ihre Unschädlichkeit nicht ohne weiteres zu erkennen ist;

nötigenfalls sind sie durch passend gestaltete Eiseneinlagen aufzunehmen.

Die Eiseneinlagen sind möglichst so zu gestalten, dafs die Verschiebung gegen den Beton durch ihre Form verhindert wird; soweit dies nicht geschieht, ist die Haftspannung rechnerisch nachzuweisen.

Die Berechnung von Stützen auf Knicken (fünffache Sicherheit nach der Eulerschen Formel erforderlich) soll erfolgen, sobald ihre Höhe das 18-fache der kleinsten Querschnittsabmessung übersteigt. Querverbände, welche die eingelegten Eisenstäbe unveränderlich gegeneinander festlegen, sind in Abständen von höchstens dreifsigmal den Durchmesser der Stäbe anzubringen.

Die zulässige Biegungsspannung für Beton ist $^1/_5$ der Bruchspannung; bei Stützen $^1/_{10}$. Die Schubspannung darf 4,5 kg/cm² nicht überschreiten; wird gröfsere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die Inanspruchnahme bis auf $^1/_5$ davon gesteigert werden. Die Haftspannung darf die zulässige Schubspannung nicht überschreiten.

Das Eisen darf nicht über 1,2 t/cm² beansprucht werden.

Bei der Berechnung der auf Biegung beanspruchten Teile wird die Nutzlast mit dem Koeffizienten 1 multipliziert bei mäfsig erschütterten Bauteilen, mit 1,5 bei stärkeren Erschütterungen oder stark wechselnder Belastung, mit 2 bei besonders starken Stöfsen (wie Kellerdecken unter Durchfahrten und Höfen).

Rechnungsverfahren.

a) Reine Biegung.

Bezeichnet man mit f_e den Querschnitt der Eiseneinlagen auf der Breite b, n das Verhältnis der Elastizitätsmafse des Eisens und des Betons (im allgemeinen = 15), so ist (Fig. 390): $x = \frac{n f_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2\,b\,(h-a)}{n f_e}} - 1\right];$

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{b\,x\left(h - a - \frac{x}{3}\right)};$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right)}.$$

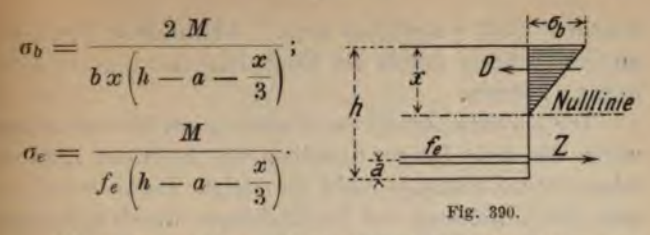


Fig. 390.

Bei ⊤-förmigen und ähnlichen Querschnitten, wo die Schwerlinie den Steg nicht schneidet, sind diese Formeln auch anwendbar. Wenn die Schwerlinie den

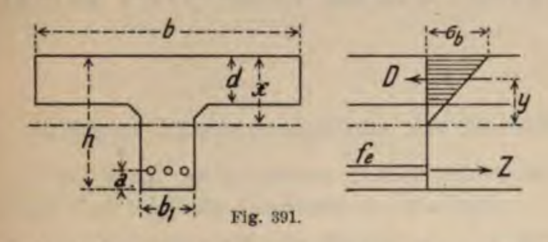


Fig. 391.

Steg schneidet (Fig. 391), so ist, unter Vernachlässigung der geringen im Steg auftretenden Druckspannungen:

$$x = \frac{(h-a)\,n\,f_e + \frac{b\,d^2}{2}}{b\,d + n\,f_e}; \quad y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)};$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\,(h - a - x + y)}; \quad \sigma_b = \sigma_e\,\frac{x}{n\,(h - a - x)};$$

die Schubspannung ist: $\tau = \frac{Q}{b_1\,(h - a - x + y)}$.

b) Zentrischer Druck.

Ist F der Querschnitt der gedrückten Betonfläche, so ist die zulässige Belastung $P = \sigma_b\,(F + n\,f_e)$, also

$$\sigma_b = \frac{P}{F + n\,f_e}; \quad \sigma_e = \frac{n\,P}{F + n\,f_e}.$$

c) Exzentrischer Druck.

Man rechnet wie für einen homogenen Baustoff, wobei für die Querschnittsfläche und das Trägheitsmoment der Querschnitt der Eisenfläche mit seinem

32*

n-fachen Wert eingeführt wird. Auftretende Zugspannungen müssen durch die Eiseneinlagen aufgenommen werden können.

Die Knicksicherheit der Eiseneinlagen ist vorhanden, wenn die freie Länge derselben die nach der Eulerschen Formel zulässige nicht übersteigt. Darnach rechnet man die Entfernung der Verbindungen durch Quereisen (auf das Vorhandensein von Beton um die Stäbe wird keine Rücksicht genommen).

IX. ABSCHNITT

PRAKTISCHE ANGABEN.

---

95. Zulässige Inanspruchnahme des Materials.

Bei der Wahl der zulässigen Inanspruchnahme des Materials sind folgende Umstände zu beachten:

1. Die Wirkungsweise der Belastung. Nur die Verkehrslast kann stofsweise auftreten, wodurch die hervorgerufenen Spannungen erheblich gröfser werden können. Der Einflufs der Stöfse wird aber geringer, je geringer die Verkehrslast P im Verhältnis zur ständigen Last Q ist. Es erscheint demnach sehr richtig, die Verkehrslast mit einem Koeffizienten $\varphi = 1 + \frac{P}{P+Q}\alpha$ zu multiplizieren, wo der Wert von α die Heftigkeit der Stöfse, die Möglichkeit von Schwingungen (wodurch die Spannungen erheblich vermehrt werden können) usw. berücksichtigt. Man könnte etwa nehmen $\alpha = {}^1/_2$ für Brücken mit glatter Bahn, $\alpha = 1$ für solche mit sehr holpriger Bahn.

Die Einführung dieses »Stofskoeffizienten« hat den Vorteil, dafs konsequenterweise nicht nur die auf Zug oder Druck dimensionierten Teile, sondern auch die Nietanschlüsse und die knicksicheren Stäbe berücksichtigt werden; dafs man dabei mit der zu-

lässigen Beanspruchung höher gehen darf, ist selbstverständlich.

2. Die Zuverlässigkeit der bei der Berechnung angenommenen Belastungen.

3. Die Wahrscheinlichkeit des Zusammentreffens aller ungünstigen Belastungen.

4. Die Zuverlässigkeit der Berechnung. Es ist klar, daſs bei einem einfachen Rundeisen, welches zentrisch auf Zug beansprucht wird, eine höhere Beanspruchung zulässig ist als bei den Gliedern eines vielfach unbestimmten Systems. In diesem letzteren Falle ist es ratsam, den statisch unbestimmbaren Gröſsen einen positiven oder negativen Fehler zuzuschreiben und denselben mit dem ungünstigsten Vorzeichen in die weitere Berechnung einzuführen. Die absolute Gröſse dieses Korrekturgliedes unterliegt allerdings einer groben Schätzung; es dürfte vielleicht im allgemeinen der Wert 5 % der betreffenden Gröſsen empfohlen werden.

5. Der Einfluſs eventueller Fehler in der Bearbeitung und in der Aufstellung, sowie der Nachgiebigkeit der Lager.

6. Die Gefahr einer eventuellen Überschreitung der Elastizitätsgrenze. Das Eintreten einer bleibenden Formänderung braucht nicht als bedenklich bezeichnet zu werden, indem das Material erst durch sehr oft wiederholte Belastung über die Elastizitätsgrenze und darauffolgende Entlastung zum Bruch gebracht wird. Wenn einmal die Spannung zu hoch wird, so ist nur eine andere Verteilung der Kräfte die unmittelbare Folge. Auf Biegung beanspruchte Körper zeigen eine nicht unwesentlich höhere Bruchlast als die theoretische, weil die Elastizitätsgrenze zuerst in den äuſsersten Fasern überschritten wird, wobei die Verteilung der Spannungen aufhört, eine lineare zu sein, und die näher an der neutralen Achse liegenden Fasern sich mehr an der Übertragung des Momentes beteiligen; dabei

ist die wirkliche Durchbiegung kleiner als die theoretische.

Bei einem Lager geschieht auch etwas ähnliches, ein Bruch ist also nicht gleich zu befürchten.

Bei einer Unterlagsplatte für einen schweren Träger wird bei zunehmender Durchbiegung die Verteilung der Spannungen auf dem Quader bzw. Mauerwerk eine günstigere usw.

7. Die Zuverlässigkeit des Materials und der Ausführung. So darf man z. B. Beton, Gufseisen, Holz usw. im Verhältnis zur Bruchbelastung nicht so hoch beanspruchen wie Flufseisen.

8. Den Einflufs eventueller Nebenspannungen.

Alle diese Umstände entziehen sich einer rationellen Berücksichtigung, sodafs man meistens auf eine ziemlich rohe Schätzung angewiesen ist. Auch ist es noch nicht festgestellt, ob man die Bruchbelastung oder die Elastizitätsgrenze oder irgend einen anderen Wert der Dimensionierung zugrunde legen soll.

Unter den verschiedenen vorgeschlagenen Formeln sei hier nur diejenige von Weyrauch-Launhardt angeführt, die noch bisweilen in Gebrauch kommt.

$$\sigma = k\left(1 + \frac{1}{2}\frac{S_{min}}{S_{max}}\right).$$

Kommen nicht Normalbelastungen, sondern Biegungsmomente in Frage, so sind dieselben an die Stelle von S_{min} und S_{max} zu setzen. Haben S_{min} und S_{max} entgegengesetztes Vorzeichen, so ist das Verhältnis als negativ zu betrachten. Für k wird meistens der Wert 0,8 t/cm² für Schweifseisen und 1,0 t/cm² für Flufseisen eingesetzt. Bei der Berechnung ist die mit dem Stofskoeffizienten (meistens 1,5 für Quer- und Längsträger, 1,2 für Hauptträger) multiplizierte Last einzuführen.

Wenn auch diese Formel an und für sich annehmbar erscheint und an Einfachheit wenig zu wünschen übrig läfst, so wird doch heutzutage von den meisten Kon-

strukteuren vorgezogen, verschiedene Koeffizienten für die verschiedenen Fälle nach Schätzung zu verwenden.[1])

Die im Folgenden angegebenen Werte sind meistens der Praxis entnommen; einige mögen als Vorschläge gelten. Es wird in allen Fällen vorausgesetzt, dafs die statische Berechnung genau durchgeführt ist und zwar auf grund zuverlässiger Belastungsannahmen, ferner, dafs die zufällige Last ohne Stofskoeffizient eingeführt wird, dafs die Ausführung sachgemäfs und zuverlässig ist, und dafs etwaige Senkungen der Stützen u. dgl. bei der Berechnung bereits berücksichtigt worden sind.

a) Eisenbahnbrücken.

Für eiserne Brücken für Hauptbahnen sind in Preufsen laut dem Erlafs vom 1. Mai 1903 folgende höchste Beanspruchungen zulässig.

Für Glieder von Fachwerkträgern und Gurtungen vollwandiger gröfserer Träger aus Flufseisen:

Stützweite	20	40	80	120	160	200 m	von 40 m an
ohne Wind	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10 t/cm²	$\sigma = 850 + \frac{5}{4} L$ kg/cm²
mit Wind	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25 t/cm²	$\sigma' = 1000 + \frac{5}{4} L$ kg/cm²

Für Schweifseisen 10 % weniger.

Für dazwischenliegende Längen wird geradlinig unterpoliert.

---

[1]) In Bayern sind noch die von Gerber auf Grund der Wöhlerschen Versuche aufgestellten Formeln in Gebrauch. Mit

$$\varphi = \frac{\text{Kraft infolge der ständigen Last}}{\text{Kraft infolge der Verkehrslast}} = \frac{Z_p}{Z_b}$$

rechnet man $\sigma = 0{,}77 + \sqrt{\varphi^2 + \varphi + 0{,}598}$ (nach der älteren Formel mitunter noch angewendet: $\sigma = \frac{1}{4}\left[3 + \sqrt{9 + 4\,(2\,\varphi + 1)^2}\right]$) und ermittelt die erforderliche Eisenfläche $F = \frac{\sigma\, Z_b}{1{,}6}$. Hier sind Z_b in t und F in cm² ausgedrückt.

Diese Berechnungsart berücksichtigt wohl die Wirkung der sehr oft wiederholten Belastung und Entlastung, nicht aber diejenige der Stöfse; will man diese auch in Rechnung ziehen, so führt man 1,5 Z_b statt Z_b ein.

Für Hauptträger kleinerer Brücken $\sigma = 0{,}80$ t/cm² (für Schweifseisen 0,75 t/cm²).

Für Quer- und Längsträger, wenn das Schotterbett durchgeführt wird, wie für Hauptträger, sonst 0,75 t/cm² (für Schweifseisen 0,70 t/cm²).

Für Glieder der Wind- und Eckverbände sind die kleinsten zulässigen Flacheisen 80 · 10 mm, die kleinsten Winkeleisen 70 · 70 · 10.

Für Niete ist die zulässige Scherspannung wie die Spannung für Schweifseisen bei den betreffenden Gliedern; der Leibungsdruck darf doppelt so hoch sein. Für Anschlüsse der Längs- und Querträger an die Hauptträger und unter sich ist die zulässige Scherspannung immer um 0,05 t/cm² niedriger; der zulässige Leibungsdruck ist immer doppelt so grofs als die Scherbeanspruchung.

Die Berechnung soll mit der Annäherung von etwa $\frac{1}{2}\,\%$ durchgeführt werden; es sollen nicht die erforderlichen und die gewählten Querschnitte bzw. Nietzahl gegenüber gesetzt werden, sondern die tatsächlich eintretenden Spannungen nachgewiesen werden.

Die bei Wind zulässigen Beanspruchungen gelten im allgemeinen, wenn alle angreifenden Kräfte berücksichtigt werden. Es kommen dabei in Betracht die Fliehkraft bzw. ungleiche Verteilung der Last auf beide Schienen für Brücken in Kurven (je nachdem der Zug mit normaler Geschwindigkeit fährt oder still steht), der Winddruck (für Quer- und Längsträger besonders wichtig), die Bremskräfte, die Reibungskräfte (wenn die Bremskräfte ausgeschlossen sind), die Beschleunigungskräfte und eventuell der Einflufs des Windes in der Längsrichtung der Brücke. Es ist anzunehmen, dafs die Fliehkraft zur normalen Belastung durch Verkehrslast zu rechnen ist, und dafs die anderen Angriffskräfte zur Windkraft addiert werden.

Für Nebenbahnen behalte man dieselben zulässigen Beanspruchungen wie für Hauptbahnen.

Bei Brücken für besondere Bahnen (elektrisch betriebene) könnte man etwas höhere Beanspruchungen zulassen, mit Rücksicht auf den Umstand, daſs die Stöſse viel geringer sind, da die auf- und abgehenden Massen in Fortfall kommen. Für die Hauptträger liefert folgende Formel brauchbare Werte:

$\sigma = 1{,}25 - \frac{5}{L+3}$ t/cm², wo L in Meter einzuführen ist. Bei Berücksichtigung aller Kräfte 1,25 t/cm² sowohl für die Hauptträger wie für Windverbände u. dgl. Für die Quer- und Längsträger, wie überhaupt für alle Glieder, welche der direkten Belastung ausgesetzt sind, etwa 0,8 t/cm², bei Berücksichtigung aller Kräfte 1,0 t/cm².

Dabei wird vorausgesetzt:

a) daſs man mit der richtigen Verkehrslast rechnet, nicht mit der aus einem überschläglichen Entwurf ermittelten (letztere kann um 10% und mehr zu niedrig geschätzt sein);

b) daſs man den Nietabzug immer berücksichtigt, auch bei Druckstäben;

c) daſs die Fliehkraft bzw. die ungleiche Belastung beider Schienen in Kurven infolge der Neigung des Gleises zu der gewöhnlichen Verkehrslast gerechnet wird.

b) Straſsenbrücken.

Für die Teile der Fahrbahn, wie Längs- und Querträger, Säulen oder Hängestangen usw. 0,8 t/cm²; bei Berücksichtigung aller Kräfte 1,0 t/cm². Für Teile der Fuſswege, die für eine Belastung von 400—560 kg/m² gerechnet werden, 0,9 t/cm² bzw. 1,1 t/cm².

Für die Hauptträger etwa $1{,}40 - \frac{8}{L+4}$ t/cm² bei schwerer Fahrbahn (Schotter und dergleichen) und $1{,}30 - \frac{6}{L+3}$ t/cm² bei leichter Fahrbahn (Bohlenbelag

u. dgl.); bei Berücksichtigung aller Kräfte 1,4 bzw. 1,3 t/cm².

c) **Dächer gewöhnlicher Gebäude.**

Für die Fetten 1,0 t/cm² (wenn dabei die Durchbiegung $\frac{L}{600}$ nicht übersteigt), für das Hauptsystem 1,0 bis 1,2 t je nach der Spannweite, 10 % mehr bei Berücksichtigung des Windes.

Bahnhofshallen. Nach den Vorschriften des preufs. Ministeriums $\sigma = 1{,}2$ t/cm² für Belastung durch Eigengewicht und Schnee, $\sigma = 1{,}6$ t/cm² bei Berücksichtigung aller Kräfte.

d) **Fabrikgebäude.**

Durch schwere Einzellasten beanspruchte Teile (Laufkranträger, Säulen, welche Auslegerkrane tragen usw.) mit Rücksicht auf die unsichere Angabe der Lasten, sowie auf unvorhergesehene Belastungsarten, höchstens 1,0 t/cm², wenn man alle Kräfte berücksichtigt (z. B. horizontale Kräfte infolge der schrägen Richtung der Kette usw.), sonst 0,9 t/cm². Sonstige Säulen, Dach usw. 1,0 t/cm².

Windverbände, Zwischenverband (zwischen den einzelnen Dachbindern) 1,0 t/cm². Hauptverband, Giebelwände usw. 1,2 t/cm². Die gleiche Beanspruchung ist zulässig für die Glieder des Gebäudes, falls sie auch zum Windverband gehören und die betr. Zusatzspannung berücksichtigt wird.

Treppen 1,0 t/cm².

Wellblech 1,0 t/cm².

In allen diesen Fällen: Knicksicherheit nach Euler fünffach bei Normalbelastung, vierfach bei Berücksichtigung aller Kräfte. Dabei ist die geometrische Länge mafsgebend, falls der Stab an schwachen Gliedern angeschlossen ist, bis auf 0,8 derselben, wenn er als mehr oder weniger vollkommen eingespannt betrachtet werden kann.

Die Beanspruchung der Niete sei: auf Abscherung 0,9, auf Leibungsdruck 1,8 der für die betreffenden Teile angegebenen.

Für eiserne Bolzen, die als Gelenke wirken, welche infolge elastischer Formänderungen einer Drehung ausgesetzt sind, soll der Leibungsdruck nicht gröſser sein als die zulässige Hauptspannung der angeschlossenen Glieder.

e) Holzbauten.

Mit Rücksicht auf den Umstand, daſs die Löcher für Verbindungsschrauben durch die Mitte des Querschnittes gehen, pflegt man sie nicht abzuziehen. Auf eventuelle Abschwächungen durch Anschlüsse anderer Glieder muſs man selbstredend Rücksicht nehmen.

Hartes Holz (Buchen, Eichen) darf mit 80 kg/cm^2, weiches Holz nur mit 60 kg/cm^2 belastet werden. Für vorübergehende Bauten je 10 kg/cm^2 mehr.

f) Sonstige Angaben.

Eisendraht 1,2 t/cm^2 und mehr.
Drahtkabel für groſse Hängebrücken bis 3,2 t/cm^2.
Guſseisen: 0,25 auf Zug, 0,5 t/cm^2 auf Druck.
Granit 50 kg/cm^2.
Sandstein 15—30 kg/cm^2.
Künstliche Sandsteine 12 kg/cm^2.
Kalksteinmauerwerk in Kalkmörtel 5 kg/cm^2.
Ziegelsteinmauerwerk » » 7 »
» » Zementmörtel 12 kg/cm^2.
Klinkermauerwerk in Zementmörtel 15 kg/cm^2.
Mauerwerk aus porösen Steinen 6 kg/cm^2.
Baugrund 2,5—5 kg/cm^2.
Beton 10 kg/cm^2 und höher (vgl. Seite 494).
Eingerammte Pfähle 25 kg/cm^2.
Glas 75 kg/cm^2.

96. Eisenbahnbrücken.[1]

I. Belastungsangaben.

1. Eiserne Brücken für Hauptbahnen.

Gemäfs den Vorschriften für die preufsischen Staatsbahnen ist die Verkehrslast ein Zug aus zwei Lokomotiven in ungünstigster Stellung und einer unbegrenzten Anzahl von Wagen nach folgendem Schema:

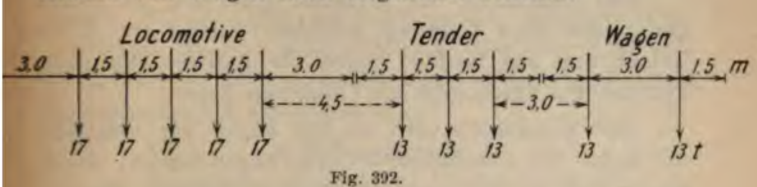


Fig. 392.

Die Zahl der Felder eines Fachwerkträgers, in denen bei Anwendung von Zugstäben Gegendiagonalen erforderlich sind, ist mit dem anderthalbfachen dieser Lasten zu bestimmen.

Für kleinere Brücken, für Quer- und Längsträger ist die ungünstigste der in Fig. 393 angegebenen Belastungen anzunehmen.

Fig. 393.

Die Belastung durch den vollen Zug kann durch folgende gleichmäfsig verteilte Last ersetzt werden:

für die Momente in der Mitte $p = 2{,}07 + \frac{674}{96 + L}$;

» » » an den Enden $1{,}13\,p$;

» » Querkräfte in der Mitte $1{,}34\,p$;

» » » an den Enden $1{,}13\,p$.

---

[1] Alle Angaben beziehen sich auf die Vorschriften vom 1. Mai 1903 für die preufsischen Bahnen. Die neuen österreichischen und bayerischen Belastungsangaben führen ungefähr auf dieselben Ergebnisse wie jene.

Es war nicht möglich, die in den verschiedenen Staaten geltenden Vorschriften zu berücksichtigen; die wenigen Angaben für Nebenbahnen sind nur als Beispiele zu betrachten.

Das Diagramm der gröfsten Momente wird genau genug durch zwei Parabelstücke dargestellt, welche an einer 0,12 L langen Wagerechten in der Mitte des Trägers angeschlossen sind. Die mittlere Ordinate dieses Diagramms ist 0,71 M_{max}; die Ordinate in Entfernung x vom nächsten Auflager $\left(4{,}55 \frac{x}{l} - 5{,}17 \frac{x^2}{l^2}\right) M_{max}$.

Das Diagramm der gröfsten Querkräfte ist genau genug aus zwei Geraden gebildet, welche auf Mitte Träger und auf beiden Enden die gröfsten dort vorkommenden Querkräfte als Ordinaten haben.

Der Winddruck wird zu 150 kg/m² für belastete, 250 kg/m² für unbelastete Brücken angenommen, sofern dieser Fall für die Standsicherheit in Betracht kommt.

Es sind ferner folgende Belastungen zu berücksichtigen:

a) Fliehkraft.

Fährt ein Zug vom Gewicht P (in t) auf einer Bahn vom Halbmesser R in m mit der Geschwindigkeit V km/Std., so entsteht die Fliehkraft $C = P \frac{V^2}{127\,R}$, die im Schwerpunkt des Zuges, d. h. etwa 1,50 m über $S.O.$ angreift. Infolge der schiefen Lage des Gleises verteilt sich diese Kraft gleichmäfsig auf beide Schienen. Bleibt aber der Zug stehen, so verteilt sich die Last auf beide Schienen im Verhältnis $\frac{127\,R - 2\,V^2}{127\,R + 2\,V^2}$, wo V die Geschwindigkeit bedeutet, für welche die Neigung des Gleises gerechnet ist.

Für die durch C hervorgerufenen Spannungen ist auf alle Fälle die für Stand- und Verkehrslast zulässige Beanspruchung mafsgebend; für die ungleichmäfsige Belastung der Schienen kommt im allgemeinen die zulässige Beanspruchung bei Berücksichtigung von Wind in Betracht.

b) Bremskraft.

Wenn ein fahrender Zug auf der Brücke gebremst wird, oder wenn er mit voller Beschleunigungskraft anfährt, so entsteht eine Längskraft, welche den Wert $\frac{P}{7}$ erreichen kann und in einer oder in der anderen Richtung wirkt. Bei zweigleisigen Brücken sind also zwei Fälle zu untersuchen, je nachdem diese Kraft für beide Gleise gleiche oder entgegengesetzte Richtung hat; aufserdem ist zu berücksichtigen, dafs jede Kraft das Vorzeichen + oder — haben kann. Diese Kraft greift im Schwerpunkt des Zuges an.

c) Reibungskraft.

Der Reibungskoeffizient für Gleitlager kann zu $^1/_3$ angenommen werden, derjenige für Rollenlager zu $^1/_7\, d$, wo d den Durchmesser der Rollen in cm bedeutet (vgl. S. 482). Die Reibung wirkt der Bremskraft entgegen, was wohl zu beachten ist; sie tritt bei jeder Belastung der Brücke infolge der Dehnung der Gurte ein.

2. Brücken für Nebenbahnen (Häseler).

In Preufsen ist die Verkehrslast wie für Hauptbahnen, wenn Lokomotiven aus diesen darauf fahren können, sonst bis 25 % weniger.

In Bayern gilt folgendes Belastungsschema:

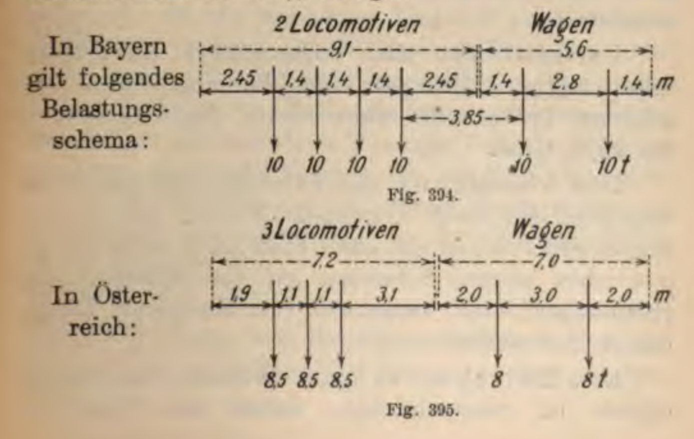


Fig. 394.

In Österreich:

Fig. 395.

Für schmalspurige Bahnen ist in Sachsen folgender Belastungszug vorgeschrieben, wobei von den schematisch dargestellten Lokomotiven beliebig viele anzunehmen sind.

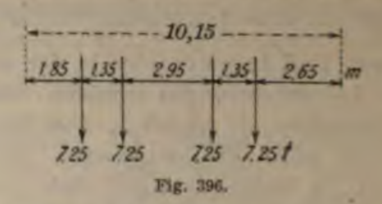


Fig. 396.

Wenn nur eine Achslast in Betracht kommt, so ist sie = 10 t anzunehmen.

II. Eigengewicht.

1. Gewicht der Fahrbahn.

a) Leichte Konstruktion.

Der Oberbau (Schienen, Schwellen und Befestigungsteile) wiegt 160—190 kg/m Gleis je nach dem Gewicht der Schienen und nach der Entfernung und Länge der Schwellen (letztere schwankt zwischen 2,40 und 2,70 m, in einigen Fällen wird sie noch gröfser gewählt). Im allgemeinen kann man 190 kg/m Gleis annehmen.

Leitschienen sind vorgeschrieben auf Kurven unter 500 m Halbmesser und im allgemeinen bei gröfseren Brücken mit Bahn oben. Sie wiegen etwa 150 kg/m Gleis.

Die Abdeckung der Fahrbahn und der Fufswege geschieht durch 5 cm starke Bohlen. Bei kleinen, eingleisigen Brücken mit Bahn oben liegen meistens die (besonders langen) Schwellen auf dem Obergurt der Hauptträger; sonst werden sie von besonderen Längsträgern unterstützt.

Ein Zwischenverband zwischen den Längsträgern ist vorgeschrieben, sobald ihre Tragweite

2,00 m übersteigt; sein Gewicht beträgt etwa 45 kg/m für jedes Gleis.

Das Fahrbahngerippe besteht aus Quer- und Längsträgern mit zugehörigen Anschlüssen. Für eingleisige Brücken mit Blechträgern kann es fortfallen; sonst ist sein Gewicht in kg/m:

120 b für eingleisige Brücken,

220 b » zweigleisige » mit Bahn oben,

190 b » » » mit Bahn unten,

wo b den Abstand der Hauptträger in m bedeutet.

Der Bohlenbelag wiegt etwa 40 kg/m², also 180 kg/m für eingleisige und 320 kg/m für zweigleisige Brücken bei einer Gesamtbreite von 5,00 bzw. 9,00 m.

Der Hauptwindverband einschließlich Versteifungen der Tragwände bzw. Querverband wiegt (nach Häseler) etwa $30 + 5\,L$ kg/m bei eingleisigen, $40 + 8\,L$ kg/m bei zweigleisigen Brücken. Hier ist L die Spannweite der Hauptträger in m.

Die Fußwege, meistens 0,90 bis 1,00 m breit, können auf besonders langen Schwellen liegen, für welche ein Mehrgewicht von 50 kg/m in Rechnung zu ziehen ist. Ist ein besonderes Tragwerk vorhanden, so beträgt sein Gewicht: für Brücken mit Bahn oben oder für solche, wo die Fußwege innerhalb der Hauptträger liegen, 50 kg/m für beide Fußwege; außerhalb der Hauptträger auf besonderen Konsolen liegende Fußwege erfordern ein eisernes Gerippe, das 150 kg/m (für beide) wiegt. Das Gewicht der Abdeckung durch Bohlen ist in den oben angegebenen Zahlen für den Bohlenbelag bereits enthalten.

Ein Geländer einfacher Ausführung, einschließlich Pfosten und Befestigungsteilen, wiegt 25 bis 35 kg/m; in reichlicher Ausführung 45—60 kg/m und mehr.

Auf grund dieser Angaben erhält man für Brücken von etwa 20 m Spannweite folgende Fahrbahngewichte:

	Bahn oben		Bahn unten	
	1 Gleis	2 Gleise	1 Gleis	2 Gleise
Hauptträgerabstand . .	1,80	5,00	3,70	8,50
Oberbau	190	380	190	380
Zwischenverband . . .	45	90	45	90
Leitschienen	150	300	—	—
Bahngerippe	—	1100	445	1620
Bohlenbelag (auch f. d. Fufswege)	180	320	180	320
Tragwerk f. d. Fufswege	50	50	150	150
Windverband	130	200	130	200
Geländer	70	70	70	70
Gesamtgewicht in kg/m	815	2510	1210	2830

Hiernach ist das Gewicht bei Bahn unten 330 kg/m² auf Hauptträgerabstand bezogen.

b) Schwere Bahn.

Oberbau und Leitschienen wie für leichte Bahn. Das Gleis wird auf Schotter gebettet. Die Abdeckung der Fahrbahn geschieht meistens durch Buckelplatten.

Der Schotter unter den Schwellen mufs mindestens 10 cm stark sein, die Breite t des Troges mufs um mindestens 50 cm gröfser sein als die Entfernung der Schwellenenden von einander, also mindestens 3,20 m für ein Gleis, 6,70 m für zwei. (Da der Gleisabstand oft 4 m gewählt wird, so mufs man dementsprechend die Trogbreite 7,20 m und darüber machen.) Der Schotter wiegt 540 kg/m², also rund 1730 bzw. 3620 kg/m (eventuell mehr).

Die Buckelplatten, meistens 8 mm stark, wiegen etwa 65 kg/m². Ihr Gewicht ist beim Bahngerippe mitgerechnet.

Das Bahngerippe (Querträger, Längsträger und eventuell sekundäre Querträger, Buckelplatten usw.) wiegt rund $145\,t + 20\,b$ kg/m für eingleisige, $200\,t + 60\,b$ kg/m

leisige Brücken. Es wird dabei vorausgesetzt, e Randträger des Troges auch zum Tragen berden.

Zwischenverband ist nicht erforderlich; pannweiten von 60—70 m ist auch ein Hauptand entbehrlich.

Versteifung der Hauptträger bzw. der Querwiegt etwa 30 kg/m für eingleisige, 40 kg/m gleisige Brücken.

beide Fufswege, je 1 m breit, kann man) kg/m rechnen bei Brücken, wo die Randles Troges dafür benutzt werden können, ı für den Fall, dafs ein besonderes Tragwerk ch ist. Dieses Gewicht umfafst das eiserne und die Abdeckung durch Riffelblech; oft deckt Fufswege mit Asphalt auf Beton, wozu man ındes System flaches Wellblech oder leichte n nimmt. Das Eisengewicht bleibt unverändert; Deckung kann man rund 80 kg/m² zuschlagen. nach ergibt sich folgende Zusammenstellung Brücken mit schwerer Bahn.

	Bahn oben		Bahn unten	
	1 Gleis	2 Gleise	1 Gleis	2 Gleise
ptträgerabstand $b =$	1,80	5,00	3,70	8,50
breite $t =$	3,20	6,70	3,20	7,20
rbau	190	380	190	380
schienen	150	300	—	—
ngerippe u. Buckelatten	500	1640	540	1950
ıwege 1 m breit: isen	130	130	220	220
ıwege 1 m breit: eckung	160	160	160	160
rversteifungen . .	30	40	30	40
inder	70	70	70	70
otter	1730	3620	1730	3890
Gesamtgewicht kg/m	2960	6340	2940	6710

Hiernach ist das Gewicht immer 930 kg/m², auf die Fläche des Troges bezogen.

2. Gewicht der Hauptträger.

a) Vollwandige Träger.

Bei Spannweiten bis auf etwa 20 m kommen diese fast ausschließlich zur Verwendung, besonders für eingleisige Brücken.

Unter Voraussetzung einer Höhe von $\frac{L}{10}$ für eingleisige, und $\frac{L}{8}$ für zweigleisige Brücken, und einer Stärke des Stehbleches ungefähr gleich $h/_{250} + 0{,}8$ cm ist das Gewicht beider Hauptträger einschließlich Versteifungen, Stoßlaschen usw., bei den in Preußen vorgeschriebenen Belastungen und Beanspruchungen durch folgende Formeln ausgedrückt:

für leichte Bahn	oben	eingleisig	$g = (L + 4)$	33 kg/m
» » »	unten	»	$g = (L + 3)$	36 »
» » »		zweigleisig	$g = (L + 6)$	44 »
» schwere »		eingleisig	$g = (L + 3)$	40 »
» » »		zweigleisig	$g = (L + 4)$	54 »

Zu diesem Gewicht muſs man noch zuschlagen:

α) für die Endversteifungen etwa 18 $L\,b$ kg bei Bahn oben, und 20 $L\,b$ bei Bahn unten;

β) für einen Endquerträger:

120 b	für leichte Bahn	eingleisig,
300 b	» » »	zweigleisig,
140 b	» schwere »	eingleisig,
480 b	» » »	zweigleisig.

Zur Ermittelung der gröſsten vertikalen Auflagerdrucke behufs Berechnung der Lager kann man annehmen:

für leichte Bahn, eingleisig: $P = 12{,}5 + 2{,}5\,L + \left(\frac{L}{11}\right)^2$,

» » » zweigleisig: $P = 25{,}0 + 4{,}4\,L + \left(\frac{L}{9{,}5}\right)^2$,

für schwere Bahn eingleisig: $P = 12{,}5 + 3{,}0\,L + \left(\frac{L}{10}\right)^2$,

» » » zweigleisig: $P = 25{,}0 + 5{,}7\,L + \left(\frac{L}{8{,}5}\right)^2$.

Diese Formeln geben den Auflagerdruck in t. Sie sind brauchbar bis etwa $L = 40$ m; jenseits dieser Grenze geben sie zu hohe Werte.

b) Fachwerkträger.

Für Parallelträger setze man:

bei leichter Bahn: $g = 0{,}5 + \frac{B}{91 - 50\,\frac{L}{h}}\,L$,

» schwerer » $g = 0{,}5 + \frac{B}{159 - 8\,\frac{L}{h}}\,L$.

Hier bedeutet: B das Gewicht der Fahrbahn, einschliefslich Windverband, in t/m, L die Spannweite in m, h die Trägerhöhe in m. Für Endquerträger, Endversteifung usw. gilt das oben Gesagte.

Für Parabelträger, Schwedler- und Pauli-Träger kann man 84% des nach obigen Formeln berechneten Gewichtes annehmen; die Endversteifung kann unter Umständen nur $^1/_2$—$^1/_3$ derjenigen für Parallelträger wiegen.

Für Halbparabelträger multipliziert man das Gewicht des Parallelträgers mit $\frac{0{,}84\,h + 0{,}16\,h_0}{h}$, wobei h_0 die Höhe am Ende des Trägers bezeichnet.

Trapezträger gestatten eine Gewichtsersparnis von 7—10% gegenüber Parallelträgern mit dem Höhenverhältnis $^1/_{10}$ — $^1/_8$.

Durchgehende Träger und Gerbersche Träger werden in der letzten Zeit nur noch selten ausgeführt. Sie sind bei gröfseren Spannweiten vorteilhaft, und zwar beträgt die Ersparnis etwa 15% gegenüber Parallelträgern. Für ganz kleine Brücken, wo der Querschnitt

der Balken nahezu konstant bleibt, können sie wohl mit Vorteil verwendet werden. Zur Berechnung der Auflagerdrücke infolge der Verkehrslast kann man annehmen, dafs dieselbe für Spannweiten von 40 m und darüber $2{,}4 + \frac{65}{L}$ t/m beträgt.

Für schiefe Brücken rechne man einen Endquerträger mehr.

Für Brücken in Kurven wird das Mehrgewicht der Fahrbahn (infolge der gröfseren Breite) das entsprechende Mehrgewicht der Hauptträger ohne weiteres mit sich führen.

c) Ausnahmefälle.

Für sehr unregelmäfsige Brücken (wie in der Nähe von Bahnhöfen, bei Abzweigungen usw.) sind die vorherigen Angaben nicht genügend. Man tut gut, das Gewicht B der Fahrbahn für sich zu ermitteln und das Gewicht der Hauptträger nach folgenden Formeln zu berechnen.

Für vollwandige Träger ist (vgl. Seite 116):

$$g = 0{,}45\, h\, \delta + 2\, \frac{W}{h} \text{ kg/m.}$$

Für Niete, Stöfse usw. siehe oben.

Das erforderliche Widerstandsmoment wird nach dem gröfsten Biegungsmoment gerechnet und mit dem Koeffizienten 0,8 — 0,9 multipliziert, je nach der Feinheit der Abstufung.

Für Fachwerkträger (Parallelträger) rechnet man getrennt:

$$g_1 = \left(\frac{1}{6}\, q\, \frac{L}{h} + \frac{1}{5{,}6}\, p\, \frac{L}{h}\right) L;$$

$$g_2 = \left(\frac{1}{1{,}3}\, q + 1{,}13\, p\right) L;$$

$$g_3 = (q + 1{,}13\, p)\, h;$$

$$C = \frac{1}{1270}\, \frac{\psi}{\sigma}.$$

Alsdann ist das gesuchte Gewicht:

$$g = C\,(g_1 + g_2 + g_3)\ \text{t/m}.$$

In diesen Formeln ist:

q = bleibende Last $= g + B$ in t/m;

p = Verkehrslast in t/m gleichmäſsig verteilt;

L und h = Spannweite bzw. Höhe des Trägers in m;

ψ = Konstruktionskoeffizient $= 1{,}43 + \frac{7}{L}$;

σ = zulässige Beanspruchung in t/cm² $= 0{,}85 + \frac{L}{800}$ t/cm².

Man ermittelt q, indem man für g einen eingeschätzten Wert einführt; nötigenfalls bessert man das Ergebnis durch eine zweite Berechnung.

Für Parabel-, Halbparabelträger usw. gilt das oben Gesagte.

Diese Formeln sind ebensogut anwendbar für Straſsenbrücken, Fuſsstege usw. Nur der Konstruktionskoeffizient wird bei sehr leichten Bauten höher (für schmale Fuſsstege 2,0 bis 2,5).

Brücken für Nebenbahnen.

Das Handbuch der Ingenieurwissenschaften gibt folgende Formeln.

1. Normalspur, Verkehr von Hauptbahnlokomotiven ausgeschlossen, zwischen 5 und 10 m Spannweite:

Bauart: a) Holzquerschwellen auf den Hauptträgern:

$$g = 292 + 31\ L\ \text{kg/m};$$

» b) Fahrbahn zwischen den Hauptträgern auf Trägerrost:

$$g = 462 + 32\ L\ \text{kg/m}.$$

2. Spurweite 1 m:

Bauart: a) $g = 305 + 26\ L$ kg/m,

» b) $g = 425 + 27\ L$ »

3. Spurweite 0,75 m. Hauptträger vollwandig, Blechstärke δ cm:

Spannweite 1—10 m $g = 170 + 29\ L$ kg/m,

» 10—30 m:

Bauart: a) $g = 250 + (6,5 + 10,2\,\delta + 0,5\,L)\,L$ kg/m
(Bohlenbelag 4 cm stark),

» b) $g = 390 + (8 + 10\,\delta + \frac{3}{8}\,L)\,L$ kg/m
(Bohlenbelag 4 cm stark),

» c) Fahrbahn zwischen den Hauptträgern, Kiesbettung:
$g = 1390 + (9 + 11\,\delta + 0,4\,L)\,L$ kg/m.

Für Bogenbrücken siehe Seite 378.

III. Die Fahrbahn.

1. Leichte Bahn.

Für eingleisige Brücken mit Bahn oben werden oft die Schwellen unmittelbar auf den vollwandigen Hauptträgern befestigt. Die etwa 3,50 m langen Schwellen läfst man abwechselnd rechts und links soweit herauskragen, sodafs kein besonderes Tragwerk für die Fufswege erforderlich ist. Auch sind abwechselnd lange und kurze Schwellen verwendet worden.

Diese Bahnkonstruktion ist die leichteste, die man bilden kann; für Brücken mit Gitterträgern ist sie aber kaum zu verwenden; auch ist sie für gröfsere Brücken wenig geeignet, weil die Entfernung der Hauptträger nicht über ca. 2,00 m genommen werden kann, was unter Umständen für die Stabilität des Bauwerkes zu wenig ist.

Im allgemeinen werden die Schwellen auf den Längsträgern befestigt (I-Eisen) mit Hilfe von einfachen Winkeleisen 160 · 80 · 12 (15 kg/m für jedes Gleis); nur noch selten werden Klemmhaken angewendet. Wo es möglich ist, werden die Längsträger über den Querträgern durchgeführt, was den Vorteil einer sicheren Auflagerung bietet (bei den gewöhnlichen Anschlüssen werden die Niete leicht gelockert). Auch ist der Umstand zu erwähnen, dafs die Fahrt auf Trägern mit stetiger Biegungslinie eine viel ruhigere ist. Derartige Träger sollten als durchgehende Balken auf ela-

stischen Stützen gerechnet werden; man kann annehmen, dafs die gewöhnliche Rechnungsart (als Einzelträger) bis auf die Grenze $\omega = 1$ brauchbar ist, wo $\omega = \frac{6\,J\,k}{l^3}$. Mit k ist hier die Senkung einer Stütze unter der Last 1 t bezeichnet, unter der Annahme $E = 1$ t/cm²; J bezeichnet das Trägheitsmoment der Längsträger, l deren Spannweite.

Die Längsträger sind im allgemeinen 1,70—1,80 m voneinander entfernt.

Querträger. Bei eingleisigen Brücken mit nicht mehr als 3,70 m Hauptträgerabstand und Feldweiten nicht über 4,60 m kommt man mit I-Eisen aus, welche mitunter schwerer, aber meistens billiger sind, als zusammengesetzte Profile. Blechträger werden mit der Höhe $^1/_8 - ^1/_{10}$ der Spannweite ausgeführt, Blechstärke 8—10 mm; nur ausnahmsweise hat man Träger mit $\frac{l}{h} = 13$ und darüber ausgeführt, selten mit $\frac{l}{h} = 6$. Die zulässige Durchbiegung unter der Verkehrslast ist $\frac{l}{1200}$. Gitterträger findet man jetzt nur noch äufserst selten (sie sind wohl leichter aber teurer als Blechträger).

Die günstigste Entfernung der Querträger von einander, mit Rücksicht auf das Gewicht des Bahngerippes ist etwa $1{,}6\sqrt{b}$ für eingleisige, $1{,}7\sqrt{b}$ für zweigleisige Brücken (b = Hauptträgerabstand in m). Man kann dieses Mafs um 0,5—0,7 m überschreiten ohne wesentliche Änderung im Gewicht, ebenso kann man bis auf 1 m darunter bleiben; die Formel hat also für die Praxis wenig Wert. Mit Rücksicht auf das Eisengewicht der ganzen Brücke, wenn sie Fachwerkträger hat, sollte man im allgemeinen die Feldweite möglichst grofs wählen; billiger kann eine engere Teilung sein, wenn sie die Anwendung von I-Eisen ermöglicht.

Um das Gewicht des Bahngerippes bei Bahn unten so klein wie möglich zu halten, wird die Entfernung

der Hauptträger auf ein Minimum reduziert und die Fuſswege auſserhalb derselben angeordnet.

Bei Bahn oben kann es vorteilhaft sein (für zweigleisige Brücken), die Querversteifungen zur Unterstützung der Querträger in der Mitte zu benutzen. Diese sind alsdann als durchgehende Träger auf drei elastischen Stützen zu berechnen.

Der Anschluſs der versenkten Längsträger geschieht in der Regel durch zwei Winkeleisen, von denen eines innerhalb der Gurtungen des Längsträgers bleibt, während das andere so lang ist wie der Querträger es gestattet (Ausklinken der Längsträger erforderlich). Sind die Querträger als Blechbalken gebildet, so werden am besten die Anschluſswinkel unterfuttert, nicht gekröpft.

Bei geschlossenen Brücken hat man oft die Querträger gelenkig aufgelagert. Theoretisch ist diese Bauart ohne Zweifel korrekt, nur muſs man für einen guten Anschluſs des Windverbandes sorgen. In der Praxis, besonders bei Bahn unten, scheint ein starrer Anschluſs vorteilhafter zu sein, namentlich wenn die Diagonalen der Hauptträger abwechselnd nach links und nach rechts fallen, denn in diesem Falle ist die Durchbiegung der Ständer fast ohne Einfluſs auf das Hauptsystem. Bei offenen Brücken müssen die Anschlüsse so steif wie möglich sein; zu diesem Zweck schlieſst man Eckbleche, soweit es das Durchfahrtsprofil gestattet, an den Ständer und an den Querträger an; bei Blechquerträgern nimmt man die Eckbleche so stark wie den Steg, führt sie durch die Gurtwinkel und verlascht sie mit dem Steg. Bei I-Eisen hat man oft das Eckblech einfach auf den oberen Flansch angewinkelt, was indes nicht korrekt erscheint, denn die Niete werden auf Zug beansprucht; besser ist es jedenfalls, den halben Flansch abzuschneiden und das Eckblech fest mit dem Steg zu verbinden; die kleine Exzentrizität des Anschlusses kann man unbedenklich in Kauf nehmen.

2. Schwere Bahn.

Das Gleis ist in Kies gebettet; die Fahrbahndecke wird meistens durch verzinkte Buckelplatten hergestellt. Stehende Buckelplatten werden fast nie verwendet, hauptsächlich wegen der Schwierigkeit der Entwässerung; auch müssen sie bei gleicher Tragfähigkeit stärker sein als hängende. Stärke des Schotters unter den Schwellen mindestens 10 cm, meistens 12—15 cm; geringste zulässige Breite neben den Schwellenenden 15 cm, meistens 20—25 cm. Stärke der Buckelplatten meistens 8 mm, Seitenlänge nicht über 2,00 m (Berechnung nicht erforderlich), Tiefe des Buckels $^1/_{10}$—$^1/_{12}$ der kürzeren Seite. Befestigung an allen vier Rändern durch 13—16 mm Niete, Teilung 5—8 cm. Um bei Befestigung auf Walzeisen Wassersäcke zu vermeiden, werden die Ränder der Platten so breit gewählt, dafs die ganze Fläche gedeckt wird und über die Fuge eine Deckung aus Filz gelegt. Bei zusammengesetzten Querträgern nimmt man zweckmäfsig die erste Lamelle (8 mm stark) um 10 bis 12 cm breiter als die übrigen und befestigt darauf die Buckelplatten. Die Abdeckung durch Filz ist immer empfehlenswert.

Bei Anwendung von [-Eisen legt man am besten die Ränder benachbarter Buckelplatten übereinander, was an anderen Stellen Futter nötig macht (selten angewendete Bauart).

Die Entwässerung wird durch ein ∾ 5 cm grofses Loch in jeder Platte bewirkt. Dasselbe wird am besten gestanzt, der Grat (nach aufsen!) nicht entfernt. Das Wasser wird durch ein System von Längs- und Querrinnen, Gefälle 1,5 %, fortgeführt. Unangenehm ist die Durchführung dieser Rinne durch die vollwandigen Querträger, für die eine besondere Versteifung erforderlich wird (Fig. 396). Die Anordnung *b* ist billiger und besser als die bei *a* dargestellte und meist angewendete. Das Kiesbett wird durch seitliche Wände begrenzt, die am besten vertikal angeordnet und zum Tragen benutzt werden.

Die Breite des Kiestroges wird gern so weit beschränkt wie möglich, um das Eigengewicht der Brücke zu reduzieren; der übrige Teil der Fahrbahntafel wird entweder mit Riffelblech, oder besser mit Wellblech, Belageisen usw. gedeckt, worauf Beton (mindestens 2 cm) und Asphalt (1,5—2 cm) als Belag. Die Entwässerung geschieht womöglich nach dem Trog. Monier-Platten kommen für die Fufswege auch in Betracht; sie sind aber, trotz ihrer vorzüglichen Eigenschaften, für Eisenbahnbrücken nicht sehr beliebt.

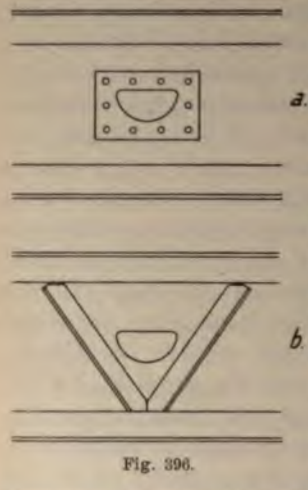
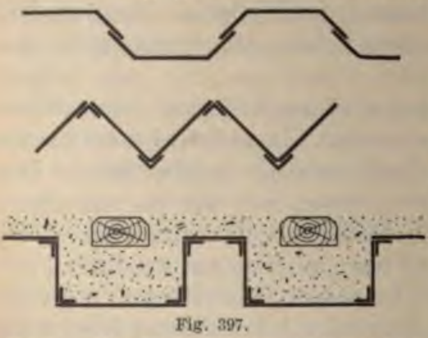


Fig. 396.

Von den vielen Abdekkungen der Fahrbahn, die hier und da zur Anwendung kommen, jedoch nicht allgemein eingeführt sind, seien hier folgende erwähnt.

a) Zusammengesetzte Profile (Fig. 397). Die Entwässerung geschieht nach einer oder nach beiden Seiten.

Vorteile: ausgezeichnete Steifigkeit, grofse Tragfähigkeit. Denen gegenüber steht der hohe Preis als sehr empfindlicher Nachteil.


Fig. 397.

b) Abdeckung durch Belageisen oder Vautherin-Schwellen. Die Konstruktion bietet den Vorteil, nicht viel Höhe in Anspruch zu nehmen; nachteilig ist der Umstand, dafs die leichteren

Teile des Schotters bei wiederholtem Unterstopfen der Schwellen durch die unvermeidlichen Lücken fallen, so daſs der Ballast nicht so fest ist wie bei Buckelplatten. Die Entwässerung geschieht ganz natürlich und ist eine vollkommene. Muſs aber die Fahrbahn wasserdicht sein, so bleibt nur übrig, eine besondere Decke darunter zu befestigen (Wellblech).

c) Hängebleche. Dieselben bieten den Vorteil kleineren Gewichtes gegenüber der Bauart b); die Konstruktion ist sehr einfach und auch für unregelmäſsige Felderteilung geeignet. Die Entwässerung geschieht durch Löcher, die an der tiefsten Stelle der Mulde liegen, oder besser, nach einer Seite, wenn man das Blech nicht nach einer zylindrischen, sondern nach einer schwach konischen Fläche formt.

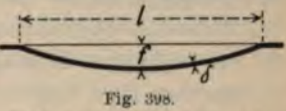


Fig. 398.

Zur Berechnung der Tragfähigkeit gibt Häseler die Formel[1]):

$$D = 64\,\sigma\,\frac{a}{l}\,\frac{\delta^2}{q + 8\,\frac{\delta}{f}};\; f = \frac{l}{10} - \frac{l}{12},$$

wo D = Raddruck in t;

a = Länge, auf welche sich der Raddruck rechtwinklig zur Spannweite verteilt, in cm (÷70 cm);

l, f, δ Spannweite (nicht $>$ 200 cm), Pfeilhöhe und Stärke in cm;

σ = zulässige Beanspruchung, etwa 0,8 t/cm².

Um a zu bestimmen, pflegt man anzunehmen, daſs die Druckspannungen sich im Verhältnis $\frac{y}{x} = \frac{4}{3}$ (Fig. 399) verteilen; besser ist es x kleiner zu setzen, als diese Regel ergibt.

Der Horizontalschub ist $H = \frac{3}{16}\,D\,\frac{l}{f}$. Man pflegt diese Kraft nur bei den Enden der Brücken aufzu-

[1]) Vgl. Seite 444 Nr. 9.

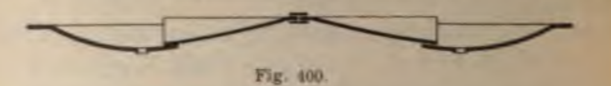
nehmen, indem man die letzten Felder absteift (durch einen besonderen Horizontalverband, oder durch Anwendung von Buckelplatten). Diese Bauart erscheint indes nicht ganz korrekt; besser wäre überall Versteifungen zwischen den Querträgern anzuordnen, oder mindestens deren Obergurt reichlich breit zu bemessen (eine genaue Berechnung ist nicht möglich).



Fig. 399.

Oft hat man die Tonnenbleche mit Beton bis etwa 5 cm über den Rand ausgefüllt. Wenn auch dadurch eine gröfsere Steifigkeit erzielt wird, so hat man den Nachteil, dafs die Entwässerung mangelhaft ist, denn erfahrungsgemäfs ist die Betonmasse nicht wasserdicht.

Stehende Tonnenbleche sind nicht zu empfehlen, da sie wegen der Knickgefahr mit Versteifungswinkeln zu versehen sind und aufserdem um etwa 30 % stärker sein müssen. Der Hauptfehler ist aber die mangelhafte


Fig. 400.

Entwässerung, bei welcher besonders die Befestigungsniete stark angegriffen werden.

Mit Vorteil können Hängebleche mit Buckelplatten verbunden werden (Fig. 400), wobei eine grofse Steifigkeit der Bahn und eine gute Entwässerung erzielt werden.

Ein besonderer Windverband wird bei Anwendung von Hängeblechen meistens nicht angeordnet.

d) Flachbleche. Besonders in Bayern bildet man in der letzten Zeit die Fahrbahntafel aus flachem Blech. Die Stärke wird zu $\frac{l}{100}$ gewählt, wo l die lichte Entfernung der Längsträger bedeutet (etwa 80 cm). Eine genaue Berechnung ist nicht möglich. Die Entwässerung wird bewirkt durch ein Gefälle von 1—1,5 % nach einer Seite der Bahn, wo sich die Sammelrinne befindet; bei

der Anordnung und Deckung der Stöfse mufs man immer darauf Rücksicht nehmen. Diese Decke soll sich bis jetzt gut bewährt haben; ihr Hauptvorteil besteht in der Anpassungsfähigkeit, wodurch auch sehr unregelmäfsige Brücken ohne wesentliche Kostenerhöhung abgedeckt werden können; auch spart man das kostspielige System von Rinnen, die bei Buckelplatten erforderlich sind. Der schwache Punkt dieser Konstruktion ist immer die Entwässerung, denn es scheint nicht ausgeschlossen, dafs sich Wassersäcke bilden, die unbemerkt bleiben und zur allmählichen Zerstörung des Bleches führen. Das Eisengewicht fällt gröfser aus als bei Buckelplatten.

Die Anwendung von Flachblechen ist sehr am Platze für die Ecken, die bei Abdeckungen von unregelmäfsigen Flächen durch Buckelplatten schwer zu vermeiden sind.

e) Wellblech. Die Entwässerung geschieht nach einer oder nach beiden Seiten der Fahrbahn (Gefälle 1,5%). Da die Breite der Blechtafeln 1 m nicht überschreitet, sind viele Längsträger erforderlich.

Gewicht. Das Gewicht der Fahrbahntafel kann angenähert gesetzt werden (mit D in t, l in cm):

Für Buckelplatten . . . $17 + 3\,D$ kg/m²,
» Vautherin-Schwellen $35 + 0{,}13\,D\,l$ kg/m²,
» Belageisen . . . . $33 + 0{,}12\,D\,l$ » ,
» Hängebleche . . . $25 + 0{,}06\,D\,l$ » ,
» Wellblech . . . . $25 + 0{,}10\,D\,l$ » .

Diese Formeln geben nur das Gewicht der eigentlichen Decke an; wird auch der Tragrost in Rechnung gezogen, so erhält man Gewichte, welche sich nicht wesentlich von einander unterscheiden; die erwähnten Bauarten wären nach dem Eisengewicht etwa so zu ordnen:

1. Buckelplatten,
2. Flachbleche,
3. Hängebleche,
4. Wellblech,
5. Belageisen,
6. Vautherin-Schwellen.

Der Preis ist aber nicht allein vom Gewicht abhängig; für den Arbeitslohn mufs man die Reihe gerade umkehren.

Konstruktion des Gerippes.

Für die Längsträger verwendet man fast ausschliefslich ⌶-Eisen. Man berechnet sie unter der Annahme, dafs die bleibende Last gleichmäfsig verteilt ist und die Verkehrslast auf der Breite der Schwellen gleichmäfsig wirkt, wobei die weitere Verteilung nach dem Gesetz des einfachen Trägers geschieht. Bei Belageisen und Vautherin-Schwellen könnte man unter Umständen auch die Theorie der durchgehenden Träger anwenden, wobei die Nachgiebigkeit der Stützen jedenfalls zu berücksichtigen wäre; das Ergebnis ist aber nicht wesentlich verschieden.

Bei Buckelplatten hat man oft sowohl die ständige wie die zufällige Last auf alle vier Seiten verteilt nach den Diagonalen der durch die Träger gebildeten Vierecke. Man kommt ungefähr auf dasselbe Resultat wie nach anderen Annahmen.

Die Querträger werden oft als Blechbalken ausgeführt; in diesem Falle nimmt man die erste Lamelle nur 8 mm stark und läfst sie auf jeder Seite um etwa 5 cm überstehen, um die Befestigung der Buckelplatten oder Tonnenbleche zu erleichtern; die überstehenden Ränder werden am besten bei der Berechnung aufser acht gelassen. Bei Anwendung von Wellblech, Belageisen usw. müssen die Niete oben versenkt werden, was einen gröfseren Abzug für die Löcher bedingt (etwa 20%), auch darf dabei die Nietteilung nicht enger als $3{,}3\,d$ genommen werden.

Die Höhe der Querträger kann bei schwerer Bahn etwas gröfser gewählt werden als bei leichter; der Unterschied braucht indessen nicht sehr stark zu sein, denn mafsgebend ist (aufser der Beanspruchung) die Durchbiegung infolge der Verkehrslast allein, für die gewöhnlich $^1/_{1200}$ der Länge als zulässige Grenze angenommen wird.

Die Entfernung der Querträger kann ungefähr um 0% gröſser sein als bei leichter Bahn. Diese Regel at aber wenig Wert, denn bei der Wahl sind andere lücksichten maſsgebend.

IV. Die Konstruktionshöhe.

Die Höhe zwischen Schienen-Oberkante und Unterante-Eisenkonstruktion (einschl. Nietköpfe, ∾ 2 cm) eiſst die Konstruktionshöhe. Zur Bestimmung derelben ist zuerst die Durchfahrtshöhe zu berücksichtigen. iese beträgt: für Eisenbahnen 4,80 m über S. O., ir Straſsen etwa 4,60 m in Städten, 3,8—4,0 m auf andstraſsen. Soll noch eine elektrische Straſsenbahn iit Oberleitung durchgeführt werden können, so ist ie kleinste zulässige Höhe etwa 4,50 m. Für Wasserraſsen mit Verkehr von mittelgroſsen Schiffen 3,20 m ber seltenem Hochwasser, 3,50 m über bleibendem Vasser. Die lichte Durchfahrtshöhe ist meistens nicht uf der ganzen Breite erforderlich.

Auſserdem kommt noch in Betracht ein Zuschlag on ∾ 5 cm in allen Fällen, in welchen die Höhe der nteren Straſse nicht wirklich unveränderlich ist, weil urch das Unterstopfen der Schwellen, durch die Erеuerung des Pflasters usw. das ursprünglich angenomене Maſs geändert werden kann.

Schlieſslich ist noch auf die Durchbiegung des Bauerkes Rücksicht zu nehmen; dieselbe kann für eine orläufige Berechnung zu $^{1}/_{1200}$ der Spannweite angeommen werden. Die kleinste Konstruktionshöhe ergibt ch in einigen Fällen wie folgt:

a) **Zwillingsträger.**

Schiene und Unterlagsplatte[1]	15 cm
Längsschwelle	15 »
Unterer Flansch	2 »
Nietköpfe bzw. untere Verbindung . .	2 »
Summe:	34 cm.

[1]) Diese Höhe kann nötigenfalls durch Anwendung von Laufkranhienen etwas heruntergedrückt werden.

Diese Konstruktionshöhe kann noch innegehalten werden bis auf eine Spannweite von etwa 5,0 m. Zwischen 5 und 10 m (die praktischen Grenzen dieser Bauart) ist die Konstruktionshöhe etwa $\frac{L}{15} + 4$ cm.

b) **Kleinere eingleisige Brücken**; Entfernung der Hauptträger 3,30 m. Die Längsträger werden so angeschlossen, daſs zwischen Schienen-Unterkante und Querträger-Oberkante der kleinste zulässige Spielraum bleibt ($\sim$ 3 cm).

Danach ergibt sich die Konstruktionshöhe:

Schiene mit Unterlagsplatte	15 cm
Schwelle	16 »
Längsträger	24 »
Unterer Flansch der Quer- und Hauptträger, Nietköpfe usw.	5 »
Summe:	60 cm.

Die Schwelle kann auf die hier angegebene Stärke abgesetzt werden; wichtig ist dabei, daſs der Schnitt mindestens 5 cm vom Flansch des Trägers entfernt bleibt, um das Verfaulen des Holzes zu verhüten.

Diese Bauart ist bis auf etwa 20 m Spannweite anwendbar.

c) **Gröſsere Brücken** mit leichter Bahn unten (1 Gleis). Abstand der Hauptträger etwa 4,50 m.

Die Höhe der Querträger kann bis auf 32 cm herabgesetzt werden; maſsgebend bleibt die für die Schwelle und Längsträger erforderliche Höhe (vgl. Fall b).

d) **Brücken mit schwerer Bahn**, Abdeckung mit Buckelplatten.

Es ist auch hier möglich, mit 60 cm Gesamthöhe auszukommen, indem man die Querträger bis auf 5 cm unter Schienen-Unterkante hoch führt. Zur Befestigung der Buckelplatten benutzt man den Untergurt der Querträger (der aus 2 [-Eisen $WP\,10\frac{1}{2}$ oder $WP\,11\frac{1}{4}$ oder $NP\,16$ und Lamellen besteht), oder hängt sie mittels ⅂-Eisen an den Obergurt. Die letztere Bauart

erfordert etwas mehr Höhe (ungefähr 1 cm), ist aber vorzuziehen, weil keine Niete auf Zug beansprucht werden. Die Längsträger bestehen aus zwei ⊏-Eisen mit einer Lamelle darüber, oder aus einem breitflanschigen I-Eisen (Grey-Träger). Unter der Schwelle mufs die geringste Stärke des Schotters mindestens 10 cm betragen. Eiserne Querschwellen sind 8 cm hoch, hölzerne 16. Danach rechnet sich die Höhe:

Schiene und Unterlagsplatte	15 cm
Hölzerne Schwelle	16 »
Schotter	10 »
Buckel	14 »
Unterer Flansch der Haupt- und Querträger	5 »
Summe:	60 cm.

Für die Abführung des Wassers benutzt man sehr flache Rinnen, die quer zur Bahn angeordnet sind und bis auf die Sammelrinnen dicht bei den Hauptträgern geführt werden; die Querträger werden daselbst etwas zusammengezogen (Fig. 402). Als Rinne werden am besten ⊏-Eisen angewendet, z. B. das Profil ⊏ 122/35 der Burbacherhütte oder ⊏ 100/20 der Rothe Erde.

Die erforderliche Neigung der Rinnen (mindestens $^1/_2$%) bedingt bei langen Brücken einen Verlust in der Konstruktionshöhe, wenn die freie Höhe darunter auf der ganzen Länge gewahrt bleiben mufs. Eine Deckung durch leichtes Wellblech ist indes nicht vorteilhafter.

Die Abdeckung der Fahrbahn durch Tonnenbleche, Wellblech, zusammengesetzte Kasten für den Schotter usw. führt zu derselben Konstruktionshöhe wie Buckelplatten.

Wenn es darauf ankommt, die geringste Höhe zu beanspruchen, kann man auf die günstigste Feldteilung, Form der Gurtungen usw. keine Rücksicht mehr nehmen. Vielmehr mufs man auf grund der Dimensionierung der einzelnen Teile deren gröfste Tragweite feststellen und danach den Trägerrost bestimmen. Für den Unter-

gurt der Hauptträger kommt fast nur der mit einfachem oder doppeltem Steg versehene T-Querschnitt in Betracht. Man versäume niemals, die Durchbiegung der einzelnen Träger zu untersuchen; dieselbe soll (bei der Belastung durch die Verkehrslast allein) nicht mehr als 1/[illegible] der Länge betragen.

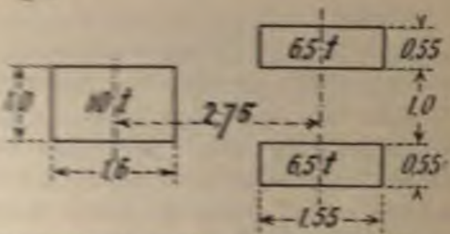
Bei steinernen Bogenbrücken bis auf etwa 20 m Spannweite kann die Konstruktionshöhe auf ungefähr 1 m beschränkt werden.

97. Strafsenbrücken.

I. Belastungsangaben.

Je nach den Umständen kommt dabei in Betracht:

a) eine schwere Strafsenwalze (Fig. 401) und Menschengedränge;



Gröfste Breite: 2,10 m; Länge ∼: 4,30 m.

Fig. 401.

b) ein oder mehrere Züge nebeneinander fahrender Fuhrwerke und Menschengedränge;

c) eine Reihe von Strafsenbahnwagen.

Für die in Betracht kommenden gewöhnlichen **Fuhrwerke** nimmt man an:

	Breite m	Länge m	Achsstand m	Spurweite m	Achslast t
leichte Wagen	2,0–2,5	3,0–4,5	2,0–2,8	1,2–1,4	2–3
schwere Wagen	2,3–2,5	5,0–7,5	3,0–4,5	1,4–1,5	5–6
sehr schwere Wagen . . .	2,3–2,5	7,0–8,5	4,0–5,0	1,5	10–12

Für ein Pferdepaar rechnet man 0,8 t, der beanspruchte Raum ist etwa 2,8 m lang.

Für die Berechnung der Querkräfte ist es ungünstiger, den ersten Wagen ohne Bespannung anzunehmen.

Die gleichwertigen Belastungen in t/m für einen Streifen gleich der Wagenbreite sind annäherungsweise durch folgende Formeln ausgedrückt:

Wagen Breite	Wagen Achslast	Last f. d. Momente in der Mitte	Last f. Momente u. Querkräfte am Ende	Last für Querkräfte in der Mitte
2,0	3	$q=0{,}8+\frac{3}{L}$ t/m	$q'=q\left(1+\frac{2}{L}\right)$	$q''=q\left(1+\frac{8}{L}\right)$
2,3	6	$q=0{,}9+\frac{8}{L}$ t/m	$q'=q\left(1{,}1+\frac{15}{L}\right)$	$q''=q\left(1{,}25+\frac{8}{L}\right)$
2,3	10	$q=1{,}0+\frac{15}{L}$ t/m	$q'=q\left(1{,}1+\frac{15}{L}\right)$	$q''=q\left(1{,}4+\frac{6}{L}\right)$

Diese Werte sind aber nur für angenäherte Berechnungen zu gebrauchen.

Für Menschengedränge rechnet man 300 kg/m² in Dörfern; 400 bis 500 in Städten; für einzelne Teile der Fufswege ist es jedoch ratsam, etwa 560 kg/m² anzunehmen (Häseler).[1])

In Bayern sind folgende Belastungen vorgeschrieben, je nach der Klasse der Brücken.

Wagen.

	Länge m	Breite m	Achsstand m	Spurweite m	Achslast t	
1	8,0	2,6	4,0	1,6	12	Ein Wagen 1 oder Zwei Wagen 2
2	6,0	2,4	3,0	1,3	4	Zwei Wagen
3	5,0	2,2	2,5	1,3	2	Ein Wagen

Menschengedränge: für die Berechnung der Hauptträger 360 kg/m², für Querträger, Zwischenträger und Konsolen 560 kg/m².

[1]) Ein so dichtes Menschengedränge, dafs eine langsame Bewegung der ganzen Masse noch eben möglich ist, wiegt ca. 600 kg/m²; bei einer Belastung von 700 kg/m² ist jede Bewegung ausgeschlossen.

Das Profil der Strafsenbahnwagen ist im allgemeinen 2,0 m breit und 3,10 m hoch.

Zweiachsige Wagen (Länge ca. 7,6, Achsstand ca. 1,6 m) wiegen ca. 5 t für Pferdebetrieb, ca. 11 t für elektrischen Betrieb mit Oberleitung, ca. 14 t mit Akkumulatoren.

Vierachsige Wagen (Länge ca. 10, Achsstand der Drehgestelle ca. 1,6, Entfernung der Drehgestelle von Mitte zu Mitte ca. 5 m) wiegen ca. 20 t für elektrischen Betrieb mit Oberleitung, ca. 25 t mit Akkumulatoren.

Diese Zahlen sind nur als allgemeine Angaben zu betrachten. In jedem besonderen Fall mufs man noch die Möglichkeit berücksichtigen, dafs schwerere Wagen in Betrieb gesetzt werden.

Für den Oberbau rechnet man 110—170 kg/m.

Für den Winddruck kann man die Vorschriften für Eisenbahnbrücken annehmen.

Gegebenenfalls ist auch auf die Fliehkraft, Bremskraft und Reibungskraft noch Rücksicht zu nehmen.

Gewölbte Brücken. Bei der Unsicherheit der Verteilung der Kräfte empfiehlt sich die Einführung einer gleichwertigen stetigen Last, deren Gröfse gleich derjenigen für die Querkräfte und Momente am Ende eines einfachen Balkens anzunehmen ist.

II. Eigengewicht.

Nach dem Handbuch der Ingenieurwissenschaften rechnet man das Gewicht der Fahrbahn wie folgt:

a) Fahrbahntafel nebst Decke.

	kg/m²
1. Bohlenbelag aus Eiche oder Kiefer, die untere Schicht 10 cm, die obere (quer zur Bahn) 6 cm stark	130
2. Buchenbohlen (8 cm stark) auf eichenen Längsschwellen, die auf Belageisen (50 cm voneinander) liegen	170

		kg/m²
3.	Doppelter Bohlenbelag aus Kiefernholz 11 bzw. 8 cm stark, oben mit Nägeln beschlagen . .	240
4.	Stahlplatten auf Belageisen	180
5.	Schotter auf Belageisen, 20 cm stark über Oberkante Eisen	540
6.	Schotter auf Wellblech, 20 cm stark über Wellenoberkante	510
7.	Steinpflaster, 14 cm stark, mit 12 cm Kiesbettung auf 8 mm Buckelplatten	750
7a.	Wie 7, Pflaster 10 cm Kiesbett 6 cm stark, .	530
8.	Holzpflaster auf 6 cm Asphaltbeton auf 8 mm Buckelplatten mit Beton ausgefüllt	420
9.	Schotter 20 cm auf Ziegelgewölben 1 St. stark, einschliefslich I-Eisen für die Gewölbe . .	920
10.	Holzasphaltmasse auf Belageisen	440
10a.	» aus Trägerwellblech . . .	320

b) Fahrbahngerippe.

1.	Für leichte Wagen	65	kg/m²
2.	» schwere Wagen	85	»
3.	» sehr schwere Wagen . .	100	»

Dieses Glied fällt fort, wenn die Bohlen, Belageisen, Wellblech usw. unmittelbar von den Hauptträgern getragen werden.

c) Fufswege.

Die Abdeckung wiegt:

1.	Einfacher Bohlenbelag	70	kg/m²
2.	Asphalt über Beton auf Wellblech . .	230	»
3.	Stehende Tonnenbleche oder Buckelplatten, Beton und Asphalt	300	»
4.	Granitplatten 15 cm stark	400	»
5.	Monierplatten	120	»

Das eiserne Gerippe wiegt 45 kg/m² bzw. 65 kg/m², je nachdem die Fufswege aufserhalb oder innerhalb der Hauptträger angeordnet sind.

Für Brücken, wo die Fahrbahntafel den Hauptwindverband entbehrlich macht, sind je nach der Bauart

20—30 kg/m² für die Versteifungen zuzuschlagen. Sonst rechne man für den Windverband 90 + 3,5 L kg/m.

Das Gewicht der Hauptträger wird am besten nach der Formel auf Seite 116 ermittelt, wenn Vollwandträger in Betracht kommen; für Gitterträger mit parallelen Gurtungen kann man setzen (nach Häseler):

$$g = \frac{B + 1{,}25\,p}{\dfrac{\sigma}{7{,}85\,C} - L}\ \text{t/m};$$

wo B = Fahrbahngewicht in t/m;
p = gleichmässig verteilte Verkehrslast in t/m;
L = Spannweite in m;
σ = zulässige Spannung in t/cm²;
$C = \dfrac{L}{4{,}5\,h} + \dfrac{3}{4}\dfrac{h}{a} + \dfrac{1}{2}$;
a = Feldweite in m;
h = Trägerhöhe in m.

Für andere Trägerformen, sowie für die allgemeinen Formeln zur Berechnung des Gewichtes unregelmäfsiger Brücken verweisen wir auf S. 518.

Für Bogenträger s. S. 378.

III. Die Fahrbahn.

Sehr oft hat man die Fahrbahn durch einen doppelten Bohlenbelag abgedeckt; der untere ist 8 bis 16 cm stark, der obere (quer angeordnet) 6—8. Bei der Berechnung pflegt man den oberen Belag dadurch zu berücksichtigen, dafs man die Einzellasten auf zwei der unteren Bohlen verteilt. Bei der üblichen Breite der Bohlen (25 cm) ist alsdann die erforderliche Stärke für den Raddruck D in t bei einer Stützweite von l cm und einer Beanspruchung von 70 kg/cm²: $s = 0{,}65\sqrt{D\,l}$ cm. Das Gewicht des durchnäfsten Bohlenbelags ist etwa 9 d kg/m² für Nadelholz, 10 d kg/m² für Eichen- und Buchenholz (d = Gesamtstärke in cm). Für Klappbrücken, wenn sie für sehr schwere Wagen zu berechnen

sind, kann die Anwendung von Stahlplatten vorteilhaft sein; deren Oberfläche mufs mit starken Rippen versehen sein, damit die Pferde nicht ausgleiten.

Gufseiserne Platten sind zur direkten Abdeckung selten zur Anwendung gekommen, indem man bei der stofsweisen Einwirkung der Lasten ein Brechen befürchtet.

In den meisten Fällen wird die Fahrbahn durch Schotter, Beton oder Pflaster gedeckt, wozu eiserne Bleche oder Walzprofile als Tragkonstruktion dienen.

Der Schotter von d cm Höhe wiegt im Mittel 19 d kg/m². Die Oberfläche wird zwecks besserer Entwässerung flach gewölbt gemacht (etwa 2 %). Die Stärke der Beschotterung über den höchsten Stellen der Brückentafel kann in der Mitte zu 20 cm für schwere Wagen angenommen werden, zu 15 cm für leichte Wagen; an den Rändern 15 bzw. 12 cm. Man nimmt an, dafs der Druck einer Einzellast sich mit der Neigung $^4/_3$ überträgt, so dafs bei einer Breite des Rades von 10 cm der Druck auf $10 + 1{,}5\,d$ cm gleichmäfsig verteilt wirkt (Winkler). Nach anderen Angaben könnte man eine Neigung 1 : 1 annehmen, was zu $10 + 2\,d$ führt.

Beton, aus 1 *RT* Zement, 3 Sand, 6 Schotter gebildet, 12—18 cm stark, mit einer Asphaltschicht 2,5 bis 4 cm dick, ist auch angewendet worden, besonders für Stadtbrücken. Wölbung etwa 1,5 %; Gewicht 19 d kg/m². Man vergesse nicht, dafs die Entwässerung an der Oberfläche nicht vollkommen ist, so dafs man für Ableitung des Wassers aus den Buckelplatten zu sorgen hat; in den meisten Fällen werden jedoch besondere Rinnen wohl entbehrlich sein.

Steinpflaster, 10—26 cm stark, mit einer Kies- oder Sandbettung 6—10 cm, gibt eine sehr widerstandsfähige aber sehr schwere Decke, welche starke Stöfse veranlafst. Das spezifische Gewicht der Steinwürfel ist 2,5.

Holzpflaster, aus einzelnen Würfeln, etwa 8 bis 12 cm stark, 8 cm breit, 20—25 cm lang, bildet eine teure, aber sehr gute Abdeckung. Das Gewicht ist ungefähr 11 δ kg/m²; außerdem muſs noch über den höchsten Stellen der Brückentafel eine 4—6 cm dicke Unterlage von Sand oder Beton gerechnet werden.

Für die Tragkonstruktion verweisen wir auf das für Eisenbahnbrücken Gesagte (Seite 528). Es sei hier nur bemerkt, daſs man bei Straſsenbrücken nicht so oft Buckelplatten anwendet wie bei Eisenbahnbrücken. Hängebleche scheinen hier recht am Platz, besonders wenn durch Ausfüllung mit Beton die Steifigkeit gesichert ist. Belageisen hat man auch sehr oft verwendet; um die Last auf 3 Eisen zu verteilen, verbindet man die einzelnen Profile mittels kräftiger Winkeleisen, welche unten durchgeführt und durch Schrauben und passend geformte Platten mit den Belageisen verbunden werden. — Es kann vorteilhaft sein, die Belageisen längs anzuordnen, um die sekundären Längsträger zu sparen.

Bei der üblichen guten Verbindung der Belageisen mit den Querträgern und geschickter Abwechslung der Stöſse kann man die Theorie der durchgehenden Träger gut anwenden.

Gewölbe aus Stein. Diese Brückentafel hat ein sehr hohes Gewicht, was starke Haupt- und Zwischenträger nötig macht, obwohl für das Gerippe der Fahrbahn vielleicht um 10 % höhere Beanspruchungen, mit Rücksicht auf die Milderung der Stöſse, zulässig sein dürften.

Die Gewölbe werden in der Regel aus Ziegelsteinen hergestellt, quer zur Brückenachse angeordnet, und haben bei 0,9—2,0 m Spannweite (Pfeilhöhe $^1/_5$—$^1/_{11}$, meist $^1/_{10}$) die Stärke von $^1/_2$—1 Stein. Die Zwickel werden mit Beton ausgefüllt bis über die I-Eisen; meistens kommt noch darauf eine dünne (2—4 cm) Schicht Zement oder Asphalt zur Wasserdichtung; die obere Fläche muſs so geformt sein, daſs das Wasser

vom Eisen abgehalten wird. Die I-Eisen, auf welchen die Kämpfer liegen, werden miteinander verankert, um den Horizontalschub aufzunehmen.

Nach Winkler ist die Tragfähigkeit eines Kappengewölbes: $D = \frac{980\, b\, h\, d^2}{l\,(h + 2\,d)}$, wo:

D = Einzellast in t;

b = Länge, auf welche sich der Druck verteilt, in m (etwa 0,5);

h, l und d = Pfeilhöhe, Spannweite und Stärke des Gewölbes in m.

Die zulässige Beanspruchung ist dabei 8 kg/cm² vorausgesetzt. Das Gewicht beträgt:

$$80\left(1 + D + \frac{D\,l}{2}\right) \text{ kg/m}^2.$$

Bei Anwendung von Hohlziegeln verringert sich dieses Gewicht kaum.

Vorteilhaft sind Kappengewölbe aus Beton mit Eiseneinlagen, für welche die Tragfähigkeit (mit $\sigma = 28$ kg/cm) ist: $D = \frac{2800\, d}{l\left(\frac{2}{d} + \frac{3}{h}\right)}$.

Das Gewicht mufs in jedem Fall ermittelt werden, da die Form des Gewölbes zu sehr von den besonderen Umständen abhängig ist. Für die vorläufige Berechnung kann man es nach der obigen Formel berechnen mit dem Koeffizienten 50 statt 80.

IV. Die Konstruktionshöhe.

Die lichte Durchfahrtshöhe wird, wie auf Seite 529 angegeben, festgestellt.

Für die Abdeckung rechnet man:

bei doppeltem Bohlenbelag	14—16 cm
für Schotter auf Belageisen	16—20 »
» » » Wellblech mindestens	20 »
» Steinpflaster auf Kies	16—25 »
» Holzpflaster auf Beton	16—18 »

so dafs man durchschnittlich auf etwa 20 cm bei Deckung mit Buckelplatten oder Hängeblechen, auf etwa 28 cm bei Belageisen oder Wellblech geführt wird. Die Holzabdeckung bleibt entsprechend dünner.

Asphaltbelag, 4 cm stark auf 8 cm Betonunterlage bildet die niedrigste Abdeckung (für schwere Verkehrslast noch zu knapp).

Die Querträger sollen nicht niedriger sein als $^1/_{15}$ der Spannweite. Hiernach kann die Konstruktionshöhe für schmale Brücken (Abstand der Hauptträger ungefähr 6,0 m) wie folgt gerechnet werden:

Abdeckung auf Buckelplatten oder Tonnenblechen	20 cm
Querträger	40 »
Nietköpfe usw.	5 »
Summe:	65 cm.

Es ist hier vorausgesetzt, dafs die Querträger auf beiden Enden verjüngt sind, so dafs ihre Unterkante in der Mitte auf gleicher Höhe liegt wie der tiefste Punkt der Hauptträger. Mit Rücksicht auf die Entwässerungsrinnen kann man unter Umständen gezwungen sein, etwa 5 cm zuzuschlagen.

Fig. 402.

Bei steinernen Bogenbrücken von nicht allzugrofser Spannweite (bis etwa 22 cm) kann man die Konstruktionshöhe auf ungefähr 85 cm beschränken.

98. Die Fußwege der Brücken.

Bei Eisenbahnbrücken ist für jeden Fufsweg nur eine Breite von höchstens 1 m erforderlich; eine Trennung von der eigentlichen Fahrbahn ist nicht nötig. Abdeckung bei leichter Bahn durch Holz, bei schwerer durch Riffelblech (selten) oder durch Beton und Asphalt auf Wellblech, nur ausnahmsweise auf Profileisen u. dgl.

Bei Strafsenbrücken ist eine Trennung durch eine Erhöhung von 15—20 cm empfehlenswert. Liegen die Fufswege aufserhalb der Hauptträger, so ist doch die Anordnung einer Längsschwelle, mit Eisen gesäumt, zum Schutz der Tragwände nötig; der Abstand des Randes von der äufsersten Kante der Hauptträger kann etwa 40 cm gewählt werden.

Die Abdeckung der Fufswege geschieht meistens mit einfachen Bohlen, die zur Entwässerung eine Neigung von 1,5—2,5 % (meistens nach der Fahrbahn zu) erhalten, oder durch Fugen von etwa 0,5 cm getrennt sind. Zur berechneten Stärke schlage man etwa 1 cm zu, um der Abnutzung Rechnung zu tragen. Steinplatten werden selten angewendet wegen des hohen Gewichtes. Bei gleichmäfsig verteilter Last q kg/m², zulässiger Beanspruchung σ (etwa 9 kg/cm² für Sandstein, bis 20 kg/cm² für Schiefer) wird die Stärke der auf allen vier Seiten aufliegenden Platte:

$$d = \frac{l}{100} \sqrt{\frac{3\,q}{4\,\sigma}\,\frac{l^4}{l^4 + l_1^4}},$$

wo $l_1 > l$ (alle Mafse in cm). Die gröfste Fläche einer Platte ist etwa 1,5 m². Das Gewicht ist annähernd $0{,}70\,l$ kg/m².

Vielfach gebräuchlich ist die Abdeckung durch Beton, über welchen eine dünne Schicht von Asphalt zu liegen kommt. Als tragender Teil kommt Eisen in Frage und zwar als Buckelplatte etwa 4—5 mm stark ($g = 32$—40 kg/m²), Vautherin-Schwellen oder Belageisen, so weit voneinander liegend, dafs die Lücke durch Ziegelsteine überbrückt werden kann (etwa 8 cm im Lichten), wobei das Gewicht etwa 15 kg/m² beträgt, oder Wellblech ($g = 33$ kg/m²); selten findet man Tonnenbleche. Die Betonschicht soll mindestens 4 cm über dem Eisen stark sein; auf diese kommt dann die 1,5 bis 2,5 cm dicke Asphaltdecke.

Sehr geeignet und in der letzten Zeit vielfach verwendet sind Monier-Platten, die zweckmäfsig auch

mit Asphalt gedeckt werden. Für das Gewicht vgl. Seite 497.

Zum Gerippe gehören die Konsolen, deren Gewicht bei Breite b und Entfernung l (in m) etwa $9\,b\,l + 30$ kg/m² bei leichter Abdeckung, $12\,b\,l + 30$ kg/m² für schwere Abdeckung geschätzt wird (Winkler).

Sind besondere Längsträger erforderlich, so rechne man deren Gewicht $\sim 0{,}6\,l\ (7 + l)$ kg/m² bzw. $0{,}75\,l\ (7 + l)$ kg/m².

In besonderen Fällen, namentlich bei kurzen Brücken, kann es vorteilhaft sein, die Fuſswege durch besondere Träger zu unterstützen, die ebenso lang wie die Hauptträger sind und wie diese auf den Pfeilern aufgelagert werden. Das Gewicht des Eisens läſst sich in jedem besonderen Fall leicht berechnen.

Brücken, die nur für Fuſsgänger bestimmt sind, werden fast ausschlieſslich mit Holz gedeckt. Bei der Berechnung der Stärke muſs man berücksichtigen, daſs schwer belastete Handkarren eventuell die ungünstigste Belastung ergeben.

99. Wahl des Hauptsystems für Brücken.

I. Träger mit einer Öffnung.

1. Vollwandige Träger.

Dieselben bieten in vielen Fällen die einzig mögliche Konstruktionsform (Laufkranträger, Querträger für Straſsenbrücken usw.). Sie gestatten beliebig viele Angriffspunkte der äuſseren Kräfte und sind einfach in der Herstellung. Als Hauptträger sind sie für Brücken bis 15 m Spannweite noch vorteilhaft, obwohl schwerer als Fachwerkträger. Selbst für Spannweiten bis 25 m stellen sich die Kosten eines vollwandigen Trägers nicht wesentlich höher als die eines Fachwerkträgers, so daſs hier andere Gründe für die Systemwahl ausschlaggebend sind. Für Spannweiten über 25 m wird dagegen der vollwandige Träger unrationell; die dann erforderlichen

häufigen Stöfse des Stehbleches und die kräftigen Versteifungen erhöhen unverhältnismässig das Gewicht sowohl wie die Löhne gegenüber kleinen Trägern. Bei durchgehenden Trägern sind sie für etwas gröfsere Spannweiten gut anwendbar, besonders bei beschränkter Konstruktionshöhe (in solchen Fällen bietet die Anordnung der Diagonalen in gewissen Feldern von Fachwerkträgern manche Schwierigkeiten). Liegen nicht besondere Gründe vor, so führt man die vollwandigen Träger mit parallelen Gurtungen aus. Andere Formen gestatten wohl eine gewisse Materialersparnis, kosten aber mehr an Werkstattlohn und erschweren aufserdem den Anschlufs von Querkonstruktionen.

Ausschlaggebend für die Wahl von vollwandigen Trägern für Brücken wird auch in manchen Fällen der Umstand, dafs man bei der Montage das Bauwerk an einem Ufer fertig zusammennieten und alsdann über die ganze Öffnung hinwegschieben kann. Erforderlich ist dazu nur die Aufstellung eines Bockes etwa in Mitte der Öffnung, oder die provisorische Anbringung eines Vorderschnabels, eventuell auch eines Hinterschnabels für ein Gegengewicht.

2. Fachwerkträger.

α) Parallelträger. Die Parallelträger gelangen ungemein häufig zur Ausführung, sowohl für kleine wie für grofse Spannweiten von 100 m und darüber, als Träger auf zwei Stützen wie als durchgehende Träger; für letzteren bieten sie für Fachwerkträger die geeignetste Form. Die gewöhnliche Trägerhöhe ist $l/_8$ bis $l/_{12}$.

Vorteile sind: Einfachheit in der Ausführung, Unabhängigkeit in der Anordnung der Stöfse, und Möglichkeit, die Querversteifungen rationell anzubringen.

Demgegenüber stehen als Nachteile die unschöne Form und der gröfsere Materialaufwand. Im allgemeinen empfiehlt es sich (auch bei andern Trägerformen), die Diagonalen abwechselnd rechts und links fallend anzu-

ordnen. Der Vorteil dieser Bauart besteht hauptsächlich darin, daſs die Hauptträger so wenig wie möglich von der Durchbiegung der Querträger beeinfluſst werden. Die Gesamtdurchbiegung wird auſserdem um etwa 6 % geringer und auch der Materialbedarf etwas kleiner. Liegt die Bahn oben, so spart man die Hälfte der Ständer; daſs dabei einige Diagonalen mehr knicksicher gemacht werden müssen, fällt kaum ins Gewicht, insbesondere bei doppelten Wänden.

Stets vorteilhaft, wenn auch unschön, ist es, die Enddiagonalen als Gurte zu betrachten, und die Endpfosten, sowie den Endstab des einen Gurtes wegzulassen. Bei kleineren Brücken kann das ohne weiteres geschehen; bei gröſseren mit Bahn unten, wo ein durchgehender oberer Windverband besteht, kann man das Endportal nach amerikanischer Art in einer schrägen Ebene anordnen (was aber wegen konstruktiver Schwierigkeiten weniger zu empfehlen ist), oder es mit dem ersten Ständer zusammen fallen lassen. Das letztere bietet keine Bedenken, nur muſs die Wirkung auf den unteren Windverband berücksichtigt werden. Für Brücken mit Bahn oben gilt Entsprechendes, sinngemäſs geändert.

β) Parabelträger. Gewöhnliche Trägerhöhe $l/_8$ und mehr. Für die Anwendung des Parabelträgers oder überhaupt der Fachwerke mit polygonalen Gurtungen spricht zunächst der Umstand, daſs sich die Gurtungen besser der theoretisch günstigsten Form nähern als bei Parallelträgern. Vorzugsweise bei Parabelträgern kommt man ferner zu fast durchgehends konstanten Gurtquerschnitten. Rechnet man hinzu, daſs auch das Gitterwerk im allgemeinen sehr leicht ausfällt, so erscheint es begründet, daſs die Fachwerke mit gekrümmter resp. geknickter Gurtung, besonders bei gröſseren Spannweiten häufig dem Parallelträger trotz der höheren Herstellungskosten vorgezogen werden.

Auch für den Parabelträger empfiehlt es sich, alle Gitterstäbe druckfähig zu machen und keine Gegen-

diagonalen anzuordnen, da durch deren Wechselwirkung die Verbindungen leicht gelockert werden.

Die Gewichtsersparnis beim Parabelträger gegenüber dem Parallelträger beträgt bei kurzen Spannweiten bis 12 %, bei grofsen bis 15 %. Durchgehende Parallelträger mit Spannweiten von über 50 m sind dagegen leichter als unabhängige Parabelträger.

Zu den Nachteilen des letzteren zählt zunächst die schwierigere und somit teuere Art der Herstellung sowie die ungünstige Bildung der Spitzen an den Auflagern. Hierzu kommt eine gröfsere Nachgiebigkeit, die bei gleicher Höhe 1,4 bis 1,7, bei 5/4 facher Höhe noch etwa 1,1 bis 1,4 mal so grofs ist als beim Parallelträger.

γ) Halbparabelträger. Derselbe ist zu einer ziemlich ausgedehnten Verwendung gelangt, vorzugsweise für gröfsere Brücken, infolge seiner rationellen und gefälligen Linienführung. Er wird leichter aber konstruktiv ungünstiger, je mehr sich seine Form dem Parabelträger nähert. Die gewöhnliche Trägerhöhe beträgt $l/_8$ — $l/_{10}$, ist aber teilweise abhängig von der Höhe des Endständers, der praktisch so hoch angenommen wird, dafs sich der obere Windverband bis zum Ende durchführen läfst. Man kann auch hier das Endportal nicht mit dem letzten, sondern mit dem vorletzten Ständer zusammen fallen lassen, und den Endständer sowie den Obergurt im letzten Feld fortlassen, wodurch eine gewisse Materialersparnis (3—5 %) zu erzielen ist (amerikanische Bauart). Ordnet man einen Endständer aber nur deshalb an, um einen bequemen Anschlufs des Endquerträgers zu ermöglichen, so beschränke man seine Höhe nach Möglichkeit (der Anschufs der Enddiagonale macht oft Schwierigkeiten).

δ) Schwedlerträger und ähnliche Formen. Der Schwedlerträger ist etwas leichter (etwa 4 %) als der Parabelträger. Übliche Trägerhöhe $l/_8$ und mehr. Ein Grund zur Konstruktion dieses Trägersystems ist trotz der theoretisch günstigen Form kaum noch vor-

handen. Sie erfolgte nach dem Prinzip, alle Diagonalen nur auf Zug zu beanspruchen. Es entsteht dadurch eine Trägerform, bei welcher sich der gekrümmte Obergurt nach der Trägermitte hin etwas senkt; da dies sowohl in konstruktiver wie in ästhetischer Hinsicht ungünstig ist, so hilft man sich dadurch, daſs man die obere Gurtung im mittleren Teil wagerecht durchführt.

Die Trägerform kann auch mit Rücksicht auf eine gefällige Linienführung nach Gutdünken gezeichnet werden, da die ohnehin steif zu bildenden Diagonalen eine gewisse Druckkraft aufnehmen können; zugleich achte man darauf, daſs die Spitzen der Gurte an den Auflagern möglichst stumpf sind.

Der Schwedlerträger ist einfacher zu konstruieren als der Parabel- und Halbparabelträger, weil der mittlere Teil zum Parallelträger wird und der Winkel der beiden Gurtungen an den Enden nicht sehr spitz ist. Die Gurtquerschnitte sind nicht stark veränderlich, da die Trägerform sich einigermaſsen dem Diagramm der gröſsten Momente anschmiegt.

II. Träger über mehrere Öffnungen.

α) Durchgehende Parallelträger. Die Vorteile dieser Träger sind der Hauptsache nach:

1. Einfachheit der Herstellung.
2. Eine um 20—30 % geringere Durchbiegung im Vergleich mit getrennten Parallelträgern.
3. Niedriges Gewicht bei geringer Konstruktionshöhe.
4. Stoſsfreies Fahren infolge stetigen Verlaufs der Biegungslinie über den ganzen Träger.

Diesen groſsen Vorzügen steht der schwerwiegende Nachteil gegenüber, daſs das ganze System gegen unbeabsichtigte Senkungen der Stützen ziemlich empfindlich ist. Es ist deshalb von vornherein erforderlich, die Lager bei der Montierung peinlich genau einzustellen und besonders in der ersten Zeit wiederholte

und eingehende Kontrollen der Höhenlage vorzunehmen. Bei unzuverlässigem Baugrunde mufs man von der Verwendung durchgehender Träger überhaupt absehen, um so mehr, wenn hohe Pfeiler in Frage kommen, deren Schräglage bei einseitiger Senkung äufserst schädlich wirken kann (ungünstige Beanspruchung des Windverbandes). Bei einer Konstruktionshöhe von $l/_{12}$ sind durchgehende Parallelträger um etwa 15—20 % leichter als einfache getrennte Träger von gleicher Höhe. Dieser Unterschied kommt allerdings nicht ganz zur Geltung, weil eine eventuelle Nachgiebigkeit der Stützen berücksichtigt werden mufs. Selbst bei gutem Baugrunde sollte man stets eine geringe Senkung der Auflager in Rechnung ziehen. Immerhin ist auch dann noch auf eine Ersparnis von etwa 15 % zu rechnen. Einfache getrennte Parabelträger mit grofser Konstruktionshöhe sind bis etwa 50 m Spannweite noch leichter als durchgehende Träger, Schwedlerträger noch weiter. Das Resultat würde sich für den durchgehenden Träger günstiger gestalten, wenn man eine Form wählte, die der theoretisch günstigsten nahe käme, was indessen aus konstruktiven und ästhetischen Gründen äufserst selten ausgeführt wurde.

β) Gerbersche Träger. Infolge ihrer statischen Bestimmtheit bleiben bei Gerberträgern Senkungen der Stützen, ungleiche Erwärmung, Montierungsfehler usw. ohne Einflufs auf die Stabkräfte, wodurch ihr Verwendungskreis, im Gegensatz zum durchgehenden Träger, unbeschränkt ist.

Nachteile sind: die Stöfse beim Fahren infolge der Gelenke, sowie konstruktive Schwierigkeiten bei der Ausbildung der letzteren (siehe S. 467).

Eine mindestens grobe Anschmiegung an die theoretisch günstigste Form ist bei Gerberträgern oft ausgeführt worden. Im Vergleich mit durchgehenden Trägern ist das Gewicht im allgemeinen um einige Prozente geringer, die Durchbiegung der schwebenden

Teile nicht unwesentlich gröſser, diejenige der auskragenden nahezu gleich.

III. Bogenträger.

Dieselben sind für groſse Öffnungen empfehlenswert, sobald genügend Konstruktionshöhe vorhanden ist. Für kleine Spannweiten sind sie kaum leichter als einfache Träger, befriedigen aber in ästhetischer Hinsicht bedeutend mehr als die meisten anderen Systeme.

Der Dreigelenkbogen ist um etwa 15 % leichter als der Zweigelenkbogen, weil bei ihm Temperatureinflüsse nicht berücksichtigt zu werden brauchen; eine Gewichtsersparnis ist aber trotzdem kaum zu erzielen, da die Konstruktion des Scheitelgelenks ziemlich viel Material beansprucht. Gegen den Dreigelenkbogen spricht die Stoſswirkung im Scheitelgelenk, die allerdings durch geeignete Ausbildung desselben herabgemindert werden kann. Dem gegenüber steht als Vorteil die Unempfindlichkeit gegen kleine Verschiebungen der Widerlager. Hieraus ergibt sich von selbst, daſs auf unsicherem Boden ein Zweigelenkbogen überhaupt unzulässig ist (unter Umständen sogar auch ein Dreigelenkbogen). Der beiderseits eingespannte Bogen ist für kleine Spannweiten unvorteilhaft, weil die Temperaturkräfte eine zu groſse Rolle spielen. Erst bei Spannweiten über 50 m kann er in Betracht gezogen werden und auch dann nur, wenn die Pfeilhöhe verhältnismäſsig groſs ist. Jedenfalls ist die Montierung sehr umständlich und die kostspielige Verankerung läſst sich nicht immer vermeiden. Unbedingtes Erfordernis ist eine absolute Zuverlässigkeit der Widerlager.

Bogenträger mit elastischem Zugband sind im allgemeinen unvorteilhaft; sie können Parabelträgern mit drei Gurtungen und sehr niedrigem Gitterwerk gleichgestellt werden. Ähnlich verhalten sich andere Systeme, wie Bogen mit Versteifungsträger usw.

Der Zwickelbogenträger (Fig. 317 und 318) ist im Vergleich mit dem sog. Parallelbogen oder Stabbogen nur für mittlere und grofse Spannweiten, etwa über 30 m vorteilhaft. Der Sichelbogen bietet keine beson-

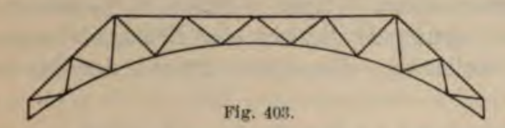


Fig. 403.

deren Vorteile und verursacht mancherlei Schwierigkeiten in der Herstellung. Am vorteilhaftesten dürfte der allerdings unschöne Bogen mit abgeschnittenen Zwickeln sein (Fig. 403).

IV. Sonstige Systeme.

Für sehr grofse Spannweiten kommen Auslegerbrücken in Betracht (Fig. 336). Dieselben unterscheiden sich im Prinzip nicht vom Gerberschen Balken; sie erfordern aber eine bedeutende Höhe über den Pfeilern. Ob sie mit Bogenbrücken in Konkurrenz treten können, hängt von den besonderen Umständen ab.

Kragbogenträger können vorteilhaft sein, wo man sich dadurch dem Boden gut anschmiegen kann, oder wo es darauf ankommt, hohe gemauerte Pfeiler zu vermeiden. Das Einschalten von Gelenken ist im allgemeinen nicht zu empfehlen, wenn auch dadurch die statische Unbestimmtheit auf eine einfache reduziert oder ganz aufgehoben wird.

Für sehr grofse Öffnungen kommen endlich die Hängebrücken in Frage. Am vorteilhaftesten sind sie, wenn man die Kette als Drahtkabel und den Versteifungsbalken als parabolischen Träger ausführt.

Welches System in jedem einzelnen Falle am besten gewählt wird, mufs natürlich durch besondere Untersuchung und unter Berücksichtigung der obwaltenden Umstände entschieden werden.

Hat man ein flaches Gelände zu überbrücken und liegt keine Beschränkung in der Anzahl der Stützen vor, so wähle man bei getrennten Parallelträgern und Pendelstützen die Spannweite etwa gleich der Stützenhöhe, bei eingespannten Stützen ungefähr 25 % gröſser. Die billigste Lösung ist die, wo eine Brückenöffnung ebensoviel kostet wie eine Stütze einschl. der Fundierung.

100. Wahl des Systems für Dächer.

Dachbinder aus Holz und Eisen kommen nur für mäſsige Spannweiten in Betracht. Auf Biegung oder auf Druck beanspruchte Stäbe werden aus Holz angefertigt; Verbindung der einzelnen Teile entweder durch Verzapfung oder mittels guſseiserner Schuhe. Letztere sind geeignet zur Unterstützung des Firstbalkens und zur Auflagerung der Binder auf dem Mauerwerk. Für gröſsere Spannweiten verwendet man fast ausschlieſslich Dachbinder aus Eisen, besonders für Werkstattgebäude.

Für gewöhnliche Bauart (Satteldächer u. dgl.) ist es ziemlich einerlei, welches System für die Binder gewählt wird. Polonceau-Binder sind weniger geeignet in den Fällen, wo man (wohl unter Annahme einer höheren Beanspruchung) damit rechnen muſs, daſs schwere Lasten an das Dach gehängt werden, was in Werkstätten oft vorkommt.

Bei den englischen und belgischen Dachstühlen kann man etwas Material sparen, wenn man das tiefste Glied des Untergurtes nicht mit dem Obergurt über den Lagern zusammenlaufen läſst, sondern ihm nahezu parallel anordnet und eine Diagonale in das so gebildete Viereck einschaltet. Dadurch wird die Kraft im unteren Teil des Obergurtes wesentlich kleiner, sodaſs der ganze Obergurt, der meistens aus einem einfachen Walzeisen besteht, leichter gehalten werden kann.

Vorteilhaft sind die parabelförmigen Binder bei stetiger Krümmung des Obergurtes, denn bei der gleich-

mäßsigen Belastung, die fast ausschließslich in Betracht kommt, können die Fetten ohne Rücksicht auf die Lage der Knoten verteilt werden.

Die Anwendung von räumlichen Systemen kann bei Walmdächern vorteilhaft sein, besonders wenn der Firstbalken nicht sehr lang ist. Die langen Seiten müssen durch einen Windverband ausgesteift werden, falls man ihre Füſse nicht fest verankern will; derselbe ist aber mit wenig Materialaufwand zu konstruieren. — Die günstigsten Verhältnisse für diese Bauart liegen vor, wenn der Firstbalken so kurz ist, daſs er durch keinen

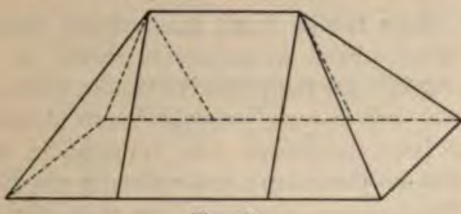


Fig. 404.

Sparren belastet wird (Fig. 404). Das System kann aber auch in anderen Fällen empfohlen werden, besonders wo es darauf ankommt, den inneren Raum vollständig frei zu lassen.

Ähnliche Systeme hat man für Mansardendächer angewendet. Z. B. in dem in Fig. 405 skizzierten Fall

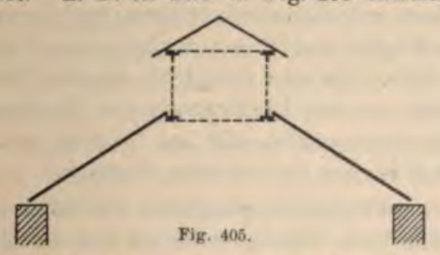


Fig. 405.

sind zwei kräftige Längsträger auf den Giebelwänden aufgelagert und durch zwei Windverbände miteinander verbunden. Die Sparren sind daran befestigt und auf den Längswänden beweglich aufgelagert.

Bei freitragenden Dächern, wie sie für Bahnsteige gebräuchlich sind, wo das ganze Bauwerk auf einer Reihe von eingespannten Säulen ruht, wählt man die kleinste zulässige Neigung, um die Angriffsfläche des Windes möglichst gering zu machen; man versäume aber nicht, die Stabilität der Säulen zu untersuchen bei Annahme

a) einer Richtung des Windes von etwa 10 Grad gegen die Horizontale geneigt;

b) einer einseitigen Schneedecke, ungefähr halb so stark als die gewöhnlich für die ganze Dachfläche in Rechnung gezogene.

Für offene Hallen kann man immer einen regelrechten Windverband konstruieren, sobald es möglich ist, zwei Punkte des Hauptwindverbandes durch Streben gegen jede Verschiebung zu sichern; am besten wählt man dazu zwei möglichst weit voneinander entfernte Ecken. Für das Dach kann man entweder eine Reihe von Bindern konstruieren oder irgend ein räumliches System. Auf alle Fälle verbinde man die Köpfe aller Säulen zu einer kinematisch starren Scheibe. — Ist die Anordnung von Streben in keiner Wand zulässig, so hilft man sich durch eines der folgenden Mittel:

1. Man verbindet alle Säulen jeder Wand mittelst einer durchgehenden Gurtung, auf halber Höhe angeordnet; zwischen dieser Gurtung und der zweiten auf den Köpfen der Säulen genügt es, ein Feld starr zu machen. Alsdann beteiligen sich alle Säulen einer Wand an der Übertragung der Horizontalkräfte, und zwar werden alle auf Biegung beansprucht; daher ist das System sehr elastisch.

2. Man verbindet biegungsfest alle Säulen mit den Bindern, so dafs eine Reihe von zweigelenkigen Portalen entsteht. Man vergesse nicht, dafs diese stark nachgiebig sind; eine Untersuchung der elastischen Formänderung ist also unerläfslich. Diese Bauart ist nur für niedrige Hallen geeignet.

3. Man spannt jede Säule am Fuſs fest ein. Teure und schlechte Bauart (wegen der starken Nachgiebigkeit).
4. Man verbindet die Säulen biegungsfest mit den Bindern und auſserdem spannt man sie am Fuſs fest ein; es entstehen dadurch eingespannte Portale.

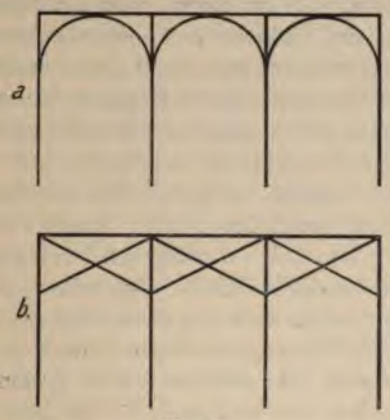


Fig. 406.

5. In jeder Wand verbindet man jede Säule mit der nächsten durch einen Bogen oder durch ein Kreuz, (Fig. 406). Die Wirkungsweise der Säulen ist ähnlich wie bei der Anordnung 1, nur ist die Nachgiebigkeit gröſser. Diese Konstruktion läſst dem Architekten einigermaſsen freie Hand.
6. Für gröſsere Hallen ist es schlieſslich möglich, die Binder selbst bis auf den Boden fortzuführen.

Die Anordnung von Zwischensparren, welche oben gegen ein biegungsfestes System gestützt sind, ist nur für kleine Dächer vorteilhaft oder für solche, wo aus anderen Gründen der Dachfirst sehr kräftig konstruiert wird.

Die komplizierten Formen, die von den Architekten gewählt werden, bieten nicht selten eigentümliche Schwierigkeiten.

Flache räumliche Systeme sind zum Tragen von Einzellasten wenig geeignet infolge der grofsen Nachgiebigkeit; z. B. ist eine hohe Laterne auf einer flachen Kuppel möglichst zu vermeiden. Ist man zu einer solchen Konstruktion gezwungen, so wähle man für die Kuppel die kleinstmögliche Anzahl von Sparren und lasse sie tunlich alle zu einem mittleren Knoten laufen. Das System wird dadurch in hohem Grade statisch unbestimmt und wird am besten auf grund vereinfachender Annahmen untersucht; am einfachsten setzt man voraus, dafs die Kuppel durch eine starre Scheibe geschlossen ist.

Mufs der innere Ring vollständig frei bleiben, so bleibt nichts anderes übrig, als ihn sehr steif zu konstruieren, eine möglichst kleine Anzahl von Sparren anzuordnen und sie durchgehend biegungsfest zu machen. Es empfiehlt sich im allgemeinen, die Kuppeln mit wenigen Sparren zu konstruieren und die gewünschte Form durch Zwischensysteme (am besten mit den Fetten zusammenliegend) zu erzielen. Das System wird dadurch übersichtlicher und auch für die Ausführung vorteilhafter.

Was die eigentlichen Hallensysteme anlangt, so ist man dabei in noch höherem Mafse als sonst von der architektonischen Form abhängig. Die Hauptbinder werden als zwei- oder dreigelenkige Bögen ausgeführt; ersteres ist der Einfachheit halber vorzuziehen, der Einflufs von Temperaturänderungen usw. ist immer klein. Sind mehrere Hallen nebeneinander angeordnet, so ist es zweckmäfsig, die Binder der gröfseren für sich stabil zu machen und die kleineren daran zu stützen; die Verbindung kann im allgemeinen gelenkig (Federblattgelenk o. dgl.) gemacht werden; es würde aber wenig an dem Verlauf der Kräfte ändern, sie biegungsfest anzuschliefsen, wodurch eine gröfsere Steifigkeit erzielt werden könnte.

Der Windverband wird in der Ebene der Dachdeckung angeordnet; mindestens in einem Feld jeder

Längswand wäre ein Kreuz erforderlich, was meistens aus ästhetischen Rücksichten nicht zulässig ist; je nach der Form der Binderfüſse wird man die eine oder die andere der auf S. 552 angegebenen Lösungen anwenden.

Die Endbinder tragen die Schürze, die am unteren Rand durch einen horizontalen Träger gegen den Winddruck auszusteifen ist. Wird dieser Träger mit dem Binder beiderseits fest verbunden, so bildet er ein Zugband, wodurch das System zweifach statisch unbestimmt wird und zwar (besonders bei sehr hohen Bindern, wo das Band verhältnismäſsig tief liegt) beeinflussen sich gegenseitig die beiden statisch nicht bestimmbaren Gröſsen (Kraft in dem Zugband und Horizontalschub am Auflager) ziemlich stark, so daſs zur Bestimmung derselben eine sorgfältige Berechnung erforderlich ist, und ein groſser Spielraum für eventuelle Fehler in der Aufstellung gelassen werden muſs. Die Einschaltung eines Gelenkes im Scheitel ändert an diesem Zustande nur wenig. Um die Schwierigkeit zu umgehen, hat man den Windträger auf einer Seite beweglich angeschlossen oder einen Fuſs des Binders auf ein Rollenlager gestellt (wenig zu empfehlen wegen der starken Beanspruchung des einen und der Nachgiebigkeit des anderen Binderfuſses) oder schlieſslich den Windträger ganz weggelassen und die Schürze durch besondere Glieder (etwa viertelkreisförmig) gegen den nächsten Binder abgesteift, wobei der untere Stab der Schürze sehr leicht sein kann und auf einer Seite beweglich gestützt wird.

Querhallen werden am besten entweder so niedrig gebaut, daſs sie das Hauptdach da schneiden, wo es nur schwach gekrümmt ist, oder ebenso hoch wie dieses, damit der Schnitt auf einer ebenen Kurve geschieht (man hat mitunter diesen Umstand auſser acht gelassen und zum Anschluſs doppeltgekrümmte Träger gebaut, die erhebliche konstruktive Schwierigkeiten bieten).

101. Linienführung der Gurtungen.

Bei Bauwerken mit krummen Gurtungen, wie sie bei gröfseren Brücken, Hallenbindern u. dgl. vorkommen, ist es angenehm und praktisch, die Kurve nach einem bestimmten Gesetz zu bilden, um zu einer möglichst gefälligen, stetigen Linie zu gelangen und hauptsächlich, um die einzelnen Punkte durch Rechnung mit der gewünschten Genauigkeit feststellen zu können. Für gebrochene Gurtungen empfiehlt es sich aus denselben Gründen, sie als in einer regelmäfsigen Kurve eingeschriebene Polygone auszuführen.

Der Kreisbogen wird oft als Grundlinie für flache Bogenbrücken gewählt, da er in diesem Falle entschieden eleganter als eine Parabel aussieht; dagegen ist für stark überhöhte Bögen die letztere günstiger. In mittleren Fällen kann ein Ellipsenbogen eine schönere Lösung liefern; die Kurve wird in diesem Fall freihändig nach Gutdünken gezeichnet und nach einem der auf Seite 29 angegebenen Verfahren die Ellipse konstruiert.

Für Fachwerkträger, deren Höhe an den Enden nicht gleich Null ist, gibt eine Parabel die geeignete Gurtform.

Für lange Auslegerbrücken empfiehlt Müller-Breslau ein Seilpolygon für eine nach den Kämpfern hin zunehmende Last. Durch alle Punkte, die man bestimmen will, legt man eine Vertikale und fafst sie als Wirkungslinie einer Last auf. Die Lasten sind vollständig willkürlich, nur müssen sie nach den Kämpfern hin regelmäfsig zunehmen; dabei lassen sich mit Vorteil die Differenzen benutzen (Seite 19). Man kann eventuell in der Mitte eine Reihe gleich grofser Lasten annehmen, an welche sich die zunehmenden anschliefsen; die entstehende Unstetigkeit ist im allgemeinen unwesentlich. Zu diesen Lasten rechnet oder zeichnet man das Seilpolygon mit solcher Polweite, dafs die gewünschte Pfeilhöhe entsteht. Diese Konstruktion ist besonders für

hängende Gurtungen zu empfehlen, wo sie sehr gefällige Linien liefert.

Die Linienführung ist hauptsächlich Geschmackssache; man soll jedoch in der Regel plötzliche Übergänge von einer Kurve in eine andere vermeiden, noch mehr den Übergang von einer Kurve in eine Gerade. In letzterem Fall kann eine Hyperbel gute Dienste leisten, nötigenfalls eine solche höheren Grades, deren Gleichung auf die Asymptoten bezogen ist: $x^m y^n = C$. Die Exponenten m und n sind durch Versuche zu bestimmen. Zur Anfertigung der Werkstattszeichnungen wird oft die Kurve durch Kreisbögen ersetzt; es genügt meist, durch je drei aufeinanderfolgende Punkte einen Kreis zu legen; den Halbmesser bestimmt man nach der Formel $R = \frac{a b c}{4 F}$, wo a, b und c die Seiten des Dreiecks sind und F dessen Fläche bedeuten. Es genügt fast immer, die nötigen Maſse aus der Zeichnung abzugreifen. Man nehme die Halbmesser lieber zu groſs als zu klein!

102. Windverbände.

Die Windverbände haben den Zweck, das Bauwerk zu versteifen und widerstandsfähig gegen wagerechte Kräfte zu machen.

In jedem Bauwerk finden wir zunächst einen Hauptwindverband, der sich über die ganze Länge erstreckt und die Kräfte nach den Lagern führt. Derselbe wird am zweckmäſsigsten dort angeordnet, wo die gröſsten Horizontalkräfte angreifen; jeder Punkt des Bauwerkes, auf den eine Horizontalkraft übertragen werden kann, muſs mit dem Hauptwindverband verbunden werden.

Bei gröſseren Brücken hat man vielfach zwei durchgehende Windverbände; der wichtigste ist der in Höhe der Fahrbahn angeordnete; der andere hat viel geringere

Kräfte aufzunehmen. Viel seltener findet man drei durchgehende Windverbände.

Ob es vorteilhafter ist, eine Reihe von Querversteifungen oder mehrere durchgehende Windverbände anzuordnen, mufs in jedem einzelnen Falle entschieden werden.

Das Netz ist so einfach wie möglich zu halten; Zwischensysteme kommen vielfach zur Anwendung. Statische Unbestimmtheiten sowohl in dem ganzen System wie in den Einzelheiten werden meistens umgangen, obwohl dadurch das ganze Bauwerk steifer, wenn auch oft etwas schwerer werden würde. Z. B. für die Querverbindungen bei Brücken genügen theoretisch zwei Kreuzdiagonalen; wesentlich besser ist es aber, dazu noch einen unteren Riegel anzuordnen (wie bei den meisten Ausführungen). Man soll sich aber nicht lediglich aus Rücksichten der Symmetrie dazu verleiten lassen, unnötige Glieder einzuschalten.

Ihrer Natur nach können die meisten horizontalen Kräfte in verschiedenen Richtungen wirken (eine Ausnahme macht die Zentrifugalkraft bei Brücken in Kurven), so dafs im allgemeinen alle Glieder des Windverbandes auf Zug und Druck zu berechnen sind. Um die Notwendigkeit sehr langer knicksicherer Glieder zu vermeiden, macht man von Gegendiagonalen ausgiebigen Gebrauch.

Der Hauptwindverband wird zweckmäfsig so angeordnet, dafs bereits vorhandene Konstruktionsteile als dessen Glieder benutzt werden. Bei Gebäuden käme mitunter zu diesem Zwecke auch die Mauerwand in Betracht; alsdann ist darauf zu achten, dafs die an jedem Knotenpunkte eintretende neue Gurtkraft wirklich aufgenommen werden kann. Für die Behandlung dieses Falles siehe Seite 205.

Von den Füllungsgliedern sind im allgemeinen einige vorhanden, indem die Querträger o. dgl. als Riegel benutzt werden können. Bei passender Feldform wird ein einfaches System von Diagonalen am zweck-

mäſsigsten sein. Sind die Längen derselben nicht allzugroſs, so empfiehlt es sich, sie knicksicher zu machen. Bei beschränkter Konstruktionshöhe dagegen, wie bei sehr langen Diagonalen, verwendet man fast immer Gegendiagonalen. Die Vorschrift des preuſs. Eisenbahnministeriums[1]) macht die sonst nicht zu empfehlende Anwendung von Flacheisen mitunter vorteilhaft.

Sehr geeignet für Windverbände, besonders bei langen und schmalen Feldern ist das System mit halben Diagonalen, bei welchem sowohl die Knicklänge der Diagonalen wie die der Riegel wesentlich verkleinert wird. Theoretisch sind zwar schlaffe Diagonalen und Gegendiagonalen (nötigenfalls über zwei Felder) vorteilhafter, vorausgesetzt daſs die Riegel an und für sich steif genug sind, ein Fall, der z. B. bei einem Windverband in Höhe der Fahrbahn vorliegt, wo die Querträger dazu benutzt werden. Muſs man dagegen, wie beim oberen Verband einer Brücke mit Bahn unten, besondere Riegel konstruieren, so sind die Halbdiagonalen zu empfehlen.

Die Auflagerung der Windverbände muſs ebenso untersucht werden wie die jedes anderen Tragwerkes. Bei Gebäuden benutzt man dazu die Giebelwände; bei Brücken mit Fahrbahn oben ist die Anordnung von Kreuzen in den Endrahmen möglich. Liegt die Bahn am Untergurt, so ist man gezwungen, steife Portale zu konstruieren, um die Kräfte herunterzuführen; ebenso wenn der Verband nur den mittleren Teil der Brücke faſst.

Die amerikanische Anordnung eines schrägen Portals ist wegen der konstruktiven Schwierigkeiten nicht zu empfehlen.

---

[1]) »Die Windverbände sind, soweit angängig, aus steifen Stäben zu bilden. Für solche Fälle genügt der Nachweis einer nur zweifachen Knicksicherheit, wenn sie paarweise angeordnet und so bemessen und angeschlossen sind, daſs der auf Zug beanspruchte Stab beim etwaigen Ausbiegen des Gegenstabes die zu übertragende Kraft allein aufnehmen kann.« Erlaſs vom 1. Mai 1903.

Hat man sich für die Anordnung eines einzigen durchgehenden Windverbandes nebst einer Reihe von Querversteifungen entschlossen, so ist noch auf die dadurch entstehende Mehrbelastung der Hauptträger Rücksicht zu nehmen. Das Gleiche gilt für den Fall, daſs ein steifes Portal nicht gerade am Ende der Brücke aufgestellt ist.

Windverbände, welche nicht in einer Ebene, sondern in einer krummen Fläche liegen, müssen als räumliche Fachwerke betrachtet werden; sie geben immer eine Zusatzbelastung der mit ihnen verbundenen Tragwand.

Es sei noch erwähnt, daſs bei Brücken die Windverbände infolge der Durchbiegung des Tragwerkes unter dem Eigengewicht von vornherein eine Beanspruchung erfahren. Was den unteren Windverband anbelangt, so wird sich derselbe etwas verlängern, die Diagonalen somit alle Zugspannungen, die Riegel Druckspannungen erhalten. Bei dem oberen Windverbande haben umgekehrt alle Diagonalen infolge der Verkürzung der Gurtungen einen Druck aufzunehmen, d. h. wenn sie schlaff sind, biegen sie sich durch und kommen erst zur Wirkung, wenn das ganze Bauwerk soviel nachgegeben hat, daſs eine Schar von Zugdiagonalen wieder gespannt wird. Sind die Diagonalen steif, so entstehen in ihnen Spannungen, welche nach der Verkürzung der Gurtungen berechnet werden können. Bezeichnet man mit a die Länge eines Gurtstabes, mit d diejenige einer Diagonale, und vernachlässigt die Längenänderung der Riegel, so ergibt sich: $\frac{\Delta d}{\Delta a} = \frac{a}{d}$. Führt man die Spannungen ein, so ist: $\Delta a = \frac{a \cdot \sigma_a}{E}$ und $\Delta d = \frac{d \cdot \sigma_d}{E}$, also $\frac{\Delta d}{\Delta a} = \frac{d \cdot \sigma_d}{a \cdot \sigma_a}$ oder $\sigma_d = \sigma_a \frac{a^2}{d^2}$.

Hieraus ist zu ersehen, daſs die durch das Eigengewicht des Bauwerkes in den Diagonalen des Wind-

verbandes verursachten Spannungen nicht so ganz unerheblich sind. So übernimmt der Windverband einen Teil der Gurtkräfte; man hat also mit einem vielfach statisch unbestimmten räumlichen Fachwerk zu tun.

Für die Praxis empfiehlt es sich, die Windverbände erst dann fest anzuschliefsen, wenn die Brücke frei vom Gerüst sich selbst trägt, oder besser, auch mit einem Teil der Verkehrslast belastet ist. Ganz schlaffe Diagonalen sind auf alle Fälle zu vermeiden.

Für die Beanspruchung des Materials ist bei Windverbänden eine höhere Grenze üblich und zulässig, als bei anderen Konstruktionsteilen; auch schliefst man die Stäbe zum Teil exzentrisch an, ohne Innehaltung der theoretischen Systemlinien. Dadurch entstehen naturgemäfs Nebenspannungen, die nicht selten zur Überschreitung der Elastizitätsgrenze führen.

Dieser Übelstand ist insofern nicht allzu grofs, weil man mit Kräften rechnet, die nur äufserst selten oder überhaupt nicht eintreten und eine bleibende Formänderung nicht ohne weiteres gefährlich ist. Es wäre jedoch richtiger, nur die wahrscheinlichen Kräfte einzuführen und dann mit der Beanspruchung des Materials einschliefslich aller Nebenspannungen über eine gewisse Grenze nicht hinauszugehen.

103. Allgemeine Regeln für statische Berechnungen.

a) Man behandle immer jede Belastung für sich und erst am Schlufs addiere man die Resultate.

b) Man sammle möglichst die Ergebnisse in Tabellen, wo der Reihe nach alles eingetragen wird: die durch die einzelnen Belastungen hervorgerufenen Kräfte, dann die Summe der Kräfte bei Normalbelastung und unter Berücksichtigung aller Belastungen; die mafsgebenden Zahlen werden unterstrichen. Es folgen: erforderliche Eisenfläche und eventuell Trägheitsmoment,

gewähltes Profil, Spannung bei Normalbelastung und bei Berücksichtigung aller Kräfte, Anzahl der Anschlufsniete, deren Beanspruchung auf Abscherung und auf Lochleibungsdruck.

c) Bei keiner Zahl darf die Bezeichnung der Dimensionen fehlen; z. B. bei Momenten **t/m** oder **t/cm**, bei Widerstandsmomenten **cm**^{3} oder **m**^{3}, bei Spannungen **t/cm**^{2} oder **kg/cm**^{2}, bei Winkeln **Grad** oder **Bogenmafs** usw.

d) Je knapper der Text desto besser. Längere Erörterungen sollen ganz getrennt von der eigentlichen Berechnung bleiben.

e) Wenn nicht ausdrücklich eine genaue Ermittelung aller Zahlen verlangt wird, beschränke man sich auf den Gebrauch des Rechenschiebers und gebe das Resultat in einer Form an, die sofort erkennen läfst, wie grofs die Annäherung ist; z. B.

$$\sigma = 1{,}12 \text{ t/cm}^2 \text{ oder: } P = 2130 \text{ t}.$$

Sollte auch die letzte Stelle unsicher sein, so genügt dieser Grad der Genauigkeit fast immer, auch bei der Berechnung statisch unbestimmter Systeme. Bei der Unsicherheit der zugrunde gelegten Annahmen ist eine gröfsere Genauigkeit zwecklos. Es darf übrigens nicht vergessen werden, dafs die ganze Statik auf mathematische Genauigkeit keinen Anspruch machen kann.

f) Sehr grofse und sehr kleine Zahlen sind unübersichtlich und verursachen leicht Fehler; man wähle daher die Einheiten dementsprechend. Es trägt viel zur Übersichtlichkeit bei, gewöhnliche Brüche statt Dezimalbrüche anzuwenden; so ist z. B. die Bezeichnung $\Delta l = l/_{2200}$ klarer als $\Delta l = 0{,}00045\ l$.

g) Man vermeide als Regel irgendwelche Gröfsen aus der Differenz zweier sehr grofser Zahlen, oder aus dem Verhältnis zweier sehr kleiner, oder aus dem Produkt einer sehr grofsen mit einer sehr kleinen zu bestimmen. Aufgaben, welche auf solche Fälle führen (wie z. B. die Untersuchung eines Bogens mit festen Kämpfergelenken und elastischem Zugband) sind mit der gröfsten Vor-

sicht zu behandeln; am besten ändert man entsprechend das Grundsystem.

h) Bei allen statischen Untersuchungen stelle man sich die Frage, ob die Berechnungsart der Wirklichkeit entspricht, und was die Folgen eventueller Abweichungen sein können (z. B. bei der Berechnung versenkter Längsträger bei Brücken als unterbrochene oder als durchgehende Träger).

i) Man verfolge jede Kraft von ihrem Entstehen bis auf die Fundamentsohle.

k) Man vergesse niemals, dafs alle Bauwerke in der Tat räumlich sind. Man sorge also für Knicksicherheit bzw. für Sicherung gegen Windschiefwerden ebener Systeme.

l) Man vernachlässige nicht ohne weiteres gewisse Einflüsse (wie z. B. das Eigengewicht langer wagerechter Stäbe), sondern überzeuge sich durch eine angenäherte Berechnung, dafs die gemachten Annahmen zulässig sind.

m) Man versäume niemals, die elastischen Formänderungen zu untersuchen, sei es auch auf grund roh angenäherter Formeln.

n) Ein Bauwerk wird zum Tragen gebaut, nicht um statisch untersucht zu werden. Man lasse sich also niemals dazu verleiten, Änderungen einzuführen, lediglich um die Berechnung zu erleichtern.

104. Dimensionierung.

1. Allgemeine Regeln.

a) Die einfachste Bauart ist die beste.

b) Für die Kosten des Bauwerkes ist nicht das Gewicht allein mafsgebend. Kann man z. B. mit Walzprofilen auskommen, so sind diese besser als zusammengestellte Glieder, wenn sie auch schwerer und nicht immer billiger sind.

c) Eine sehr genaue Übereinstimmung der gewählten mit den theoretischen Querschnitten ist nicht nötig;

sogar kleine Überschreitungen der zulässigen Spannung (etwa 2—3 %) sind unbedenklich.[1])

d) Man vermeide, Profile von sehr verschiedenen Stärken zusammenzuheften.

e) Man vermeide schroffe Übergänge von schmalen zu breiten Profilen.

f) Man suche im allgemeinen das Material zu spreizen; die dünneren Winkeleisen sind den dicken vorzuziehen, Vorprofile sind unvorteilhaft usw.

g) Man vermeide womöglich, den einen Flansch eines Profiles beim Anschlufs abzuschneiden, denn bei nicht sorgfältiger Arbeit entstehen leicht Risse in dem bleibenden Teil.

2. Übliche Querschnitte.

A. Querschnitte für einfache Wände.

a) Flacheisen. Im Hochbau ohne Bedenken anwendbar, im Brückenbau nur für sekundäre Glieder brauchbar. Der Anschlufs ist meistens exzentrisch, jedoch ist bei der starken Nachgiebigkeit der Flacheisen im Vergleich mit den steifen Hauptgliedern dieser Umstand belanglos.

b) Einfache Winkeleisen. Als Zug- und Druckglieder für Windverbände u. dgl. gut geeignet. Grenze der Querschnittsfläche etwa 52 cm², jedoch nur bis etwa 20 cm² vorteilhaft. Es empfiehlt sich, beide Schenkel anzuschliefsen, wobei (wenn die anschliefsenden Glieder sehr steif sind) auf eine Einspannung der Enden gerechnet werden darf. Gilt der Anschlufs als gelenkig, so ist die Nebenspannung infolge der Exzentrizität ungefähr ebensogrofs wie die Hauptspannung.

c) Zwei Winkel über Kreuz ┐└. Grenzen etwa 12 bis 104 cm². Die Winkel werden durch Querbleche mit zwei Nieten auf jeder Seite miteinander verbunden.

---

1) Sie werden aber von den revidierenden Behörden nicht immer zugelassen.

Sehr vorteilhaftes Profil. Zur Aufhebung des Momentes infolge des exzentrischen Anschlusses mufs das erste Verbindungsblech dicht beim Knotenblech angeordnet werden. Für Gurtungen gut zu verwenden (eventuell im Anschlufs an Profil *d*), denn die Stöfse gestalten sich sehr einfach, indem man die neuen Winkel in den von den alten frei gelassenen Vierteln anordnet.

Dieser Querschnitt kann durch eine dazwischen liegende Lamelle verstärkt werden. Obere Grenze etwa 140 cm^2. Zum Anschlufs wird die Lamelle stumpf bis auf das Knotenblech geführt. Die Winkel gehen weiter und werden mit Hilfswinkeln angeschlossen, die zugleich den Lamellenstofs decken. Um in beiden Richtungen gleiche Knicksicherheit zu erhalten, müssen in diesem Fall die Schenkel der Winkeleisen etwa im Verhältnis 3 : 4 stehen.

d) Zusammengesetzter Kreuzquerschnitt. Erfordert viel Nietarbeit, bietet Schwierigkeiten bei den Anschlüssen, macht unter Umständen lange durchgehende Futterungen nötig. Das Profil ist mitunter vorteilhaft für lange Druckglieder, bei denen es nicht erforderlich ist, den ganzen Querschnitt anzuschliefsen.

e) Einfache ⊏-Eisen. Dieselben werden für Zugglieder besonders im Hochbau oft angewendet. Der Anschlufs ist meistens exzentrisch; kann man auf eine Einspannung nicht rechnen, so entstehen Nebenspannungen von etwa 90 % der Hauptspannung; bei der geringen Steifigkeit des Profils ist dieser Umstand nicht sehr schwerwiegend (vgl. S. 448). Obere Grenze der nutzbaren Fläche etwa 63 cm^2 (bei Anwendung von Vorprofilen). Oft wird der Steg durch ein Flacheisen verstärkt, wodurch die nutzbare Fläche auf etwa 110 cm^2 gebracht wird.

f) Zusammengesetzte ⊥-Querschnitte. Praktische Grenze der nutzbaren Fläche etwa 500 cm^2 (Ausführungen bis 900 cm^2 und darüber sind vorhanden, doch Nachahmung nicht zu empfehlen). Es ist dies der

meistens gebräuchliche Querschnitt für die Gurtungen kleinerer Brücken. Man achte darauf, dafs bei der Verstärkung durch Lamellen der Schwerpunkt in gleicher Höhe bleibt, was durch einen höheren Steg erreicht werden kann. Meistens wird der Steg bei jedem Knotenblech unterbrochen und besonders angeschlossen.

B. Querschnitte für doppelte Wände.

a) H-Querschnitt, aus einem Grey-Träger bestehend. Grenze etwa 200 cm². Kleine Änderung der Fläche möglich.

b) H-Querschnitt aus zwei Stehblechen und einem wagrechten Verbindungsblech nebst Winkeleisen bestehend. Keine grofse Änderung der Fläche möglich.

c) Zwei [-Eisen, vergittert. Sehr brauchbares Profil sowohl für Zug- wie für Druckstäbe. Durch Verstärkung des Steges wird die nutzbare Fläche 200 cm² und darüber.

d) Doppelter ⊤-Querschnitt ⊤⊤. Sehr oft verwendete Form; meistens für den Obergurt mit durchgehenden breiten Lamellen, für den Untergurt in zwei Teile geteilt, um Wassersäcke zu vermeiden.

e) Doppelter [-Querschnitt, aus zwei parallelen Stehblechen bestehend, jedes durch Winkeleisen und Lamellen verstärkt. Sehr oft werden im Obergurt die beiden Teile durch breite Lamellen verbunden (Kastenquerschnitt). Dieser Querschnitt ist der am besten geeignete für sehr grofse Brücken; es empfiehlt sich, mehr die Stege als die Kopflamellen zu verändern.

C. Querschnitte für Säulen.

Aufser der unter a, b und c für doppelte Wände erwähnten, findet man oft folgende Querschnitte.

a) Zwei [-Eisen in gewisser Entfernung voneinander durch breite, durchgehende Lamellen verbunden.

b) Vier Quadranteisen, mit oder ohne Zwischeneinlagen (Flacheisen).[1])

[1]) Unangenehm ist der Umstand, dafs die Quadranteisen meistens windschief geliefert werden und sich nicht leicht richten lassen.

c) Zwei Belageisen, mit oder ohne Zwischeneinlage.

Diese drei Formen haben den gemeinschaftlichen Nachteil, dafs man das Innere nicht anstreichen kann; nur die erste ermöglicht eine gute Fufs- und Kopfbildung.

d) H-förmige Querschnitte bestehen aus:

1 Grey-Profil;
2 [-Eisen und einem I-Eisen;
4 ┐_-Eisen auf einem querliegenden Flacheisen befestigt;
3 I-Eisen;
3 breite Flacheisen, das eine querliegend und mit dem anderen durch Winkeleisen verbunden, die beiden anderen durch Winkel verstärkt.

Alle diese Querschnitte sind gut brauchbar; bei der dritten und der letzten Form ist es ratsam, die frei stehenden Flansche durch eine leichte Vergitterung (aus Flacheisen) miteinander zu verbinden, um die Säule torsionsfest zu machen; noch besser ist die Versteifung durch regelrecht angeschlossene Querwände. Durch Hinzufügung von Flacheisen kann man die nutzbare Fläche nach Bedarf vergröfsern.

3. Wahl der Querschnittsform.

Aufser den Festigkeitsrücksichten sind noch folgende Punkte zu beachten:

a) Alle Teile des Gliedes müssen zur Erneuerung des Anstriches und zum eventuellen Ersatz fehlerhafter Niete gut zugänglich sein.

b) Die Anschlüsse müssen möglichst einfach sein.

c) Die Knotenpunkte müssen von allen Seiten gut zugänglich sein, auch wenn viele Stäbe zusammenlaufen.

d) Die Gurtquerschnitte müssen eine Veränderung der Nutzfläche gestatten und dürfen für die Anordnung der Stöfse keine Schwierigkeit bieten. Deshalb nehme man nur ausnahmsweise mehr als drei Lamellen und wähle

für dieselben die gleiche (oder kleinere) Stärke der Winkeleisen.

e) Eine gute Verteilung der Spannungen muſs immer möglich sein. So sind z. B. einfache ⊤-Querschnitte mit sehr breiten Lamellen nicht zu empfehlen. Die Lamellen sollten womöglich nicht mehr als 1 cm über die Winkeleisen hervortreten; sind sie wesentlich breiter, so kann man darauf einen Winkel, nicht aber ein schmales Flacheisen anschlieſsen.

f) Die Entwässerung muſs immer gesichert sein. Bei einem Parallelträger ist z. B. der H-förmige Querschnitt für die Gurtungen unzweckmäſsig. Es soll womöglich vermieden werden, daſs Fugen, welche eventuell klaffen können, Wassersäcke bilden.

g) Einfache Wände sind in Vergleich mit doppelten billiger herzustellen und leichter zugänglich zum Anstreichen und Beaufsichtigen, dabei aber nicht in gleichem Maſs steif; namentlich die Knicksicherheit ist nur mit viel gröſserem Materialaufwand zu erreichen.

105. Gewichtsberechnungen.

Liegen die vollständigen Zeichnungen eines Bauwerkes vor, so bietet es keine Schwierigkeit, das Gewicht genau zu berechnen. Dazu kommen folgende Zuschläge:

$^2/_3$ % als Differenz des Gewichtes von Schweiſseisen und Fluſseisen (die Tabellen geben meistens das erste, in diesem Buch aber das zweite);

etwa 2 % wegen der unvermeidlichen Abweichungen in den Stärken der verschiedenen Profile;

für Nietköpfe:

1,5 % für Trägerroste aus Walzeisen,
2,5—3,5 % für Blechträger,
2—2,5 % für Gitterträger,
0,4 % für vergitterte Stäbe,
1 % für Windverbände.

Hiernach ergibt sich ein Gesamtzuschlag von ∾ 5 %.

Zur Berechnung merke man sich noch:

Die Verzinkung glatter Bleche auf beiden Seiten wiegt 1 kg/m².

Riffelblech wiegt 4,5 bis 5 kg/m² mehr als glattes Blech.

Ein einmaliger Anstrich mit Eisenmennig wiegt etwa 0,1 kg/m²; man kann also ungefähr $\frac{1,4}{\delta}$ kg Farbe für jede Tonne der Eisenkonstruktion rechnen, wo δ die mittlere Stärke des Eisens in cm bedeutet. Für Bleimennigfarbe rechnet man 50 % mehr.

Für Gewichtsberechnungen auf grund einer vollständigen Dimensionierung und der geometrischen Stablängen kann man folgendes annehmen.

Bei vollwandigen Trägern rechnet man in % des ganzen Trägergewichtes für die Decklaschen der Wandstöfse:

1,5 %	bei	10	m	Länge
2,0 %	»	15	»	»
2,5 %	»	20	»	»
3,5 %	»	25	»	»
5,0 %	»	30	»	»

Für die Deckung der Stöfse der Winkeleisen 1,3 %, wenn die Länge 14 m oder darüber beträgt.

Für die Deckung der Lamellenstöfse:

0,4 %	bei	18	m	Länge	
1,4 »	»	25	»	»	
2,4 »	»	30	»	»	und darüber.

Für die Versteifungswinkel, wenn sie nicht mit den Anschlüssen anderer Glieder gerechnet werden:

20 % bei Trägern mit sehr leichten Gurtungen:
10 » » » » » schweren »

Für eine Endversteifung das Gewicht der sonstigen Versteifungen auf 1 m Länge reduziert.

Für Fachwerkträger nimmt man an, dafs die Gurtungen um $30 + \frac{L}{20}$ cm (L in m) länger als die geometrische Linie sind; diese Zuschlagslänge wird für den stärksten Gurtquerschnitt gerechnet. Zur Deckung der Stöfse schlägt man 4,5 bis 6,5 % des Gurtgewichtes zu, je nachdem die Entfernung der Stöfse 9 bis 6 m beträgt. Für die Füllungsglieder rechnet man das Gewicht nach der geometrischen Länge; je nachdem sie 9 bis 4 m beträgt, schlägt man 18—30 % hinzu für die Knotenbleche.

Für die Anschlüsse der Querträger rechnet man etwa 20—30 % ihres Gewichtes, je nachdem die Länge 10 bis 5 m beträgt.

Die Anschlüsse der Längsträger machen etwa 20 % ihres Gewichtes aus bei Anschlüssen an glatten Wänden, 30 %, wenn Futterstücke nötig sind. Für die Unterbrechungen durch die Querträger kann man 2 % abziehen, für die Ausklinkungen 5—8 %.

Vergitterte Stäbe erfordern für die Vergitterung auf 2 Seiten etwa

11 kg/m bei Anwendung von ∟ 60 · 30 · 5;
15 » » » » Flacheisen 60 · 10 (einfaches System);
21 kg/m bei Anwendung von Flacheisen 60 · 10 (doppeltes System).

Die Verbindung mit Querplatten wiegt 4—7 kg/m je nach den Profilen, aus welchen der Stab besteht, ihrem Abstand usw.

Die Knotenbleche des Windverbandes wiegen etwa 30 % der Stäbe, deren Gewicht nach der geometrischen Länge zu rechnen ist.

Diese Angaben beziehen sich hauptsächlich auf Brückenbauten, sie sind aber, sinngemäfs geändert, auch für Hochbauten anwendbar.

Für überschlägliche Berechnungen, die man auf grund des geometrischen Netzes und einer rohen Er-

mittelung einiger Kräfte bzw. Momente durchführt, können folgende Angaben nützlich sein.

Das Gewicht eines vollwandigen Trägers ist mit genügender Annäherung $g = \frac{1}{3}\left(\delta\, h + 7\,\frac{W}{h}\right)$ kg/m bis auf 1 m Höhe, $g = 0{,}45\,\delta\, h + 2\,\frac{W}{h}$ für höhere Träger. Das erforderliche Widerstandsmoment wird nach dem vollen Biegungsmoment gerechnet, wenn auf eine Abstufung des Widerstandsmomentes nicht zu rechnen ist, sonst, im besten Falle, auf 75 $^0/_0$ davon. Werden die Versteifungen nicht als Anschlüsse von Querträgern gerechnet, so schlägt man dafür etwa 30 $^0/_0$ zu. Die theoretische Länge des Trägers wird für die Gewichtsberechnung um 40—50 cm gröfser angenommen. Für Nietköpfe, Stöfse usw. siehe oben.

Für Fachwerke führen wir den Konstruktionskoeffizienten φ ein.

Gurtungen. Bei ganz leichten Bauwerken $\varphi = 2{,}5$, bei schweren $\varphi = 1{,}5$. Zur geometrischen Länge des ganzen Bauwerkes schlägt man 40—50 cm zu. Den erforderlichen Querschnitt ermittelt man auf grund der gröfsten Gurtkraft, wenn keine Änderungen im Profil anzunehmen sind, sonst auf 70—80 $^0/_0$ desselben, je nach der Feinheit der Abstufung. Für gezogene Gitterstäbe: $\varphi = 1{,}5$, für gedrückte $\varphi = 2{,}5$. Man rechnet immer auf geometrische Länge und schlägt für die Knotenbleche 30 $^0/_0$ zu. Bei Parallelträgern rechnet man die gröfste und die kleinste Kraft und nimmt einen mittleren Wert für alle Stäbe an; für Parabelträger rechnet man mit dem Wert der mittleren Diagonale. Für Nietköpfe, Vergitterungen usw. gilt das oben Gesagte.

Ähnliches für Windverbände.

Für vollwandige Querschnitte, welche auf Biegung und Druck beansprucht werden, rechne man das Gewicht nach der oben für niedrige Blechträger ange-

gebenen Formel und schlage noch hinzu das Gewicht der für die Normalkraft erforderlichen Eisenfläche.

Durchgehende Träger und Gerbersche Balken behandelt man wie einfache Träger mit der Spannweite 0,85 der wirklichen.

Dreieckträger betrachtet man für die Berechnung der Gurtungen als Parabelträger von halber Pfeilhöhe.

Ändert man aus irgend einem Grunde die Belastung eines Systems, so kann man annehmen, dafs das betreffende Gewicht um die Hälfte zu ändern ist (z. B. bei 20 % mehr Belastung wird das Gewicht um 10 % höher).

106. Bombierte Wellblechdächer.

Gewölbte Dächer aus Wellblech, ohne irgendwelche tragende Konstruktion, sind bis auf etwa 20 m Spannweite vorteilhaft, können aber bis auf 30 m und noch mehr ausgeführt werden. Sie sind, besonders für provisorische Bauten, gut zu verwenden.

Ein solches Dach, wenn auch nach einem Kreis gekrümmt, kann annäherungsweise als ein parabolischer Zweigelenkbogen mit Zugstange behandelt werden. Die Pfeilhöhe wird $l/_5$ bis $l/_7$ gewählt.

Für die Berechnung wird eine Last von 75 kg/m² Schnee angenommen (der Winddruck von 150 kg/m² gibt viel kleinere Beanspruchungen). Das Eigengewicht g beträgt bei l m Spannweite etwa $2\,l$ kg/m².

Das Profil des Wellbleches mufs so gewählt werden, dafs die Gesamtbeanspruchung die zulässige Grenze 1,20 t/cm² nicht überschreitet. Das gröfste Moment entsteht bei einseitiger Schneebelastung und ist für 1 m Breite (mit l in m) $M = \frac{12\,l^2}{100}$ tcm.

Der gröfste gleichzeitig eintretende Druck ist

$$D = \frac{75 + 4\,l}{1000} \cdot \frac{l^2}{16\,f} \text{ t.}$$

Die Tabellen für Wellblech liefern direkt das Widerstandsmoment W in cm³ für 1 m Breite; die Fläche ist mit genügender Annäherung $F = 2{,}2\ \delta$, wo δ die Blechstärke in mm bedeutet.

Es ist alsdann: $\sigma = \frac{M}{W} + \frac{D}{F}$.

Die Zugstangen werden in Entfernung von 3 bis 5 m voneinander angeordnet. Die gröſste Zugkraft ist $D' = \frac{150 + 4\,l}{1000} \cdot \frac{l^2}{16\,f}$ t/m; darnach rechnet man den nötigen Kerndurchmesser für 1,2 t/cm².

Die Zugstangen werden in Abständen von etwa 4 m durch dünne Rundeisen (16 mm) aufgehängt. Zur Unterstützung des Daches und zum Anschluſs der Zugstange dient ein ⊏-Eisen, das nach der Kraft D' t/m auf die Entfernung der Zugstangen als einfacher Träger mit gleichförmig verteilter Last gerechnet wird.

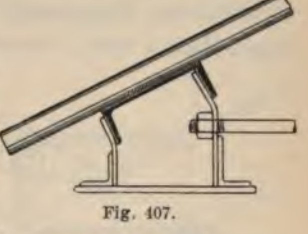


Fig. 407.

Fig. 407 zeigt die Auflagerung des ⊏-Eisens.

107. Treppen.

Es sollen hier nur leichte Treppen einfachster Bauart besprochen werden, wie sie bei Fabrikgebäuden u. dgl. zur Anwendung kommen.

Als Nutzlast wird 450 kg/qm angenommen (die Berliner Baupolizei schreibt 500 vor), als Eigengewicht 100 bis 150 kg/m².

Das Verhältnis $\frac{\text{Steigung}}{\text{Auftritt}}$ = Neigung schwankt zwischen $\frac{14}{34} = 0{,}41$ und $\frac{20}{25} = 0{,}80$. Als Mittelwert kann man $\frac{17}{31} = 0{,}55$ annehmen. Auf grund des Maſses

31 cm = Auftritt (Stufenbreite = 35 cm) erhält man für hölzerne Stufen mit $\sigma = 70$ kg/cm², bei einer Treppenbreite von l cm, die Stärke der Bretter: $h = \frac{l}{40}$. Hinzu kommt ein Zuschlag von etwa 1 cm für die Abnutzung.

Für eiserne Stufen aus Riffelblech, versteift durch ein Winkeleisen und an der Hinterkante durch ein Flacheisen, kann man die Beanspruchung 1,00 t/cm² und die Durchbiegung $l/_{600}$ zulassen. Mit Rücksicht auf die Beanspruchung ist dann: $l = 100 \sqrt{\frac{W}{2}}$, wegen der Durchbiegung: $l = 20 \sqrt[3]{21,5\,J}$.

Für die Treppenbreite 1,80 m, Stufen aus Riffelblech 350 · 4 mm, versteift durch einen Winkel 50 ·

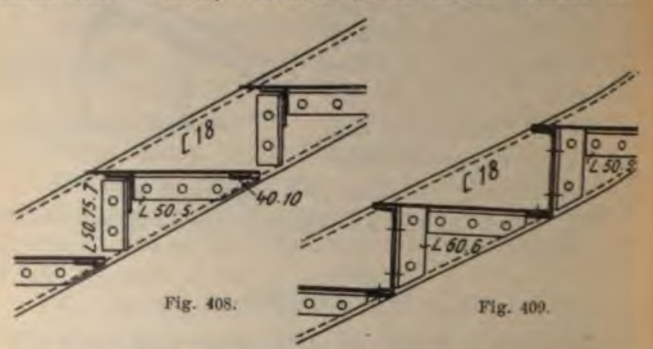


Fig. 408. Fig. 409.

50 · 5 und ein Flacheisen 40 · 10, ist das Eisengewicht 63 kg/m².

Für die Treppenbreite 3,00 m mit Stufen aus Riffelblech 350 · 5 mm, versteift durch einen Winkel 50 · 75 · 7 und ein Flacheisen 40 · 10 (Fig. 408), ist das Gewicht 80 kg/m².

Für 7,00 m Treppenbreite mit Stufen aus Riffelblech 350 · 5 gestützt auf ⊏-Eisen $\frac{180 \cdot 50}{8 \cdot 10}$ (auf einer Seite liegt das Blech auf dem oberen Flansch des ⊏-Eisens, auf der anderen ist es auf der Innenkante des

unteren Flansches befestigt, Fig. 409), beträgt das Gewicht 110 kg/m².

Diese Gewichte verstehen sich auf das m² Horizontalprojektion und schliefsen Anschlüsse an den Wangen, Wangen, Geländer usw. nicht ein.

Die Nietteilung und die Anschlüsse müssen in jedem Falle gerechnet werden, ebenso die Wangen. Das Gewicht der Anschlüsse an den Wangen beträgt für beide etwa 12 kg/m bei der Anordnung der Fig. 408 und 15 kg/m für die der Fig. 409 (Länge horizontal gemessen).

Die Anordnung der Stufen zwischen den Wangen erfordert für diese ⊏-Eisen von mindestens 18 cm Höhe. Sie ist vorteilhaft wegen der Einfachheit der Konstruktion, der Steifigkeit des Systems und der geringeren erforderlichen Konstruktionshöhe.

Die weniger empfehlenswerte Anordnung der Fig. 410 erfordert für die Anschlüsse an die Wangen ca. 21 kg/m Eisen.

80.10

Fig. 410.

Mitunter (besonders für Bahnhöfe) werden die Stufen mit niedrigen Holzwürfeln (ca. 4 cm hoch) oder mit einer Asphaltmasse gedeckt. Man kann etwa 40 kg/m² für die Deckung rechnen und 17 kg/m² für die Umsäumung des Bleches mit Winkeln 45 · 45 · 5.

Für jede der Wangen kann man das Eisengewicht

$g = \frac{a}{\sqrt{4\,a^2\,b + 114}}$ kg/m² setzen, wo a die Länge und b die Breite (in m) des von der Treppe gedeckten Raumes bedeuten.

108. Montagegerüste.

Die Gerüste zur Aufstellung von gröfseren Bauwerken werden meistens aus Holz angefertigt. Zum Entwurf sind folgende Grundsätze mafsgebend:

a) Es ist praktisch schwierig, einzelne Hölzer so zu verbinden, dafs grofse Zugkräfte mit Sicherheit übertragen werden; deshalb werden die Zugstäbe aus Rundeisen angefertigt, welche durch die zu verbindenden Teile durchgehen und mittels Mutter (mit Unterlagscheibe; Länge des Gewindes sehr reichlich bemessen!) angezogen werden. Bei den Druckstäben werden die Kräfte direkt übertragen.

   Man wählt am besten Systeme, deren meisten Glieder auf Druck beansprucht werden, z. B. lange Balken, gegen die Stützen durch fächerartig angeordnete Streben abgesteift.

b) Auf die Kontinuität einzelner Balken kann nur ausnahmsweise gerechnet werden.

c) Man wählt zweckmäfsig einfache Systeme, wo die Verteilung der Kräfte recht übersichtlich ist; hauptsächlich vermeidet man, Systeme anzuwenden, deren einzelne Stäbe bald auf Zug, bald auf Druck beansprucht werden.

   Die meistens gebräuchliche Form besteht aus einer Anzahl getrennter Tragjoche, am besten so konstruiert, dafs jedes für sich gegen seitliche Kräfte widerstandsfähig ist, und dafs die schwersten Lasten womöglich direkt durch die Stiele getragen werden. Die einzelnen Tragjoche werden durch Sprengwerke miteinander verbunden.

Mufs man eine gröfsere Öffnung freilassen, so empfiehlt es sich, diese mit einem eisernen Träger zu überbrücken.

Die Last P, die ein eingerammter Pfahl vom Gewicht Q mit einfacher Sicherheit tragen kann, ist:

$$P = \frac{h B^2 Q}{e (B + Q)^2},$$

wo B das Gewicht des Rammbären, h dessen Fallhöhe und e die Strecke, um welche der Pfahl beim letzten Schlag eingedrungen ist. In der Praxis werden die Pfähle höchstens mit $^1/_4 P$ belastet; besonders für Montagegerüste werden sie weniger stark eingetrieben, um sie leichter und unbeschädigt herausziehen zu können. Man rechnet meistens, dafs ein Pfahl von 30 cm Durchmesser mit 10 t belastet werden darf.

Für die einzelnen Teile des Gerüstes kann man die Beanspruchung von 90—100 kg/cm² zulassen, die Knicksicherheit 8-fach annehmen. Die eisernen Teile rechne man auf 0,8 t/cm². Für die Verstrebung sind geschlitzte Bretter nur bei nicht allzugrofser Höhe zulässig.

109. Zum Entwurf einer Eisenbahnbrücke.

1. Die Fahrbahn.

Wenn irgend möglich, ordnet man die Fahrbahn oben an. Die Konstruktion wird dadurch leichter, die Querversteifungen lassen sich besser anbringen und die Pfeiler werden niedriger. Es lohnt sich, um die Bahn oben zu halten, die Hauptträger niedriger zu machen (bis $l/_{12}$ und darunter), daher schwerer. Bogenbrücken würden oft diese Anordnung zulassen und andere Vorteile bieten, jedoch werden sie teurer wegen der erforderlichen festen Pfeiler.

Bei kleinen Spannweiten kann man die sogenannten Zwillingsträger anwenden, wo jede Schiene zwischen zwei Trägern liegt, die bis auf S. O. hoch sein dürfen; der lichte Raum zwischen den Flanschen mufs mindestens 20 cm betragen; die Schiene liegt auf einer hölzernen Längsschwelle. Für die Fufswege kann man selten Konsolen anordnen; man ist meistens auf be-

rücksichtigen sind. Bei Brücken mit Kiesbettung muſs man noch auf eine eventuelle Verschiebung des Gleises Rücksicht nehmen.

Bei unregelmäſsigen Brücken ist man mitunter gezwungen, die Hauptträger nicht parallel anzuordnen; man strebe alsdann darnach, die gröſstmögliche Anzahl von Anschlüssen rechtwinklig zu machen.

Mit Rücksicht auf die Auflagerung und auf den Bau der Pfeiler ist die wirkliche Länge der Hauptträger mindestens $L = 1{,}01 \cdot L' + 0{,}40$ m zu nehmen (L' = lichte Öffnung); dabei sei man nicht zu sparsam.

3. Das Bahngerippe.

Die nach der ziemlich allgemein gültigen Formel $d = 1{,}65 \sqrt{b}$ bestimmte günstigste Feldteilung braucht nicht genau innegehalten zu werden, denn Abweichungen bis auf 1 m haben keinen merklichen Einfluſs auf das Eisengewicht. Am besten berechnet man diese theoretische Teilung und wählt die praktische auf grund anderer Erwägungen nicht weit von der gefundenen.

Man suche womöglich mit Walzeisen auszukommen und das Material sowohl bei Querträgern wie bei Längsträgern gut auszunutzen.

Man vergesse nicht, daſs die Feldteilung bei Fachwerkträgern eine wichtige Rolle spielt. Die theoretisch günstigste Neigung der Diagonalen gegen die Horizontale ist bei Fachwerken mit Vertikalen etwa $35^0\,20'$, wenn dagegen im Hauptsystem keine Vertikalen sind, 45^0. Bei Abdeckung mit Buckelplatten, deren längste Seite etwa 2,00 m betragen kann, ist auch auf diesen Umstand Rücksicht zu nehmen, indem zur guten Ausnutzung des Materials eine Feldteilung von etwa 4 m (bzw. 6 m) die richtigste ist.

In zweifelhaften Fällen wähle man lieber eine gröſsere als eine kleinere Entfernung der Querträger. Bei leichter Bahn ist die Lage der Längsträger durch diejenige der

Gleise angegeben. Bei schwerer Bahn teilt man die Breite in zwei Felder für eingleisige und in vier für zweigleisige Brücken. Ist die Konstruktionshöhe nicht beschränkt, so nimmt man die Höhe der Querträger $b/_7 - b/_8$ und führt bei leichter Bahn die Längsträger oben darauf durch. Es sind dabei drei Anordnungen möglich: entweder unterbricht man sie bei jedem Querträger und verlascht nur den Steg, oder führt sie als wirkliche durchgehende Träger durch (Stöſse ungefähr auf $^1/_4$ der Spannweite), oder man macht sie als Gerbersche Balken (Gelenke ungefähr auf $^1/_4$ der Spannweite). Die letzte Anordnung erfordert das kleinste Eisengewicht; es ist aber nicht unbedenklich, Gelenke für Träger anzuwenden, welche der unmittelbaren Belastung und den Stöſsen ausgesetzt sind, besonders bei leichter Bahn; auch ist dabei die Quersteifigkeit eine sehr mangelhafte, trotz der gröſsten Sorgfalt in dem Entwurf und der Ausführung der Gelenke. Vor dieser Anordnung ist also dringend zu warnen.

Bei unregelmäſsigen Brücken hält man immer die einzelnen Felder so groſs wie möglich. Die Anschlüsse der Längs- mit den Querträgern macht man in der Regel rechtwinklig.

Die Breite der Fuſswege beträgt mindestens 0,60 m auſserhalb des Profiles, oft mehr; die kleinste zulässige Entfernung der Geländer voneinander ist (im Lichten) etwa 5,20 m für eingleisige, 8,70 für zweigleisige Brücken. Die Entfernung der Konsolen sei möglichst groſs, 4 m und darüber, wenn sie auch nur bei jeder zweiten oder dritten Versteifung bzw. Vertikale angeordnet werden sollen; man spart dabei Material und Arbeit, obwohl die besonderen Längsträger etwas schwerer werden. Die Geländerpfosten seien aber nicht mehr als 2 m voneinander entfernt.

Hat man so den Grundriſs seiner Brücke in den Einzelheiten festgelegt, so schreitet man zur Ausarbeitung des Aufrisses.

Bei der Wahl der Form der Hauptträger hat man eine gewisse Freiheit.

Parallelträger werden meistens bevorzugt, besonders für Brücken mit Bahn unten; es ist indes vorteilhafter, den Endpfosten wegzulassen und mit einer Druckdiagonale anzufangen (Trapezträger). Bei Bahn oben ist die erste Diagonale gezogen, die Anordnung ist indes nicht immer zu empfehlen, weil die Pfeiler unnötig hoch werden und die Lager zu dicht am Rande liegen müssen; mitunter macht man den Endpfosten um ein Geringes kürzer als die anderen um die Lager über Hochwasser zu halten. Die Diagonalen werden am besten abwechselnd nach rechts und nach links fallend angeordnet; bei Bahn unten sind meist alle Ständer erforderlich; bei Bahn oben nur die Hälfte.

Vorteilhafter sind Parabelträger und ähnliche Systeme. Am besten würde sich eine Form empfehlen, wo die beiden Gurtungen unter dem Winkel 35°—40° (tg = 1,2—1,4) zusammenlaufen und sich an einer Parabel anschließen, die in der Mitte die gewählte Höhe erreicht. Wer diese Form nicht mag, kann (allerdings mit einer gewissen Materialverschwendung) einen Halbparabelträger machen, wo der Endpfosten eine solche Höhe hat, daſs die letzte Diagonale unter einem Winkel von 35°—40° mit dem Gurt angeschlossen wird. Wechseldiagonalen sind hier auch am Platz.

S c h w e d l e r träger kommen nur noch selten zur Ausführung.

Bei groſsen Spannweiten (etwa von 40 m an) ist der Parabelträger nicht mehr vorteilhaft. Die meistens gewählte Form ist halbparabolisch; bei Bahn unten macht man den Endpfosten so hoch, daſs der obere Windverband noch durchgeführt werden kann (etwa 6,0 m). Mehrfache Fachwerke sind zu vermeiden, weil die Belastung der Gitterstäbe innerhalb weiter Grenzen schwankt, indem die Verkehrslast sich über die Brücke bewegt. Meistens ist eine steilere Anordnung der Dia-

gonalen die einfachste und beste Lösung; jedoch sind Zwischensysteme auch gut brauchbar.

Endlich ist die Form der Gurtungen zu wählen. Unter Hinweis auf S. 564 sei hier nur bemerkt, dafs man Beispiele hat, wo einfache Querschnitte (T- und kreuzförmig) noch für Träger von 70 m und darüber angewendet wurden, während andrerseits bei leichten Trägern von 20 m und noch weniger bereits doppelte Gurtungen vorkommen. Es ist vielleicht passend, erst von 30 m Spannweite an doppelte Querschnitte anzuwenden. Diese besitzen den Vorteil grofser Steifigkeit, gestatten aber keine sehr feine Abstufung in dem Flächeninhalt und erfordern im Vergleich mit einfachen Querschnitten mehr Material für die Anschlüsse der Gitterstäbe und der Windverbände und für die Verbindung der beiden Gurtteile unter sich.

Bei schiefen Brücken ist es zweckmäfsig, in dem mittleren Teil beide Hauptträger vollständig gleich zu machen; die unregelmäfsigen Felder werden an den Enden angeordnet. Auf diese Regel ist besonders bei Trägern mit polygonalen Gurtungen zu achten, denn sonst entstehen für die Anschlüsse der Windverbände manche Schwierigkeiten.

Das bisher Gesagte bezieht sich immer auf den vielfach vorliegenden Fall, dafs es sich um Brücken über eine einzige Öffnung handelt oder um solche, wo die von vornherein festgelegten Öffnungen mit einzelnen Trägern überbrückt werden. Es ist diese auch die meistens gewählte Lösung, obwohl durchgehende und Gerbersche Träger leichter sind. Bei dem letzteren System bietet im allgemeinen die Konstruktion der Gelenke gewisse Schwierigkeiten, die man am besten umgeht, wenn man sie als wirkliche Auflager bauen kann. Man achte darauf, dafs der Windverband auch als Gerberscher Träger mit beweglichen und festen Gelenken durchzuführen ist. Die Hauptträger hat man oft trapez- oder halbparabelförmig gebaut, nicht selten aber einfach

mit parallelen Gurtungen. Bei sicherem Baugrund sind kontinuierliche Träger empfehlenswert, obwohl sie heutzutage im allgemeinen nicht sehr beliebt sind.

Ist man in der Einteilung der Öffnungen sowie in der Anzahl der Mittelstützen vollständig frei, so kann man annäherungsweise rechnen, dafs die günstigste Anzahl der Öffnungen diejenige ist, bei welcher ein Pfeiler einschliefslich Fundament ebensoviel kostet wie eine Brückenöffnung ausschliefslich Fahrbahn. Ruhen die Brücken auf eisernen Tragjochen, so soll das kleinste Eisengewicht erforderlich sein, wenn die Länge einer Spannweite gleich der Höhe der Joche ist. Eine endgültige Entscheidung kann aber nur auf Grund ausführlicher Vergleichsentwürfe getroffen werden. Eventuelle Schwierigkeiten in dem Transport und bei der Aufstellung, Erleichterung von Reparaturen oder Verstärkungen usw. müssen dabei auch berücksichtigt werden. Man wird im allgemeinen auf verhältnismäfsig kleine Spannweiten geführt werden.

Für den bei grofsen und hohen Brücken erforderlichen Revisionswagen verweisen wir auf Seite 589.

110. Zum Entwurf einer Straßenbrücke.

Die stärkste Neigung der Fahrbahn soll im Flachlande $1/_{40}$, im Hügellande $1/_{25}$ nicht überschreiten; eine glatte Abdeckung (z. B. Asphalt) gestattet keine steilere Rampe als etwa $1/_{70}$. Wegen der leichteren Entwässerung und aus ästhetischen Rücksichten hat man oft eine Steigung von etwa $1/_{200}$ bis auf Mitte Brücke angenommen, auch wenn dies aus anderen Gründen nicht erforderlich war. Unter Umständen wird die Neigung gleichmäfsig durchgeführt (wenn die Ufer ungleich hoch liegen), sonst rundet man den Gefällwechsel ab mit einem Halbmesser $R = 16\,n$, wenn die Steigung $1/n$ ist. Oft hat man das Längsprofil der Strafse nach einer Parabel geformt.

Das Quergefälle der Bahn wird ziemlich stark gewählt, $^1/_{30}$—$^1/_{40}$ bei glatter, $^1/_{20}$—$^1/_{15}$ bei rauher Oberfläche.

Die Breite des Fahrdammes richtet sich nach dem Verkehr. Man rechnet für zwei Wagenreihen 4,8 bis 5,0 m Breite, für eine doppelgleisige Strafsenbahn (2,60 von Mitte zu Mitte Gleis, Profilbreite etwa 2,10) etwa 5,20 m, für eingleisige 2,70 m (bis 3,00 m, wenn zwei Gleise zusammengezogen werden, so dafs jedes für den Verkehr in einer Richtung benutzt wird). Vier Wagenreihen erfordern eine Fahrdammbreite von etwa 10 m. In den seltensten Fällen wird noch ein Zuschlag für die Strafsenbahn nötig sein.

Die lichte Entfernung der Hauptträger sei um mindestens 80 cm gröfser. Die Breite der Hauptträger kann zu $25 + \frac{L}{2}$ cm angenommen werden (L in m).

Liegt die Bahn in ihrer ganzen Breite oberhalb der Hauptträger, so kann es vorteilhaft sein, mehrere Hauptträger anzuordnen (besonders bei Bogenbrücken); hat man nur zwei gewählt, was im allgemeinen anzuraten ist, so ist deren Abstand ungefähr 0,6 der ganzen Brückenbreite. Über die Konstruktionshöhe vgl. S. 539. In zweifelhaften Fällen wird es wohl nötig sein, Vergleichsentwürfe aufzustellen, um zu entscheiden, ob es vorteilhaft ist, die Hauptträger unter der Bahn anzuordnen; es lohnt sich, etwas zu opfern und diese in vielen Hinsichten günstigere Bauart durchzuführen.

Die Breite der Fufswege wählt man nicht unter 1,25, selten über 3,00 m. Bei Brücken untergeordneter Bedeutung hat man nicht selten nur einen Fufsweg angeordnet, wobei der eine der Hauptträger leichter ausfällt.

Nachdem über diese allgemeinen Fragen eine Entscheidung getroffen ist, legt man die Länge der Hauptträger (ähnlich wie für Eisenbahnbrücken) fest und schreitet zur Einzeichnung des Grundrisses.

Falls man nicht durch die beschränkte Konstruktionshöhe gezwungen ist, eine schmale Feldteilung zu

wählen, nimmt man sie am besten wie bei der Besprechung der Fahrbahn auseinandergesetzt; mit Rücksicht auf die Hauptträger ist eine grofse Teilung immer vorteilhaft.

Liegen die Hauptträger zum Teil über der Fahrbahn, so werden die Fufswege aufserhalb derselben auf Konsolen angeordnet. Das Geländer mufs etwas stärker sein als für Eisenbahnbrücken; man geht auf alle Fälle sicher, wenn man auf eine horizontale Kraft von 50 kg/m rechnet. Die Höhe des Geländers sei mindestens 1 m, besser 1,10 m, die Lichtweite zwischen den Stäben nicht über 20 cm.

Hinsichtlich der Anordnung der Hauptträger im Aufrifs verweisen wir auf Seite 582.

Es sei hier bemerkt, dafs die Möglichkeit, von den Fufswegen auf den Fahrdamm zu gehen, nicht ohne weiteres dazu führen soll, Hauptträger ohne Diagonalen zu bauen; die betr. Konstruktionsformen (Bogen mit Versteifungsträger und ähnliche) sind statisch ungünstiger als gewöhnliche Parabel- oder Halbparabelträger, weil sie mehr Material erfordern und lange nicht so steif sind.

Mit Rücksicht auf die Unwahrscheinlichkeit einer totalen Belastung kann man eine gröfsere Durchbiegung zulassen als bei Eisenbahnbrücken $\left(\text{etwa } \frac{L}{1000}\right)$.

Die Entwässerung der Oberfläche geschieht am besten nach den Seiten des Fahrdammes, wo die Überhöhung der Kanten gute Gelegenheit dazu bietet. Sind die Fufswege mit Beton oder mit Monier-Platten gedeckt, so empfiehlt es sich, sie ununterbrochen durch die Hauptträger durchzuführen. Bei den meisten Brücken mufs man noch auf die Durchführung von Gas- und Wasserleitungen eventuell auf Kabel für elektrische Beleuchtung oder Kraftübertragung Rücksicht nehmen. Am besten dazu geeignet ist der Raum unter den Fufswegen. Rohrleitungen werden in einem kastenförmigen

Träger in Sand eingebettet, die Kabel müssen auf ihrer ganzen Länge unterstützt werden.

Schliefslich mufs man bei grofsen und hohen Brücken einen Revisionswagen unter der Bahn anordnen. Derselbe soll die Erneuerung des Anstriches und eventuell kleine Reparaturen ermöglichen. Die Nutzlast ist gering man kann ungefähr 60 kg/m² und aufserdem mindestens zwei Einzellasten zu je 200 kg rechnen. Haupterfordernisse sind die leichte Beweglichkeit und die Stabilität. Die erstere bietet Schwierigkeiten, weil der verhältnismäfsig schmale Träger leicht eckt, und die dem Rost ausgesetzten und selten gebrauchten Bewegungsmechanismen meistens nur mit Menschenkraft zu bewegen sind, was zur Annahme einer sehr geringen Geschwindigkeit zwingt. Es ist deshalb zu empfehlen, möglichst grofse Tragräder auf Kugellagern zu wählen, und für eine gute Führung zu sorgen. In einigen Fällen hat man mit Vorteil elektrische Motoren angewendet.

Die Stabilität ist schwer zu erreichen in dem Fall, dafs der Wagen in vertikaler Richtung herabgelassen werden mufs (z. B. um hohe eiserne Pfeiler zu untersuchen); man ist dann gezwungen, den Wagen an einem beweglichen Rahmen mittels Drahtseil anzuhängen und die seitlichen Bewegungen durch schräge Seile zu hindern, was jedoch ohne Anwendung von komplizierten Mechanismen nur unvollkommen erreicht werden kann. Am besten dürfte eine Vorrichtung sein, welche erlaubt, die schrägen Seile stramm anzuziehen, wenn der Wagen die gewünschte Höhe erreicht hat.

111. Zum Entwurf eines Daches.

Die Belastungen der Dächer und die entsprechenden Neigungen sind folgende. Die Richtung des Windes wird 10° gegen die Horizontale angenommen, sein Druck

zu 125 kg/m²[1]), die Schneelast zu 75 kg/m² auf die Grundfläche bezogen.

	kg/m²
Dachneigung 1:1,5	
Eindeckung mit Dachzungen, Pfannen, Hohlziegeln	300
Eindeckung mit Falzziegeln, Schiefer, gufseisernen Platten	250
Dachneigung 1:2	
Eindeckung mit Falzziegeln, Schiefer, gufseisernen Platten, Blei	225
Eindeckung mit Zink, Kupfer, Wellblech, Pappe, Glas	185
Dachneigung 1:4	
Eindeckung mit Pappe, Zink, Kupfer, Wellblech, Glas	150
Holzzementdächer (etwa 1:20 geneigt)	300

Die Gewichte beziehen sich auf die Grundfläche und enthalten die Schalung, Fetten usw., nicht aber die Binder.

In der letzten Zeit werden vielfach Monierdecken angewendet; die auf einer provisorischen Schalung ausgeführten Platten können auch die Fetten vollständig einschliefsen und so als durchgehende Träger berechnet werden. Zur Deckung wird meistens eine doppelte Lage Teerpappe verwendet. Neigung innerhalb sehr weiter Grenzen veränderlich. Das Gewicht mufs jedesmal ermittelt werden.

Das Gewicht der Dachbinder ist sehr verschieden, je nach der Bauart; es spielt aber immer eine untergeordnete Rolle, so dafs man mit einer rohen Annäherung zufrieden sein kann. Man kann durchschnittlich:

---

[1]) Nach einer Vorschrift des Preufs. Minist. der öffentl. Arbeiten soll die Windrichtung wagerecht angenommen werden, und der Druck normal zur Dachfläche nach der Formel $p_1 = p \sin \alpha$ gerechnet werden.

$g = \frac{a\,l}{3}$ kg/m² annehmen, wo a und l die Entfernung der Binder, bzw. deren Spannweite in m bedeuten.

Man wählt den Binderabstand 3—6 m, den Fettenabstand 1,25—2,00 m. Die zulässige Beanspruchung ist nach der Berliner Baupolizei 0,875 t/cm² für Flufseisen (1,00 t/cm², wenn eine Prüfung des Eisens vor der Abnahme stattgefunden hat), nach dem Normalprofilbuch 1897 1,0 t/cm² für Schweifseisen und 1,2 t/cm² für Flufseisen. Die zulässige Durchbiegung (etwa $^1/_{600}$) führt nicht selten zu stärkeren Profilen.

Die eisernen Fetten bestehen meistens aus I- oder ⊏-Eisen, seltener aus Z-Eisen. Das erste Profil gestattet ja eine bessere Annäherung an die theoretische Tragfähigkeit, läfst aber meistens nur eine sehr mangelhafte Befestigung zu. Die Z-Eisen werden so verlegt, dafs der obere Flansch nach oben gerichtet ist, so dafs die Tragfähigkeit am besten ausgenutzt wird. Profile, deren eine Hauptachse parallel zu dem Steg liegt, werden mitunter vertikal befestigt, meistens aber direkt auf den Binder gelegt, so dafs sie die Neigung desselben aufweisen. Da die Belastung vertikal wirkt (abgesehen vom Winddruck) würden sie dabei sehr ungünstig beansprucht, wenn man nicht dafür sorgte, eine seitliche Ausbiegung zu hindern. Bei Sparrendächern genügt dazu meistens die Verbindung mit den Sparren; bei kurzer Entfernung der Binder kann auch die Holzverschalung dieselben Dienste leisten. Sonst hilft man sich mit Rundeisen, welche bis zu dem Firstbalken geführt werden (Fig. 61, Seite 76); die Vertikalbelastung wird in eine normale und in eine parallele zum Dach zerlegt; die erste ist für die Fetten, die zweite für die Rundeisen mafsgebend. Der Firstbalken erhält in diesem Fall eine zusätzliche Vertikalbelastung; dasselbe geschieht bei den Fetten bei polygonalen Bindern, worauf bei der Dimensionierung wohl zu achten ist.

Die Entfernung der Knotenpunkte der Binder sei nicht gröfser als etwa 4 m, um besonderen Materialaufwand wegen der Knicksicherheit zu vermeiden. Es ist oft vorteilhaft, diese Entfernung nicht zu klein zu wählen und die Fetten zwischen den Knoten aufzulagern (etwa auf $^1/_4$ und $^3/_4$ der freien Länge). Für diese Belastung ist es meist zulässig, den Obergurt als durchgehenden Balken zu berechnen; darnach mufs er aber auch ausgeführt werden.

Der Hauptwindverband in der Ebene des Obergurtes der Binder kann unter Umständen durch eine sorgfältig ausgeführte Verschalung ersetzt werden; in der Regel sollte man sich nicht damit zufrieden geben.

Zwischen jedem Binderpaar ordnet man einen leichten Diagonalverband in der Höhe der Obergurte an. Als Riegel kann man die Fetten annehmen; sind diese aber nur mangelhaft mit der Eisenkonstruktion verbunden (wie die Holzfetten im allgemeinen), so nimmt man am besten besondere Winkeleisen dazu. Die beiden Diagonalen eines jeden Feldes bestehen aus Flacheisen (bei Anwendung von steifen Profilen genügt eine Diagonale). Solche Verbände lassen sich nicht genau berechnen; in der Praxis findet man die Winkeleisen zwischen 50 · 50 · 5 und 80 · 80 · 10 je nach der Länge, die Flacheisen zwischen 50 · 8 und 80 · 10. Wegen der Temperaturänderungen ist zu empfehlen, Dilatationsstöfse in den Fetten anzuordnen, was am besten auf $^1/_4$—$^1/_5$ der freien Länge in Feldern ohne Verband geschieht.

Freistehende Dächer müssen aufserdem gegen Abheben durch Winddruck von unten gesichert werden. Sind gar keine Wände vorhanden, so kann man den inneren Winddruck halb so grofs als den äufseren annehmen, sind aber teilweise geschlossene Wände vorhanden, so tut man gut, 80—100 % in Rechnung zu bringen. (In Preufsen ist vorschriftsmäfsig nur eine

Last von 60 kg/m², auf die Druckfläche bezogen, zu berücksichtigen).

113. Zum Entwurf eines Werkstattgebäudes.

Für die allgemeine Anordnung sind Umstände mafsgebend, welche von Fall zu Fall zu erwägen sind. Vielfach üblich ist die Anordnung von drei Hallen, deren mittlere hoch und mit einem Laufkran versehen ist, während die seitlichen niedriger und schmäler sind. In jeder Giebelwand ist ein grofses Tor, durch das ein Gleis geführt wird. Es kann im allgemeinen eine Ausdehnung des Gebäudes mehr in der Länge als in der Breite empfohlen werden.

Mehrstöckige Gebäude sind vorteilhaft in allen Fällen, in welchen keine sehr schweren oder mindestens keine stofsweise arbeitenden Maschinen zur Verwendung kommen; wenn solche nur in kleiner Anzahl vorhanden sind, werden sie im Erdgeschofs aufgestellt. Der Grundrifs wird durch mehrere Reihen von Säulen in Felder eingeteilt, so dafs Längsschiffe von 4,5—6,5 m Breite entstehen; die Entfernung der Säulen ist gewöhnlich 3,0 bis 3,5 m. Die Gesamtbreite darf 30—35 m nicht überschreiten, damit das Licht überall genügend ist; besser ist es, nicht über 25 m zu gehen. Die Höhe der einzelnen Stockwerke wird um so gröfser genommen, je breiter das Gebäude; gewöhnlich für das Erdgeschofs 4,5 bis 5,5 m, für die oberen Stockwerke je 4,0—4,5 m. Die Fenster sind so hoch und breit wie möglich auszuführen. Die Säulen, aus I- oder [-Eisen oder Grey-Trägern bestehend, laufen bis unter das Dach. Die Decken werden oft aus Holz gemacht; für schwere Belastung kommen aufserdem in Betracht:

a) Kappengewölbe, Spannweite bis auf 4 m, Stichhöhe $^1/_8$—$^1/_{10}$, Stärke $^1/_2$ Stein bis etwa 2 m, darüber 1 Stein.

b) **Monierplatten** (vgl. Seite 495) bis auf 2 m und darüber brauchbar; mitunter durchgehend über mehrere Felder gebaut.

c) Moniergewölbe für 4 m und noch gröfsere Spannweiten brauchbar.

d) Wellblech bis auf 2 m Spannweite anwendbar.

e) Buckelplatten und Hängebleche 3—5 mm stark für Entfernung der Träger 1—2 m.

Der Horizontalschub der Gewölbe wird am besten durch wagerechte Flacheisen oder Rundeisen mit Gewinde und Mutter in jedem Feld aufgenommen.



Fig. 412.

Aufsenwände als Fachwerk sind im allgemeinen nicht vorteilhaft.

Sheds sind gebräuchlich, wenn auf sehr schwere oder stofsweise arbeitende Maschinen (Webstühle und ähnliche) Rücksicht genommen werden mufs. Die beiden Anordnungen der Fig. 411 und 412 sind gleichwertig. Neigung des Daches nicht unter 1:2. Spannweite 5 bis 7 m, Säulen 3,3—4,5 m voneinander entfernt, 4—5 m hoch. Die Fenster sind gegen Norden gerichtet und müssen eine Höhe gleich mindestens $^1/_5$ der Spannweite der Dächer aufweisen.

Aufsenwände meistens massiv gemauert. Entwässerung der Dächer durch die Säulen (nicht selten aus Gufseisen). Es ist zu raten, die Säulen am Fufs einer-

spannen, auch wenn sie mit dem Längsträger fest verbunden sind.

Für gröfsere Werkstattsgebäude, wo schwere Lauf- und Drehkrane angeordnet sind und eine grofse freie Höhe erforderlich ist, macht man am besten die Aufsenwände aus Fachwerk. Ausmauerung $^1/_2$ Stein stark; Riegel aus I NP 14; Schwellen, Rahmen von Türen und Fenstern usw. aus [NP 14. Die Breiten der einzelnen Hallen werden auf grund der besonderen Erfordernisse festgestellt; man findet sie bis auf 30 m und darüber. Für sehr grofse Spannweiten kann es vorteil-

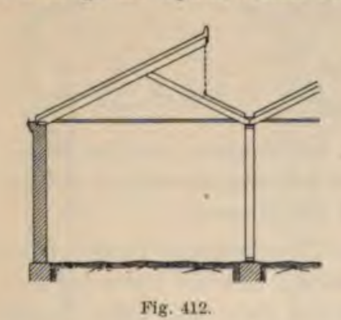


Fig. 412.

haft sein, wirkliche Hallenbinder in der Form von zwei- oder dreigelenkigen Bögen zu verwenden.

Im allgemeinen werden kräftige Säulen in Abständen von 9—12 m angeordnet und mit einem Fachwerk verbunden, welches die 3—4 m voneinander entfernten Dachbinder trägt.

Bei der Feststellung der Höhe sowie bei der Berechnung der Säulen mufs man auf die Krane Rücksicht nehmen. Im allgemeinen kann man folgende Angaben benutzen:

Fig. 413.

Drehkrane. Ausleger 3—5 m. (Fig. 413.)

Lage des Schwerpunktes des unbelasteten Kranes $s = \frac{1}{3} L$.

Eigengewicht bei der Tragkraft T (in t):

$$G = \left(\frac{2}{3}T + 2{,}5\right)\left(\frac{2}{3} + \frac{L}{12}\right) \text{t.}$$ Höhe über dem Boden 3—4 m.

Laufkrane.

S = Spurweite in m,
s = Radstand » »
D = gröfster Raddruck in t,
O = erforderlicher freier Raum über S. O. in m,
U = » » » unter » » »

$$D = 0{,}6\,T + \frac{S\,(T + 15)}{100 + 0{,}8\,T},$$

$$s = 1{,}7 + \frac{S + 0{,}1\,T}{17},$$

$$O = 1{,}50 + \frac{T}{35}; \quad U = 0{,}40 + \frac{T}{100}.$$

Zwischen der Schiene und der Wand ist ein freier Raum von mindestens 30—40 cm erforderlich, je nach der Tragkraft des Kranes.

Bei allen Berechnungen bezüglich Krane empfiehlt sich die Annahme, dafs die Kette bis auf $^1/_{10}$ gegen die Vertikale geneigt zieht und dabei die volle Last trägt. Die entstehenden Horizontalkräfte müssen durch besondere Verbände aufgenommen werden.

Die Kranträger können auf besonderen Säulen gelagert werden (einfache und gute Anordnung) Fig. 414, oder auf einem besonderen System, Fig. 415. In diesem Fall mufs die Entfernung von der Säule ziemlich grofs werden (0,6 m und darüber), um keine zu grofsen Kräfte in den Streben zu erhalten. Zur Berechnung derartiger Säulen nimmt man an, dafs der Ständer am Anschlufs mit dem Riegel durch ein Gelenk unterbrochen ist (die Berechnung als statisch unbestimmtes System führt fast genau auf dasselbe Resultat). Der Riegel allein wird als biegungsfestes Glied betrachtet. Die Ermittelung der Kräfte geschieht am besten von jedem Ende der Säule ab. Infolge dieser Anordnung ist zwar die Spann-

weite des Laufkranes kleiner, es entstehen aber nicht unwesentliche wagerechte Kräfte, welche den oberen Verband beanspruchen. Die Laufkranträger sind immer durch besondere Zwischensysteme zu versteifen und zwar auch am Untergurt.

Zwischen den Säulen werden die Laufkranträger meist durch besondere Konsolen unterstützt, die mit den Ständern des von Säule zu Säule laufenden Gitterträgers verbunden sind. Der Untergurt des Laufkranträgers

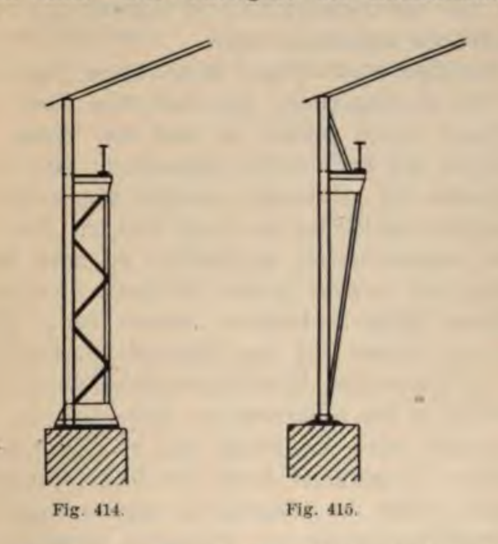


Fig. 414. Fig. 415.

wird dazu benutzt, um mit dieser Tragwand und dem Hauptwindverband einen dreiwandigen räumlichen Träger zu bilden (vgl. S. 236); zwischen zwei gleichen Hallen kann ein symmetrischer Rieppelträger konstruiert werden.

Bei der Berechnung der Säulen wird meistens am Fuſs derselben ein Kugellager vorausgesetzt. Bei einer korrekten Ausführung müſste dieses eigentlich auch verwirklicht werden, wofür im Gegenteil im allgemeinen ein flacher Fuſs gebildet wird, der obendrein mit 2 bis

4 Ankern mit dem Fundament verbunden wird. Von einer solchen Ausführung, die uns ganz im unsicheren über die Beanspruchung des Fundamentes läfst, ist entschieden abzuraten. Am Fufs eingespannte Säulen sind meistens nicht vorteilhaft.

Die Form des Daches ist ziemlich gleichgültig; der Obergurt ist gewölbt, oder dreieckig, oder polygonal, der Untergurt in der Regel horizontal. Um die Frage zu entscheiden, ob Oberlichter erforderlich sind, beachte man, dafs die Gesamtfläche der Fenster ein Drittel der Grundfläche ausmachen mufs.

Der Hauptwindverband kann nur bei biegungsfesten, am Fufs eingespannten oder mit dem Dach fest verbundenen Säulen fehlen; er wird am besten bei dem Untergurt der Dachbinder angeordnet; man bevorzugt ein System mit gekreuzten schlaffen Diagonalen, wo die Untergurte der Binder als Riegel wirken. Sind mehrere Hallen nebeneinander angeordnet, so kann der Windverband nur in einer liegen; die Kräfte, welche in den seitlichen Hallen entstehen, werden durch die Untergurte der Dächer auf den Hauptwindverband geführt.

Die horizontalen Querkräfte werden durch besondere Verbände in den Giebelwänden aufgenommen. Für die Längskräfte wird am besten ein einziges Feld in der Mitte der Längswände durch ein Diagonalenkreuz steif gemacht, damit die Längenänderungen infolge der Temperaturschwankungen am wenigsten schädlich wirken.

Wir lassen hier noch einige besondere Gewichtsangaben folgen.

	kg/m²
Gufseiserne Fensterrahmen wiegen	20—25
Schmiedeeiserne Fensterrahmen wiegen . . .	20
Verglasung mit 4/4 (ca. 2,2 mm) Fensterglas .	5
» » 6/4 (ca. 3,3 mm) » .	8

Im ganzen wiegt die Füllung einer Fensterwand ca. 30 kg/m², auf Ansichtsfläche bezogen.

Die Ausmauerung einer Fachwand, 1/2 Stein stark, wiegt ca. 200 kg/m².

[redacted]

Oberlichter wiegen je nach der Konstruktion:

Rohglas ca.	15	kg/m²-	Ansichtsfläche,
Eisengerippe	15—25	»	-Grundrifsfläche,
Im ganzen	35—45	»	-Ansichtsfläche.

Der Hauptwindverband wiegt ca. 6 kg/m², auf Grundrifs bezogen. Sind besondere Gurtungen erforderlich, so ist dieses Gewicht doppelt so grofs.

Durchgehende Laufkranträger auf festen Stützen sind um ca. 20% leichter als einzelne Träger, auf jeder Stütze unterbrochen.

X. ABSCHNITT

TABELLEN.

Anmerkungen.

Das angegebene Gewicht der Profileisen gilt in der Regel für Flufseisen (spez. Gewicht 7,85); eine Ausnahme machen die Gewichte der Rund- und Quadrateisen und der Schrauben. Schweifseisen wiegt $\sim$ $^2/_3$% weniger.

Die Werte von F, J und W, und die Lage des Schwerpunktes sind unter Berücksichtigung der Schrägen und Abrundungen ermittelt. Rechnet man mit der mittleren Stärke, so ist der Fehler für F, J_x und W_x unbedeutend; für I-Eisen ist dagegen der richtige Wert von J_y (Fig. auf Seite 620) ca. 84% des so gerechneten; für ⊏-Eisen ist J_h (Fig. auf Seite 616) 83% bis 86% und der Abstand des Schwerpunktes von dem Rücken 0,92 bis 0,90 des so gerechneten, je nachdem die Flanschen breit oder schmal sind.

Vorprofile (schlechthin Maximum-Profile) kommen hauptsächlich für I- und ⊏-Eisen in Betracht; sie haben in der Regel einen um 5 mm stärkeren Steg; auf Grund dieses Mafses rechnet man den Zuschlag zur Fläche sowie zum Trägheits- und Widerstandsmoment. Die Vorprofile für gleichschenklige und ungleichschenklige Winkeleisen haben gleiche Schenkelbreite und 1 mm gröfsere Schenkeldicke.

Anormale Profile und Vorprofile sind selten auf Lager, besonders die Spezialprofile nach englischem Mafs sind sehr schwer zu haben; vor Einzelverwendung ist deshalb dringend zu warnen. Die Vorprofile sind meistens schwerer als die nächsten höheren Normalprofile und weniger tragfähig; ihre Anwendung ist also oft mit einer Materialverschwendung verbunden.

Die Wurzelmafse sind auf Grund der auf Seite 453 angegebenen Mafse so gerechnet, dafs der Rand des Nietkopfes mit dem Anfang der Rundung zusammenfällt.

Die freie Länge (fünffache Knicksicherheit) entspricht der Formel: $J = 2{,}36\, FL^2$ (L in m, F in cm², J in cm⁴) oder $l_{cm} = 65 \sqrt{\frac{J}{F}}$. Für J und F sind immer die Brutto-Werte eingeführt.

1. Längenausdehnung verschiedener Körper pro Längeneinheit.

Bei einer Temperaturzunahme von 100° C.

Blei	$0{,}002\,848 = \frac{1}{351}$
Bronze	$0{,}001\,755 = \frac{1}{570}$
Eisendraht	$0{,}001\,235 = \frac{1}{810}$
Flufseisen	$0{,}001\,176 = \frac{1}{850}$
Glas, bleihaltiges	$0{,}000\,872 = \frac{1}{1150}$
» englisches	$0{,}000\,812 = \frac{1}{1230}$
Gufseisen	$0{,}001\,067 = \frac{1}{940}$
Holz quer	$0{,}003$ bis $0{,}006 = \frac{1}{330} - \frac{1}{170}$
» längs	$0{,}0003$ bis $0{,}0010 = \frac{1}{3300} - \frac{1}{1000}$
Kupfer	$0{,}00172 = \frac{1}{580}$
Mauerwerk	$0{,}0007 = \frac{1}{1400}$
Zement (Beton)	$0{,}001\,430 = \frac{1}{700}$

2. Spezifische Gewichte.

Wasser bei 4° C = 1.

Aluminium, gehämmert		2,75
„ gegossen		2,56
Asbest		2,1 —2,8
Asphalt		1,1 —1,5
Basalt		2,7 —3,2
Beton		1,80—2,45
Blei		11,32
Bronze (bei 79—14 % Zinngehalt)		7,4 —8,9
Bruchstein-Mauerwerk		2,45
Deltametall		8,6
Eisen, chemisch rein		7,88
Erde, lehmig, frisch		2,0
„ „ trocken		1,6 —1,9
„ mager, trocken		1,34
Flufseisen		7,85
Flufsstahl		7,86
Glas		2,4 —2,6
Granit		2,51—3,05
Gufseisen		7,25
Holz:	lufttr.	frisch
Eiche	0,69—1,03	0,93—1,28
Kiefer (Föhre)	0,31—0,76	0,38—1,08
Lärche	0,47—0,56	0,81
Pitch-pine	0,83—0,85	
Rotbuche	0,66—0,83	0,85—1,12
Tanne (Weifstanne)	0,37—0,75	0,77—1,23
Ulme	0,56—0,82	0,78—1,18
Weifsbuche	0,62—0,82	0,92—1,25
Holzpflasterung		0,75—0,90
Kalk, gebrannt		0,9 —1,3
„ gelöscht		1,15—1,25
Kalkmörtel		1,7
Kalkstein		2,46—2,84
Kieselerde		2,66
Koks im Stück		1,4
Kupfer, gegossen		8,8
„ gewalzt, gehämmert oder gezogen		9,0

Lagermetall, Weifsmetall	7,1
Lehm, trocken	1,52
„ frisch gegraben	1,67—2,85
Marmor	2,52—2,85
Mennige, Blei-	8,6 —9,1
Messing, gewalzt, je nach Zinkgehalt	8,52—8,62
Messing, gegossen, je nach Zinkgehalt	8,4—8,7
Messing, gezogen, je nach Zinkgehalt	8,43—8,73
Quarz	2,5 —2,8
Roheisen, weifses	7,0 —7,8
„ graues	6,7 —7,6
Sand, fein u. trocken	1,40—1,65
„ „ „ feucht	1,90—2,05
„ „ „ grob	1,4 —1,5
Sandstein	2,2 —2,5
„ künstlich	2,03
Schiefer	2,7
Schnee, frisch gefallen	0,08—0,19
„ feucht u. wässerig	0,2 —0,8
Schweifseisen	7,80
„ als Draht	7,60—7,75
Seewasser	1,02—1,03
Sparbeton (Schlackenbeton)	1,00
Stahl	7,86
Ton	1,8 —2,6
Tuffstein im Stück	1,3
„ als Ziegel	0,8 —0,9
Ziegel, gewöhnlich	1,40—1,55
„ Klinker	1,6 —2,0
Ziegelmauerwerk, frisch	1,60
„ trocken	1,45
Zink, gegossen	6,86
„ gewalzt	7,20
Zinn, gehämmert oder gewalzt	7,3 —7,5
Zinn, gegossen	7,2

3. Knicksicherheit.

Stab-länge m	Erforderliches Trägheitsmoment in cm⁴ bei 5facher Knicksicherheit für die gegebene Belastung (in t). 10	20	30	40	50	60	70	80	90 t	Stab-länge m
1,00	24	47	71	94	118	142	165	189	212	1,00
1,25	37	74	111	148	184	221	258	295	332	1,25
1,50	53	106	159	212	266	319	372	425	478	1,50
1,75	72	145	217	289	361	434	506	578	650	1,75
2,00	94	189	283	378	472	566	661	755	850	2,00
2,25	119	239	358	478	597	717	836	956	1 075	2,25
2,50	148	295	443	590	738	885	1 033	1 180	1 328	2,50
2,75	178	357	535	714	892	1 071	1 249	1 428	1 606	2,75
3,00	212	425	637	850	1 062	1 274	1 487	1 699	1 912	3,00
3,25	249	499	748	997	1 246	1 496	1 745	1 994	2 243	3,25
3,50	289	578	867	1156	1 446	1 735	2 024	2 313	2 602	3,50
3,75	332	664	996	1328	1 659	1 991	2 323	2 655	2 987	3,75
4,00	378	755	1133	1510	1 888	2 266	2 643	3 021	3 399	4,00
4,25	426	853	1279	1705	2 131	2 558	2 984	3 410	3 836	4,25
4,50	478	956	1434	1912	2 390	2 867	3 345	3 823	4 301	4,50
4,75	532	1065	1597	2130	2 662	3 195	3 727	4 260	4 792	4,75
5,00	590	1180	1770	2360	2 950	3 540	4 130	4 720	5 310	5,00
5,25	650	1301	1951	2602	3 252	3 903	4 553	5 203	5 854	5,25
5,50	714	1428	2142	2856	3 570	4 283	4 997	5 711	6 425	5,50
5,75	780	1561	2341	3121	3 901	4 682	5 462	6 242	7 022	5,75
6,00	850	1699	2549	3398	4 248	5 098	5 947	6 797	7 646	6,00
6,25	922	1844	2766	3688	4 609	5 531	6 453	7 375	8 297	6,25
6,50	997	1994	2991	3988	4 986	5 983	6 980	7 977	8 974	6,50
6,75	1075	2151	3226	4301	5 376	6 452	7 527	8 602	9 677	6,75
7,00	1156	2313	3469	4626	5 782	6 938	8 095	9 251	10 408	7,00
7,25	1240	2481	3721	4962	6 202	7 443	8 683	9 923	11 164	7,25
7,50	1328	2655	3983	5310	6 638	7 965	9 293	10 620	11 948	7,50
7,75	1417	2835	4252	5670	7 087	8 505	9 922	11 340	12 757	7,75
8,00	1510	3021	4531	6042	7 552	9 062	10 573	12 083	13 594	8,00
8,25	1606	3213	4819	6425	8 031	9 638	11 244	12 850	14 456	8,25
8,50	1705	3410	5115	6820	8 526	10 231	11 936	13 641	15 346	8,50
8,75	1807	3614	5421	7228	9 034	10 841	12 648	14 455	16 262	8,75
9,00	1912	3823	5735	7646	9 558	11 470	13 381	15 293	17 204	9,00
9,25	2019	4039	6058	8077	10 096	12 116	14 135	16 154	18 173	9,25
9,50	2130	4260	6390	8520	10 650	12 779	14 909	17 039	19 169	9,50
9,75	2243	4487	6730	8974	11 217	13 461	15 704	17 948	20 191	9,75
10,00	2360	4720	7080	9440	11 800	14 160	16 520	18 880	21 240	10,00

Dieser Tabelle liegt die Formel zu grunde: $J = 2{,}36\ P\ L^2$ (fünffache Sicherheit). Die Tragkraft ist: $P = 2{,}12 \frac{J}{L^2} =$ (einfache Sicherheit). Die freie Länge ist $l = 65 \sqrt{\frac{J}{P}}$ (fünffache Sicherheit).

In diesen Formeln sind die Einheiten: für l und J das cm, für L das m, für P die t. Das erforderliche Trägheitsmoment ist immer proportional der Last. So rechnet sich z. B. für einen Stab 5,75 m lang, bei einer Belastung von 94,8 t, $J = 7022 + 312 + 62 = 7396$ cm⁴.

4. Niettabelle.

Tragkraft von Nieten in t.

Durchmesser des Nietes	Beanspruchung des Materials: Abscheren (einschnittig)			Leibungsdruck 1,6 t/cm² bei Blechstärken von				Leibungsdruck 1,8 t/cm² bei Blechstärken von				Leibungsdruck 2,0 t/cm² bei Blechstärken von				y [2])	Durchmesser des Nietes
	0,8	0,9	1,0[1])	8	10	12	14	8	10	12	14	8	10	12	14		
mm	t pro cm²			mm				mm				mm				mm	mm
10	0,63	0,71	0,79	1,28	1,60	1,92	2,24	1,44	1,80	2,16	2,52	1,60	2,00	2,40	2,80	15	10
13	1,06	1,19	1,33	1,66	2,08	2,50	2,91	1,87	2,34	2,81	3,28	2,08	2,60	3,12	3,64	17	13
16	1,61	1,81	2,01	2,05	2,56	3,07	3,58	2,30	2,88	3,46	4,03	2,56	3,20	3,84	4,48	19	16
20	2,51	2,83	3,14	2,56	3,20	3,84	4,48	2,88	3,60	4,32	5,04	3,20	4,00	4,80	5,60	22	20
23	3,32	3,74	4,16	2,94	3,68	4,42	5,15	3,31	4,14	4,97	5,80	3,68	4,60	5,52	6,44	25	23
26	4,25	4,78	5,31	3,33	4,16	4,99	5,83	3,74	4,68	5,62	6,55	4,16	5,20	6,24	7,28	27	26
30	5,66	6,36	7,07	3,84	4,80	5,76	6,72	4,32	5,40	6,48	7,56	4,80	6,00	7,20	8,40	30	30

1) Die hier aufgeführten Zahlen stellen zugleich die Nietquerschnitte dar.

2) Das Maß y gibt die geringste zulässige Entfernung von Mitte Niet bis auf eine hervorstehende Kante, welche beim Nieten hinderlich ist (Fig. 359).

5. Gewichte von Quadrat- und Rundeisen mit Seitenlänge bzw. Durchmesser *d* in mm.

Die angegebenen Gewichte gelten für Schweißeisen (spez. Gew. = 7,8).

d	Gewicht in kg/m		*d*	Gewicht in kg/m		*d*	Gewicht in kg/m	
mm	□	○	mm	□	○	mm	□	○
5	0,195	0,153	50	19,500	15,315	180	252,720	198,486
6	0,281	0,221	52	21,091	16,565	185	266,955	209,666
7	0,382	0,300	54	22,745	17,864	190	281,580	221,152
8	0,499	0,392	56	24,461	19,211	195	296,595	232,945
9	0,632	0,496	58	26,239	20,608	200	312,000	245,044
10	0,780	0,613	60	28,080	22,054	205	327,795	257,450
11	0,944	0,741	62	29,983	23,549	210	343,980	270,161
12	1,123	0,882	64	31,949	25,093	215	360,555	283,179
13	1,318	1,035	66	33,977	26,685	220	377,520	296,504
14	1,529	1,201	68	36,067	28,327	225	394,875	310,134
15	1,755	1,378	70	38,220	30,018	230	412,620	324,071
16	1,997	1,568	72	40,435	31,758	235	430,755	338,314
17	2,254	1,770	74	42,713	33,547	240	449,280	352,864
18	2,527	1,985	76	45,053	35,384	245	468,195	367,720
19	2,816	2,212	78	47,455	37,271	250	487,500	382,882
20	3,120	2,450	80	49,920	39,207	255	507,195	398,350
21	3,440	2,702	85	56,355	44,261	260	527,280	414,125
22	3,775	2,965	90	63,180	49,621	265	547,755	430,206
23	4,126	3,241	95	70,395	55,288	270	568,620	446,593
24	4,493	3,529	100	78,000	61,261	275	589,875	463,287
25	4,875	3,829	105	85,995	67,540	280	611,520	480,287
26	5,273	4,141	110	94,380	74,126	285	633,555	497,593
27	5,686	4,466	115	103,155	81,018	290	655,980	515,206
28	6,115	4,803	120	112,320	88,216	295	678,795	533,124
29	6,560	5,152	125	121,875	95,720	300	702,000	551,350
30	7,020	5,513	130	131,820	103,531	305	725,595	569,881
32	7,987	6,273	135	142,155	111,648	310	749,580	588,719
34	9,017	7,082	140	152,880	120,072	315	773,955	607,863
36	10,109	7,939	145	163,995	128,801	320	798,720	627,313
38	11,263	8,846	150	175,500	137,837	325	823,875	647,070
40	12,480	9,802	155	187,395	147,180	330	849,420	667,133
42	13,759	10,806	160	199,680	156,828	335	875,355	687,502
44	15,101	11,860	165	212,355	166,783	340	901,680	708,178
46	16,505	12,953	170	225,420	177,044	345	928,395	729,160
48	17,971	14,115	175	238,875	187,612	350	955,500	750,448

6. Schraubentabelle nach Whitworth.

Äußerer Durchmesser des Gewindes d		Kern- Durchmesser d_1	Kern- Querschnitt $\frac{\pi d_1^2}{4}$	Anzahl der Gewindegänge auf einen engl. Z.	Anzahl der Gewindegänge auf die Länge d	Höhe der Mutter abgerundet h_1	Höhe des Kopfes abgerundet h_0	Schlüsselweite abgerundet[1] s	Tragkraft bei einer Beanspruchung der Kernfläche von $\sigma = 0{,}6$ t/cm²	Tragkraft bei einer Beanspruchung der Kernfläche von $\sigma = 0{,}8$ t/cm²	Äußerer Gewindedurchmesser d
engl. Z.	mm	mm	cm²			mm	mm	mm	t	t	engl. Z.
1/4	6,35	4,72	0,175	20	5	6	4	13	0,105	0,140	1/4
5/16	7,94	6,13	0,295	18	5 5/8	8	6	16	0,175	0,235	5/16
3/8	9,52	7,49	0,441	16	6	10	7	19	0,265	0,355	3/8
7/16	11,11	8,79	0,607	14	6 1/8	11	8	21	0,365	0,485	7/16
1/2	12,70	9,99	0,784	12	6	13	9	23	0,470	0,630	1/2
5/8	15,87	12,92	1,311	11	6 7/8	16	11	27	0,785	1,050	5/8
3/4	19,05	15,80	1,961	10	7 1/2	19	13	33	1,175	1,570	3/4
7/8	22,22	18,61	2,720	9	7 7/8	22	15	36	1,630	2,175	7/8
1	25,40	21,33	3,573	8	8	25	18	40	2,145	2,860	1
1 1/8	28,57	23,93	4,498	7	7 7/8	29	20	45	2,700	3,600	1 1/8
1 1/4	31,75	27,10	5,768	7	8 3/4	32	22	50	3,460	4,615	1 1/4
1 3/8	34,92	29,50	6,835	6	8 1/4	35	24	54	4,100	5,470	1 3/8
1 1/2	38,10	32,68	8,388	6	9	38	27	58	5,030	6,710	1 1/2
1 5/8	41,27	34,77	9,495	5	8 1/8	41	29	63	5,700	7,595	1 5/8
1 3/4	44,45	37,94	11,31	5	8 3/4	44	32	67	6,780	9,050	1 3/4
1 7/8	47,62	40,40	12,82	4 1/2	8 7/16	48	34	72	7,690	10,26	1 7/8
2	50,80	43,57	14,91	4 1/2	9	51	36	76	8,950	11,93	2
2 1/4	57,15	49,02	18,87	4	9	57	40	85	11,32	15,10	2 1/4
2 1/2	63,50	55,37	24,08	4	10	64	45	94	14,45	19,26	2 1/2
2 3/4	69,85	60,55	28,80	3 1/2	9 5/8	70	49	103	17,28	23,04	2 3/4
3	76,20	66,90	35,15	3 1/2	10 1/2	76	53	112	21,09	28,12	3
3 1/4	82,55	72,57	41,36	3 1/4	10 9/16	83	58	121	24,82	33,09	3 1/4
3 1/2	88,90	78,92	48,92	3 1/4	11 3/8	89	62	130	29,35	39,14	3 1/2
3 3/4	95,25	84,40	55,95	3	11 1/4	95	67	138	33,57	44,76	3 3/4
4	101,60	90,75	64,68	3	12	102	71	147	38,81	51,74	4
4 1/4	107,95	96,65	73,37	2 7/8	12 7/32	108	76	156	44,02	58,70	4 1/4
4 1/2	114,30	102,98	83,29	2 7/8	12 15/16	114	80	165	49,97	66,63	4 1/2
4 3/4	120,65	108,84	93,04	2 3/4	13 1/16	121	85	174	55,82	74,43	4 3/4
5	127,00	115,19	104,2	2 3/4	13 3/4	127	89	183	62,53	83,36	5
5 1/4	133,35	121,67	116,3	2 5/8	13 25/32	133	93	192	69,76	93,04	5 1/4
5 1/2	139,70	127,51	127,7	2 5/8	14 7/16	140	98	201	76,62	102,16	5 1/2
5 3/4	146,05	133,05	139,0	2 1/2	14 3/8	146	102	209	83,42	111,2	5 3/4
6	152,40	139,39	152,6	2 1/2	15	152	106	218	91,56	122,1	6

[1]) Der Durchmesser des um die Mutter umgeschriebenen Kreises ist $\frac{15}{13}\,s$.

6a. Gewichte von schweifseisernen Muttern und Köpfen zur Schraubentabelle nach Whitworth.

Äufserer Gewindedurchmesser d		Gewicht			
engl. Zoll	mm	von 10 cm Schaft kg	der Mutter kg	des sechseckigen Kopfes kg	des quadratischen Kopfes kg
1/4	6,35	0,030	0,006	0,005	0,005
5/16	7,94	0,039	0,011	0,010	0,012
3/8	9,52	0,061	0,020	0,017	0,020
7/16	11,1	0,088	0,026	0,024	0,028
1/2	12,7	0,104	0,035	0,031	0,037
5/8	15,9	0,157	0,058	0,054	0,063
3/4	19,0	0,221	0,104	0,095	0,110
7/8	22,2	0,324	0,134	0,129	0,152
1	25,4	0,414	0,186	0,194	0,225
1 1/8	28,6	0,515	0,275	0,274	0,316
1 1/4	31,7	0,627	0,356	0,368	0,429
1 3/8	34,9	0,750	0,463	0,470	0,546
1 1/2	38,1	0,932	0,559	0,605	0,708
1 5/8	41,3	1,081	0,725	0,770	0,898
1 3/4	44,4	1,241	0,870	0,966	1,120
1 7/8	47,6	1,412	1,109	1,189	1,375
2	50,8	1,593	1,277	1,392	1,622
2 1/4	57,1	2,061	1,793	1,949	2,254
2 1/2	63,5	2,509	2,417	2,672	3,101
2 3/4	69,9	3,002	3,196	3,513	4,055
3	76,2	3,632	4,037	4,480	5,186
3 1/4	82,5	4,220	5,105	5,707	6,624
3 1/2	88,9	4,852	6,384	7,073	8,173
3 3/4	95,2	5,646	7,501	8,600	9,952
4	101,6	6,374	9,129	10,38	11,97
4 1/4	107,9	7,146	10,82	12,48	14,43
4 1/2	114,3	8,102	12,67	14,67	16,99
4 3/4	120,6	8,969	14,87	17,30	20,07
5	127,0	9,881	17,28	20,10	23,25
5 1/4	133,3	11,00	19,77	23,09	26,74
5 1/2	139,7	12,01	22,88	26,73	30,88
5 3/4	146,0	13,06	25,60	30,06	34,75
6	152,4	14,34	29,03	34,07	39,29

Anmerkung. Der in der Mutter steckende Teil der Schraube ist in den Gewichtsangaben nicht enthalten.

8. Gewichte von Flacheisen in kg/m (für Flufseisen gültig!)

Dicke in mm	Breite in mm																			Dicke in mm
	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	
4	0,157	0,314	0,628	0,942	1,256	1,570	1,884	2,198	2,512	2,826	3,140	6,28	9,42	12,56	15,70	18,84	21,98	25,12	28,26	4
5	0,196	0,393	0,785	1,178	1,570	1,963	2,355	2,748	3,140	3,533	3,925	7,85	11,78	15,70	19,63	23,55	27,48	31,40	35,33	5
6	0,236	0,471	0,942	1,413	1,884	2,355	2,826	3,297	3,768	4,239	4,710	9,42	14,13	18,84	23,55	28,26	32,97	37,68	42,39	6
7	0,275	0,550	1,099	1,649	2,198	2,748	3,297	3,847	4,396	4,946	5,495	10,99	16,49	21,98	27,48	32,97	38,47	43,96	49,46	7
8	0,314	0,628	1,256	1,884	2,512	3,140	3,768	4,396	5,024	5,652	6,280	12,56	18,84	25,12	31,40	37,68	43,96	50,24	56,52	8
9	0,353	0,707	1,413	2,120	2,826	3,533	4,239	4,946	5,652	6,359	7,065	14,13	21,20	28,26	35,33	42,39	49,46	56,52	63,59	9
10	0,393	0,785	1,570	2,355	3,140	3,925	4,710	5,495	6,280	7,065	7,850	15,70	23,55	31,40	39,25	47,10	54,95	62,80	70,65	10
11	0,432	0,864	1,727	2,591	3,454	4,318	5,181	6,045	6,908	7,772	8,635	17,27	25,91	34,54	43,18	51,81	60,45	69,08	77,72	11
12	0,471	0,942	1,884	2,826	3,768	4,710	5,652	6,594	7,536	8,478	9,420	18,84	28,26	37,68	47,10	56,52	65,94	75,36	84,78	12
13	0,510	1,021	2,041	3,062	4,082	5,103	6,123	7,144	8,164	9,185	10,21	20,41	30,62	40,82	51,03	61,23	71,44	81,64	91,85	13
14	0,550	1,099	2,198	3,297	4,396	5,495	6,594	7,693	8,792	9,891	10,99	21,98	32,97	43,96	54,95	65,94	76,93	87,92	98,91	14
15	0,589	1,178	2,355	3,533	4,710	5,888	7,065	8,243	9,420	10,60	11,78	23,55	35,33	47,10	58,88	70,65	82,43	94,20	106,0	15
16	0,628	1,256	2,512	3,768	5,024	6,28	7,536	8,792	10,05	11,30	12,56	25,12	37,68	50,24	62,80	75,36	87,92	100,5	113,0	16
17	0,667	1,335	2,669	4,004	5,338	6,673	8,007	9,342	10,68	12,01	13,35	26,69	40,04	53,38	66,73	80,07	93,42	106,8	120,1	17
18	0,707	1,413	2.826	4,239	5,652	7,065	8,478	9,891	11,30	12,72	14,13	28,26	42,39	56,52	70,65	84,78	98,91	113,0	127,2	18
19	0,746	1,492	2,983	4,475	5,966	7,458	8,949	10,44	11,93	13,42	14,92	29,83	44,75	59,66	74,58	89,49	104,4	119,3	134,2	19
20	0,785	1,570	3,140	4,710	6,280	7,850	9,420	10,99	12,56	14,13	15,70	31,40	47,10	62,80	78,50	94,20	109,9	125,6	141,3	20
21	0,824	1,649	3,297	4,946	6,594	8,243	9,891	11,54	13,19	14,84	16,49	32,97	49,46	65,94	82,43	98,91	115,4	131,9	148,4	21
22	0,864	1,727	3,454	5,181	6,908	8,635	10,36	12,09	13,82	15,54	17,27	34,54	51,81	69,08	86,35	103,6	120,9	138,2	155,4	22
23	0,903	1,806	3,611	5,417	7,222	9,028	10,83	12,64	14,44	16,25	18,06	36,11	54,17	72,22	90,28	108,3	126,4	144 4	162,5	23
24	0,942	1,884	3,768	5,652	7,536	9,420	11,30	13,19	15,07	16 96	18,84	37,68	56,52	75,36	94,20	113,0	131,9	150,7	169,6	24
25	0,981	1,963	3,925	5,888	7,850	9,813	11,78	13,74	15,70	17,66	19,63	39,25	58,88	78,50	98,13	117,8	137,4	157,0	176,6	25

9. Wurzelmaſse für gleichschenklige Winkeleisen bei kleinster Schenkelstärke.

(Maſse in mm)

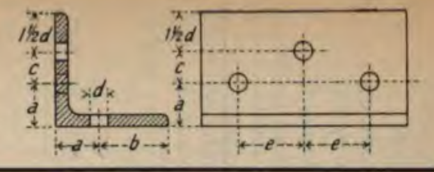
Nr. des Profils	$d = 16$ mm				$d = 20$ mm				$d = 23$ mm				$d = 26$ mm			
	a	b	c	e	a	b	c	e	a	b	c	e	a	b	c	e
5	25	25	—	48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5½	27	28	4	48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	27	33	9	47	30	30	—	60	—	—	—	—	—	—	—	—
6½	29	36	12	47	32	33	3	60	—	—	—	—	—	—	—	—
7	29	41	17	45	32	38	8	60	35	35	—	69	—	—	—	—
7½	31	44	20	44	34	41	11	59	37	38	3	69	—	—	—	—
8	31	49	25	41	34	46	16	58	37	43	8	69	39	41	2	78
9	33	57	33	35	36	54	24	55	39	51	16	67	41	49	10	78
10	35	65	41	25	38	62	32	51	41	59	24	65	43	57	18	76
11	35	75	51	—	38	72	42	43	41	69	34	60	43	67	28	73
12	37	83	59	—	40	80	50	33	43	77	42	55	45	75	36	69
13	39	91	67	—	42	88	58	16	45	85	50	48	47	83	44	65
14	41	99	75	—	44	96	66	—	47	93	58	38	49	91	52	58
15	43	107	83	—	46	104	74	—	49	101	66	20	51	99	60	50
16	45	115	91	—	48	112	82	—	51	109	74	—	53	107	68	39

8. Gewichte von Flacheisen in kg/m (für Flufseisen gültig!)

Dicke in mm	Breite in mm																			Dicke in mm
	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600	700	800	900	
4	0,157	0,314	0,628	0,942	1,256	1,570	1,884	2,198	2,512	2,826	3,140	6,28	9,42	12,56	15,70	18,84	21,98	25,12	28,26	4
5	0,196	0,393	0,785	1,178	1,570	1,963	2,355	2,748	3,140	3,533	3,925	7,85	11,78	15,70	19,63	23,55	27,48	31,40	35,33	5
6	0,236	0,471	0,94 2	1,413	1,884	2,355	2,826	3,297	3,768	4,239	4,710	9,42	14,13	18,84	23,55	28,26	32,97	37,68	42,39	6
7	0,275	0,550	1,099	1,649	2,198	2,748	3,297	3,847	4,396	4,946	5,495	10,99	16,49	21,98	27,48	32,97	38,47	43,96	49,46	7
8	0,314	0,628	1,256	1,884	2,512	3,140	3,768	4,396	5,024	5,652	6,280	12,56	18,84	25,12	31,40	37,68	43,96	50,24	56,52	8
9	0,353	0,707	1,413	2,120	2,826	3,533	4,239	4,946	5,652	6,359	7,065	14,13	21,20	28,26	35,33	42,39	49,46	56,52	63,59	9
10	0,393	0,785	1,570	2,355	3,140	3,925	4,710	5,495	6,280	7,065	7,850	15,70	23,55	31,40	39,25	47,10	54,95	62,80	70,65	10
11	0,432	0,864	1,727	2,591	3,454	4,318	5,181	6,045	6,908	7,772	8,635	17,27	25,91	34,54	43,18	51,81	60,45	69,08	77,72	11
12	0,471	0,942	1,884	2,826	3,768	4,710	5,652	6,594	7,536	8,478	9,420	18,84	28,26	37,68	47,10	56,52	65,94	75,36	84,78	12
13	0,510	1,021	2,041	3,062	4,082	5,103	6,123	7,144	8,164	9,185	10,21	20,41	30,62	40,82	51,03	61,23	71,44	81,64	91,85	13
14	0,550	1,099	2,198	3,297	4,396	5,495	6,594	7,693	8,792	9,891	10,99	21,98	32,97	43,96	54,95	65,94	76,93	87,92	98,91	14
15	0,589	1,178	2,355	3,533	4,710	5,888	7,065	8,243	9,420	10,60	11,78	23,55	35,33	47,10	58,88	70,65	82,43	94,20	106,0	15
16	0,628	1,256	2,512	3,768	5,024	6,28	7,536	8,792	10,05	11,30	12,56	25,12	37,68	50,24	62,80	75,36	87,92	100,5	113,0	16
17	0,667	1,335	2,669	4,004	5,338	6,673	8,007	9,342	10,68	12,01	13,35	26,69	40,04	53,38	66,73	80,07	93,42	106,8	120,1	17
18	0,707	1,413	2.826	4,239	5,652	7,065	8,478	9,891	11,30	12,72	14,13	28,26	42,39	56,52	70,65	84,78	98,91	113,0	127,2	18
19	0,746	1,492	2,983	4,475	5,966	7,458	8,949	10,44	11,93	13,42	14,92	29,83	44,75	59,66	74,58	89,49	104,4	119,3	134,2	19
20	0,785	1,570	3,140	4,710	6,280	7,850	9,420	10,99	12,56	14,13	15,70	31,40	47,10	62,80	78,50	94,20	109,9	125,6	141,3	20
21	0,824	1,649	3,297	4,946	6,594	8,243	9,891	11,54	13,19	14,84	16,49	32,97	49,46	65,94	82,43	98,91	115,4	131,9	148,4	21
22	0,864	1,727	3,454	5,181	6,908	8,635	10,36	12,09	13,82	15,54	17,27	34,54	51,81	69,08	86,35	103,6	120,9	138,2	155,4	22
23	0,903	1,806	3,611	5,417	7,222	9,028	10,83	12,64	14,44	16,25	18,06	36,11	54,17	72,22	90,28	108,3	126,4	144 4	162,5	23
24	0,942	1,884	3,768	5,652	7,536	9,420	11,30	13,19	15,07	16,96	18,84	37,68	56,52	75,36	94,20	113,0	131,9	150,7	169,6	24
25	0,981	1,963	3,925	5,888	7,850	9,813	11,78	13,74	15,70	17,66	19,63	39,25	58,88	78,50	98,13	117,8	137,4	157,0	176,6	25

9. Wurzelmaße für gleichschenklige Winkeleisen bei kleinster Schenkelstärke.

(Maße in mm)



Nr. des Profils	d = 16 mm				d = 20 mm				d = 23 mm				d = 26 mm			
	a	b	c	e	a	b	c	e	a	b	c	e	a	b	c	e
5	25	25	—	48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5½	27	28	4	48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	27	33	9	47	30	30	—	60	—	—	—	—	—	—	—	—
6½	29	36	12	47	32	33	3	60	—	—	—	—	—	—	—	—
7	29	41	17	45	32	38	8	60	35	35	—	69	—	—	—	—
7½	31	44	20	44	34	41	11	59	37	38	3	69	—	—	—	—
8	31	49	25	41	34	46	16	58	37	43	8	69	39	41	2	78
9	33	57	33	35	36	54	24	55	39	51	16	67	41	49	10	78
10	35	65	41	25	38	62	32	51	41	59	24	65	43	57	18	76
11	35	75	51	—	38	72	42	43	41	69	34	60	43	67	28	73
12	37	83	59	—	40	80	50	33	43	77	42	55	45	75	36	69
13	39	91	67	—	42	88	58	16	45	85	50	48	47	83	44	65
14	41	99	75	—	44	96	66	—	47	93	58	38	49	91	52	58
15	43	107	83	—	46	104	74	—	49	101	66	20	51	99	60	50
16	45	115	91	—	48	112	82	—	51	109	74	—	53	107	68	39

11. Normale ungleichschenklige Winkeleisen.

Abrundungshalbmesser der inneren Ecke $R = 0,5\ (d_{min} + d_{max})$.

Abrundungshalbmesser der Schenkelenden $r = 0,5\ R$ (auf halbe mm abgerundet). l (in mm) ist der lichte Abstand zweier ungleichschenkliger ⅃L, wobei die beiden Haupt-Trägheitsmomente gleich grofs ($= 2\ J_\xi$) sind.

l (in cm) ist die freie Länge (fünffache Knicksicherheit) eines L für J_η und die Kraft 1 t/cm² auf Brutto-Querschnitt gerechnet.

Profil-Nr.	Abmessungen in mm b	a	d	Querschnitt cm²	Gewicht f. 1 m kg	Abstände d. Schwerp. ξ mm	η mm	tg φ	Trägheitsmomente J_ξ cm⁴	J_η cm⁴	$J_x = max$ cm⁴	$J_y = min$ cm⁴	mm	l cm	Netto-Querschnitte bei Abzug eines Nietes von $d = 16$ mm F_1 cm²	$d = 20$ mm F_2 cm²	$d = 23$ mm F_3 cm²	$d = 26$ mm F_4 cm²	Profil-Nr.
								Schenkelverhältnis 2 : 3.											
2/3	20	30	3	1,42	1,12	4,9	9,9	0,4216	1,25	0,45	1,42	0,28	5,2	37	—	—	—	—	2/3
			4	1,85	1,45	5,4	10,3	0,4214	1,60	0,55	1,82	0,33	4,3	36	—	—	—	—	
3/4½	30	45	4	2,87	2,25	7,4	14,8	0,4334	5,77	2,05	6,63	1,19	8,0	55	—	—	—	—	3/4½
			5	3,53	2,77	7,8	15,2	0,4288	6,99	2,46	8,01	1,44	7,1	54	—	—	—	—	
4/6	40	60	5	4,79	3,76	9,7	19,5	0,4319	17,3	6,29	19,8	3,66	11,0	74	3,99	3,79	—	—	4/6
			7	6,55	5,14	10,5	20,4	0,4275	22,8	8,10	26,3	4,63	9,0	73	5,43	5,15	—	—	
5/7½	50	75	7	8,33	6,54	12,4	24,7	0,4304	46,3	16,4	53,1	9,58	13,1	91	7,21	6,93	6,72	6,51	5/7½
			9	10,5	8,25	13,2	25,6	0,4272	57,2	20,1	65,4	11,9	11,2	90	9,06	8,7	8,43	8,16	
6½/10	65	100	9	14,2	11,1	15,9	33,1	0,4101	140	46,6	160	26,8	19,5	118	12,8	12,4	12,1	11,9	6½/10
			11	17,1	13,4	16,7	34,0	0,4074	167	55,3	189	32,9	17,7	117	15,3	14,9	14,6	14,2	

Für gleichschenklige Winkeleisen gelten folgende Beziehungen:

$$J_\xi = \frac{(b-0,2)^2}{10,5} F; \quad J_{min} = 0,415\, J_\xi; \quad J_{max} = 1,585\, J_\xi.$$

$$\frac{\xi}{b} = 0,28, \quad 0,29, \quad 0,30 \quad \text{je nach der Stärke,}$$

$$\frac{J_b}{J_{min}} = 4,5, \quad 4,6, \quad 4,7 \quad » \quad » \quad » \quad »$$

Das Trägheitsmoment eines aus zwei über Kreuz miteinander verbundenen Winkeleisen bestehenden Querschnittes ist ungefähr gleich $2\,J_b$, wo für J_b der Wert für einen um 2 mm dickeren Winkel zu setzen ist.

Profil		Querschnitt	Gewicht f. d. lfd. m	Schwerpunkts-abstand	Trägheitsmomente		Netto-Querschnitt bei Abzug eines Nietes von				Freie Länge
					J_b	J_ξ	$d=16$ mm F_1	$d=20$ mm F_2	$d=23$ mm F_3	$d=26$ mm F_4	l
b	d	cm²	kg	ξ mm	cm⁴	cm⁴	cm²	cm²	cm²	cm²	cm
	8	11,5	9,03	21,3	111	59,0	10,2	9,9	9,7	—	147
75	10	14,1	11,1	22,1	140	71,0	12,5	12,1	11,8	—	146
	12	16,7	13,1	22,9	170	82,5	14.8	14,3	13,9	—	145
	8	12,3	9,66	22,6	135	72,0	11,0	10,7	10,5	10,2	158
80	10	15,1	11,9	23,4	170	87,5	13,5	13,1	12,8	12,5	157
	12	17,9	14,1	24,1	206	102	16,0	15,5	15,1	14,8	155
	9	15,5	12.2	25,4	216	116	14,1	13,7	13,4	13,2	178
90	11	18,7	14,7	26,2	266	138	16,9	16,5	16,2	15,8	177
	13	21,8	17,1	27,0	317	158	19,7	19,2	18,8	18,4	175
	10	19,2	15,1	28,2	329	177	17,6	17,2	16,9	16,6	198
100	12	22,7	17,8	29,0	398	207	20,8	20,3	19,9	19,6	197
	14	26,2	20,6	29,8	468	235	24,0	23,4	23,0	22,6	195
	10	21,2	16,6	30,7	438	239	19,6	19,2	18,9	18,6	219
110	12	25,1	19,7	31,5	529	280	23,2	22,7	22,3	22,0	218
	14	29,0	22,8	32,1	621	319	26,8	26,2	25,8	25,4	216
	11	25,4	19,9	33,6	626	340	23,6	23,2	22,9	22,5	238
120	13	29,7	23,3	34,4	745	393	27,6	27,1	26,7	26,3	237
	15	33,9	26,6	35,1	864	445	31,5	30,9	30,5	30,0	236
	12	30,0	23,6	36,4	869	472	28,1	27,6	27,2	26,9	258
130	14	34,7	27,2	37,2	1020	540	32,5	31,9	31,5	31,1	257
	16	39,3	30,9	38,0	1171	604	36,7	36,1	35,6	35,1	255
	13	35,0	27,5	39,2	1175	638	32,9	32,4	32,0	31,6	278
140	15	40,0	31,4	40,0	1363	723	37,6	37,0	36,6	36,1	277
	17	45,0	35,3	40,8	1554	805	42,3	41,6	41,1	40,6	275
	14	40,3	31,6	42	1559	845	38,1	37,5	37,1	36,7	298
150	16	45,7	35,9	43	1790	949	43,1	42,5	42,0	41,5	297
	18	51,0	40,0	44	2023	1052	48,1	47,4	46,9	46,3	296
	15	46,1	36,2	45	2027	1099	43,7	43,1	42,7	42,2	318
160	17	51,8	40,7	46	2308	1225	49,1	48,4	47,9	47,4	317
	19	57,5	45,1	47	2590	1348	54,5	53,7	53,1	52,6	315

11. Normale ungleichschenklige Winkeleisen.

Abrundungshalbmesser der inneren Ecke $R = 0{,}5\ (d_{min} + d_{max})$.

Abrundungshalbmesser der Schenkelenden $r = 0{,}5\ R$ (auf halbe mm abgerundet). i (in mm) ist der lichte Abstand zweier ungleichschenkliger ⅃L, wobei die beiden Haupt-Trägheitsmomente gleich grofs ($= 2\ J_\xi$) sind.

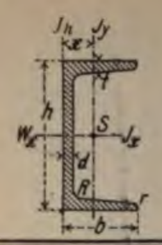
l (in cm) ist die freie Länge (fünffache Knicksicherheit) eines L für J_η und die Kraft 1 t/cm² auf Brutto-Querschnitt gerechnet.

Profil-Nr.	Abmessungen in mm b	a	d	Querschnitt cm²	Gewicht f. 1 m kg	Abstände d. Schwerp. ξ mm	η mm	tg φ	Trägheitsmomente J_ξ cm⁴	J_η cm⁴	$J_x = max$ cm⁴	$J_y = min$ cm⁴	i mm	l cm	Netto-Querschnitte bei Abzug eines Nietes von $d=16$ mm F_1 cm²	$d=20$ mm F_2 cm²	$d=23$ mm F_3 cm²	$d=26$ mm F_4 cm²	Profil-Nr.
								Schenkelverhältnis 2 : 3.											
2/3	20	30	3	1,42	1,12	4,9	9,9	0,4216	1,25	0,45	1,42	0,28	5,2	37	—	—	—	—	2/3
			4	1,85	1,45	5,4	10,3	0,4214	1,60	0,55	1,82	0,33	4,3	36	—	—	—	—	
3/4½	30	45	4	2,87	2,25	7,4	14,8	0,4334	5,77	2,05	6,63	1,19	8,0	55	—	—	—	—	3/4½
			5	3,53	2,77	7,8	15,2	0,4288	6,99	2,46	8,01	1,44	7,1	54	—	—	—	—	
4/6	40	60	5	4,79	3,76	9,7	19,5	0,4319	17,3	6,20	19,8	3,66	11,0	74	3,99	3,79	—	—	4/6
			7	6,55	5,14	10,5	20,4	0,4275	22,8	8,10	26,3	4,63	9,0	73	5,43	5,15	—	—	
5/7½	50	75	7	8,33	6,54	12,4	24,7	0,4304	46,3	16,4	53,1	9,58	13,1	91	7,21	6,93	6,72	6,51	5/7½
			9	10,5	8,25	13,2	25,6	0,4272	57,2	20,1	65,4	11,9	11,2	90	9,06	8,7	8,43	8,16	
6½/10	65	100	9	14,2	11,1	15,9	33,1	0,4101	140	46,6	160	26,8	19,5	118	12,8	12,4	12,1	11,9	6½/10
			11	17,1	13,4	16,7	34,0	0,4074	167	55,3	189	32,9	17,7	117	15,3	14,9	14,6	14,3	

8/12	80	120	10	19,1	15,0	19,5	39,2	0,4348	276	97,9	317	56,8	22,1	147	—	17,1	16,8	16,5	8/12
			12	22,7	17,8	20,2	40,0	0,4304	323	115	370	67,5	20,1	147	—	20,3	19,9	19,6	
10/15	100	150	12	28,7	22,5	24,2	48,9	0,4361	649	232	747	134	27,8	185	—	26,3	25,9	25,6	10/15
			14	33,2	26,1	25,0	49,7	0,4339	744	263	854	153	26,1	183	—	30,4	30,0	29,6	

Schenkelverhältnis 1 : 2.

2/4	20	40	3	1,72	1,35	4,4	14,3	0,2575	2,81	0,46	2,96	0,31	14,6	34	—	—	—	—	2/4
			4	2,25	1,77	4,8	14,7	0,2528	3,58	0,60	3,78	0,40	13,4	34	—	—	—	—	
3/6	30	60	5	4,29	3,37	6,8	21,5	0,2544	15,6	2,61	16,5	1,71	21,2	51	3,49	3,29	—	—	3/6
			7	5,85	4,59	7,6	22,4	0,2479	20,6	3,42	21,8	2,28	19,1	50	4,73	4,45	—	—	
4/8	40	80	6	6,89	5,40	8,8	28,5	0,2568	44,9	7,66	47,6	4,99	28,9	69	5,93	5,69	5,51	5,33	4/8
			8	9,01	7,07	9,6	29,4	0,2518	57,5	9,70	60,8	6,41	26,9	68	7,73	7,41	7,17	6,93	
5/10	50	100	8	11,5	8,99	11,2	35,9	0,2565	116	19,6	123	12,8	35,5	85	10,2	9,9	9,66	9,42	5/10
			10	14,1	11,1	12,0	36,7	0,2658	141	23,5	150	14,6	33,7	84	12,5	12,1	11,8	11,5	
6½/13	65	130	10	18,6	14,6	14,5	46,5	0,2569	320	54,4	339	35,4	46,6	111	17,0	16,6	16,3	16,0	6½/13
			12	22,1	17,3	15,3	47,5	0,2549	374	62,8	395	41,3	44,4	110	20,2	19,7	19,3	19,0	
8/16	80	160	12	27,5	21,6	17,7	57,2	0,2586	719	122	762	79,4	57,8	137	—	25,1	24,7	24,4	8/16
			14	31,8	25,0	18,5	58,1	0,2679	822	139	875	86,0	55,7	136	—	29,0	28,6	28,2	
10/20	100	200	14	40,3	31,6	21,8	71,2	0,2608	1654	282	1754	182	73,1	173	—	37,5	37,1	36,7	10/20
			16	45,7	35,8	22,6	72,0	0,2568	1863	315	1973	205	71,2	171	—	42,5	42,0	41,5	



12. Normale [-Eisen.

Neigung der inneren Flanschflächen = 8%.

Abrundungshalbmesser $R = t$ und $r = 0,5\ t$ (auf halbe mm abgerundet).

Die Flanschdicke t ist im Abstande $\frac{1}{2}\ b$ von der Kante gemessen.

Profil-Nr.	Höhe h	Breite b	Dicke: Steg d	Dicke: Flansch t	Querschnitt	Gewicht f. d. l. m	Abstand des Schwerpunktes x	Trägheitsmomente J_h	Trägheitsmomente J_y	Trägheitsmomente J_x	J'	Lichter Abstand i	Freie Länge l	Widerstandsmoment W_x
	mm	mm	mm	mm	cm²	kg	mm	cm⁴	cm⁴	cm⁴	cm⁴	mm	cm	cm³
3	30	33	5	7	5,44	4,27	13,1	14,7	5,33	6,39	37	—	64	4,3
4	40	35	5	7	6,21	4,87	13,3	17,7	6,68	14,1	44	—	68	7,1
5	50	38	5	7	7,12	5,59	13,7	22,5	9,12	26,4	58	3,8	74	10,6
6½	65	42	5,5	7,5	9,03	7,10	14,2	32,3	14,1	57,5	80	15,4	81	17,7
8	80	45	6	8	11,0	8,66	14,5	43,2	19,4	106	105	27,1	86	26,5
10	100	50	6	8,5	13,5	10,6	15,5	61,7	29,3	206	151	41,4	96	41,1
12	120	55	7	9	17,0	13,4	16,0	86,7	43,2	364	216	54,9	104	60,7
14	140	60	7	10	20,4	16,0	17,5	125	62,7	605	305	68,1	114	86,4
16	160	65	7,5	10,5	24,0	18,8	18,4	166	85,3	925	408	81,5	123	116
18	180	70	8	11	28,0	22,0	19,2	217	114	1354	530	94,7	131	150
20	200	75	8,5	11,5	32,2	25,3	20,1	278	148	1911	678	108	140	191
22	220	80	9	12,5	37,4	29,4	21,4	368	197	2690	895	120	149	245
24	240	85	9,5	13	42,3	33,2	22,3	458	248	3598	1115	133	158	300
26	260	90	10	14	48,3	37,9	23,6	586	317	4823	1424	146	167	371
28	280	95	10	15	53,3	41,8	25,3	740	399	6276	1776	159	178	450
30	300	100	10	16	58,8	46,2	27,0	924	495	8026	2195	172	189	535

Ältere [-Eisen (für den

10½	105	65	8	8	17,3	13,6	18,8	122	61,2	287	302	34,6	122	54,7
11¾	117,5	65	10	10	22,6	17,7	19,1	160	77,1	447	417	42,7	120	76,1
14½	145	60	8	8	19,8	15,5	15,0	98,1	53,6	585	250	73,6	107	80,7
23½	235	90	10	12	42,4	33,3	22,8	492	272	3429	1199	127	165	292
26	260	90	10	10	41,6	32,7	19,7	398	237	3900	882	148	155	300
30	300	75	10	10	42,8	33,6	15,0	241	145	4925	632	181	120	328

J' ist das kleinste Trägheitsmoment von zwei ⊐⊏-Eisen aufeinander genietet mit einer Zwischenlage ebenso stark wie der Steg.

i ist der lichte Abstand zweier ⊐⊏, wofür die beiden Hauptträgheitsmomente gleich grofs (= 2 J_x) sind.

l (in cm) ist die freie Länge (fünffache Knicksicherheit) eines ⊏-Eisens für J_y und die Kraft 1 t/cm² auf Brutto-Querschnitt gerechnet.

Netto-Querschnitte										Profil-Nr.
Abzug eines Nietes in jedem Flansch					Abzug von 2 Nieten im Steg [1])					
$d=13$ mm F_1	$d=16$ mm F_2	$d=20$ mm F_3	$d=23$ mm F_4	$d=26$ mm F_5	$d=13$ mm F_1'	$d=16$ mm F_2'	$d=20$ mm F_3'	$d=23$ mm F_4'	$d=26$ mm F_5'	
cm²	cm²	cm²	cm²	cm²	cm²	cm²	cm²	cm²	cm²	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5
—	—	—	—	—	8,3	—	—	—	—	6½
8,9	—	—	—	—	10,2	10,0	9,8	—	—	8
11,3	10,8	—	—	—	11,9	12,5	12,3	—	—	10
14,7	14,1	—	—	—	15,2	15,9	15,6	15,4	15,2	12
17,8	17,2	—	—	—	18,6	18,2	17,6	18,8	18,6	14
21,3	20,6	19,8	—	—	22,1	21,6	21,0	20,6	22,1	16
—	24,5	23,6	22,9	—	—	25,4	24,8	24,3	23,8	18
—	28,5	27,6	26,9	—	—	29,5	28,8	28,3	27,8	20
—	—	32,4	31,7	30,9	—	—	33,8	33,3	32,7	22
—	—	37,1	36,3	35,5	—	—	38,5	37,9	37,4	24
—	—	42,7	41,9	41,0	—	—	44,3	43,7	43,1	26
—	—	47,3	46,4	45,5	—	—	49,3	48,7	48,1	28
—	—	52,4	51,4	50,5	—	—	54,8	54,2	53,6	30

Eisenbahn-Wagenbau).

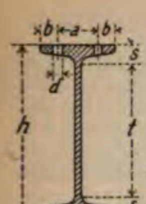
15,3	14,7	14,1	—	—	15,2	16,0	15,7	—	—	10½
20,0	19,4	18,6	—	—	20,0	19,4	20,6	20,3	20,0	11¾
17,7	17,2	16,6	—	—	17,7	17,2	16,6	16,1	17,7	14½
—	—	37,6	36,9	36,2	—	—	38,4	37,8	37,2	23½
—	—	37,6	37,0	36,4	—	—	37,6	37,0	36,4	26
—	—	38,8	—	—	—	—	38,8	38,2	37,6	30

[1]) Bei den eingeränderten Zahlen ist, bedingt durch die Profilhöhe, nur ein Nietquerschnitt abgezogen.

15. Normale

Neigung der inneren
Abrundungshalbmesser zwischen
Abrundungshalbmesser der
Die Flanschdicke t ist im Abstande $\frac{1}{4}\,b$ von
l (in cm) ist die freie Länge (fünffache Knicksicherheit)

Profil-Nr.	Höhe h	Breite b	Dicke		Querschnitt	Gewicht f. d. l. m	Trägheitsmomente		Freie Länge l	Widerstandsmoment W_x
			Steg d	Flansch t			J_y	J_x		
	mm	mm	mm	mm	cm²	kg	cm⁴	cm⁴	cm	cm³
8	80	42	3,9	5,9	7,57	5,9	6,3	77,7	59	19,4
9	90	46	4,2	6,3	8,99	7,1	8,8	117	64	25,9
10	100	50	4,5	6,8	10,6	8,3	12,2	170	70	34,1
11	110	54	4,8	7,2	12,3	9,7	16,2	238	75	43,3
12	120	58	5,1	7,7	14,2	11,1	21,4	327	80	54,5
13	130	62	5,4	8,1	16,1	12,6	27,4	435	85	67,0
14	140	66	5,7	8,6	18,2	14,3	35,2	572	90	81,7
15	150	70	6,0	9,0	20,4	16,0	43,7	734	95	97,9
16	160	74	6,3	9,5	22,8	17,8	54,5	933	100	117
17	170	78	6,6	9,9	25,2	19,7	66,5	1165	105	137
18	180	82	6,9	10,4	27,9	21,9	81,3	1444	111	161
19	190	86	7,2	10,8	30,5	23,9	97,2	1759	116	185
20	200	90	7,5	11,3	33,4	26,2	117	2139	122	214
21	210	94	7,8	11,7	36,3	28,5	137	2558	126	244
22	220	98	8,1	12,2	39,5	31,0	163	3055	132	278
23	230	102	8,4	12,6	42,6	33,4	188	3605	137	314
24	240	106	8,7	13,1	46,1	36,2	220	4239	142	353
25	250	110	9,0	13,6	49,7	39,0	255	4954	147	396
26	260	113	9,4	14,1	53,3	41,8	287	5735	151	441
27	270	116	9,7	14,7	57,1	44,8	325	6623	155	491
28	280	119	10,1	15,2	61,0	47,9	363	7575	159	541
29	290	122	10,4	15,7	64,8	50,9	403	8619	162	594
30	300	125	10,8	16,2	69,0	54,2	449	9785	166	652
32	320	131	11,5	17,3	77,7	61,0	554	12493	174	781
34	340	137	12,2	18,3	86,7	68,1	672	15670	181	922
36	360	143	13,0	19,5	97,0	76,2	817	19576	189	1088
38	380	149	13,7	20,5	107	84,0	972	23978	196	1262
40	400	155	14,4	21,6	118	92,6	1160	29173	204	1459
42½	425	163	15,3	23,0	132	104	1433	36956	214	1739
45	450	170	16,2	24,3	147	115	1722	45888	222	2040
47½	475	178	17,1	25,6	163	128	2084	56410	232	2375
50	500	185	18,0	27,0	179	141	2470	68736	241	2750
55	550	200	19,0	30,0	212	167	3486	99054	263	3602



14. Wurzelmaſse für I-Eisen, Normal-Profile (Minimum).

(Maſse in mm.)

Bei Normal-Profilen (Maximum) vergröſsert sich a um 5 mm mit Ausnahme von N.-Pr. 55, bei welchem die Zunahme nur 3 mm beträgt; das Maſs b bleibt unverändert.

Nr. des Profils	$d=13$ mm		$d=16$ mm		$d=20$ mm		$d=23$ mm		$d=26$ mm		$s= \sim\frac{1}{10}h$	t
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	mm	mm
17	39	19,5	—	—	—	—	—	—	—	—	18	134
18	40	21	—	—	—	—	—	—	—	—	19	142
19	41	22,5	—	—	—	—	—	—	—	—	19,5	151
20	42	24	—	—	—	—	—	—	—	—	20,5	159
21	42	26	47	23,5	—	—	—	—	—	—	21	168
22	43	27,5	48	25	—	—	—	—	—	—	22	176
23	44	29	49	26,5	—	—	—	—	—	—	23	184
24	45	30,5	50	28	—	—	—	—	—	—	24	192
25	46	32	50	30	—	—	—	—	—	—	24,5	201
26	47	33	52	30,5	—	—	—	—	—	—	25,5	209
27	48	34	52	32	59	28,5	—	—	—	—	26,5	217
28	49	35	53	33	60	29,5	—	—	—	—	27,5	225
29	49	36,5	54	34	61	30,5	—	—	—	—	28	234
30	51	37	55	35	62	31,5	—	—	—	—	29	242
32	52	39,5	57	37	64	33,5	—	—	—	—	31	258
34	54	41,5	59	39	66	35,5	70	33,5	—	—	33	274
36	57	43	61	41	68	37,5	73	35	—	—	35	290
38	58	45,5	63	43	70	39,5	74	37,5	—	—	36,5	307
40	60	47,5	65	45	72	41,5	76	39,5	81	37	38,5	323
$42\frac{1}{2}$	63	50	68	47,5	74	44,5	79	42	84	39,5	41	343
45	65	52,5	70	50	76	47	81	44,5	86	42	43	364
$47\frac{1}{2}$	68	55	72	53	79	49,5	84	47	88	45	45,5	384
50	70	57,5	75	55	81	52	86	49,5	91	47	48	404
55	73	63,5	78	61	84	58	89	55,5	94	53	52	446



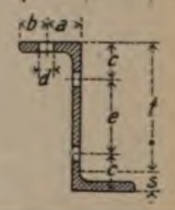
16. Normale ⅂-Eisen.

Abrundungshalbmesser am Stege $R = t$

„ an den Flanschen

$r = 0{,}5\ t$ (auf halbe mm abgerundet).

Profil-Nr.	Höhe h	Breite b	Steg d	Flansch t	Querschnitt	Gewicht f. d. lfd. m	Trägheitsmomente J_ξ	J_η	$W_\xi = J_\xi : \frac{h}{2}$	$J_x = J_{max}$	$J_y = J_{min}$	tg φ
	mm	mm	mm	mm	cm²	kg	cm⁴	cm⁴	cm³	cm⁴	cm⁴	
3	30	38	4	4,5	4,32	3,39	5,94	13,7	3,96	18,1	1,54	1,655
4	40	40	4,5	5	5,43	4,26	13,4	17,6	6,7	28,0	3,05	1,181
5	50	43	5	5,5	6,77	5,31	25,7	24,4	10,3	44,9	5,23	0,939
6	60	45	5	6	7,91	6,21	44,0	30,8	14,7	67,2	7,60	0,779
8	80	50	6	7	11,1	8,71	108	48,7	27	142	14,7	0,588
10	100	55	6,5	8	14,5	11,4	220	74,5	44	270	24,6	0,492
12	120	60	7	9	18,2	14,3	400	108	67	470	37,7	0,433
14	140	65	8	10	22,9	18,0	671	154	96	768	56,4	0,385
16	160	70	8,5	11	27,5	21,6	1055	209	132	1184	79,5	0,357
18	180	75	9,5	12	33,3	26,1	1594	275	177	1759	110	0,329
20	200	80	10	13	38,7	30,4	2289	367	229	2509	147	0,313



17. Wurzelmaſse für ⅂-Eisen.

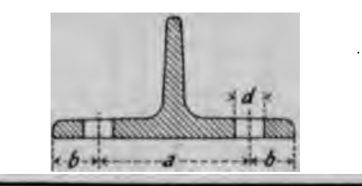
Profil-Nr.	Höhe h	Breite b	Steg d	Flansch t	Niettabelle für den Flansch $d = 16$ mm a	$d = 16$ mm b	$d = 20$ mm a	$d = 20$ mm b	$d = 23$ mm a	$d = 23$ mm b	Niettabelle für den Steg $d = 16$ mm c	$d = 16$ mm e	$d = 20$ mm c	$d = 20$ mm e	$d = 23$ mm c	$d = 23$ mm e	s	t
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
8	80	50	6	7	26	24	—	—	—	—	27	26	30	20	—	—	14	66
10	100	55	6,5	8	28	27	—	—	—	—	29	42	32	36	—	—	16	84
12	120	60	7	9	29	31	32	38	—	—	31	58	34	52	—	—	18	102
14	140	65	8	10	31	34	34	31	—	—	33	74	36	68	39	62	20	120
16	160	70	8,5	11	—	—	36	34	38	32	35	90	38	84	41	78	22	138
18	180	75	9,5	12	—	—	38	37	40	35	—	—	40	100	43	94	24	156
20	200	80	10	13	—	—	39	41	42	38	—	—	42	116	45	110	26	174

I-Eisen.

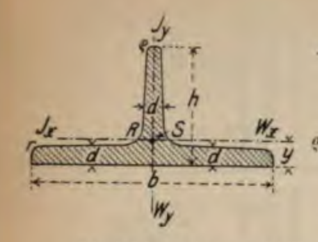
Flanschflächen = 14 %.
Steg und Flansch $R = d$.
inneren Flanschkanten $r = 0,6\ d$.
der Kante gemessen, u. zw. ist $t \backsim 1,5\ d$.
eines I, für J_y und die Kraft 1 t/cm² auf Brutto-Querschnitt gerechnet.

Netto-Querschnitt bei Abzug von 4 Nieten in den Flanschen					Netto-Widerstandsmomente bei Abzug je eines Nietes im oberen und unteren Flansch					Profil-Nr.
$d = 13$ mm F_1 cm²	$d = 16$ mm F_2 cm²	$d = 20$ mm F_3 cm²	$d = 23$ mm F_4 qcm	$d = 26$ mm F_5 cm²	$d = 13$ mm W_{x1} cm³	$d = 16$ mm W_{x2} cm³	$d = 20$ mm W_{x3} cm³	$d = 23$ mm W_{x4} cm³	$d = 26$ mm W_{x5} cm³	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	16
20,1	—	—	—	—	118	—	—	—	—	17
22,5	—	—	—	—	139	—	—	—	—	18
24,9	—	—	—	—	161	—	—	—	—	19
27,5	—	—	—	—	188	—	—	—	—	20
30,2	28,8	—	—	—	215	209	—	—	—	21
33,2	31,7	—	—	—	247	239	—	—	—	22
36,1	34,5	—	—	—	280	272	—	—	—	23
39,3	37,7	—	—	—	317	308	—	—	—	24
42,6	41,0	—	—	—	357	348	—	—	—	25
46,0	44,3	—	—	—	399	389	—	—	—	26
49,5	47,7	45,3	—	—	—	434	420	—	—	27
—	51,3	48,8	—	—	—	480	465	—	—	28
—	54,8	52,2	—	—	—	529	513	—	—	29
—	58,6	56,0	—	—	—	583	565	—	—	30
—	66,6	63,9	—	—	—	702	682	—	—	32
—	75,0	72,1	69,9	—	—	833	810	794	—	34
—	—	81,4	79,1	—	—	987	962	943	—	36
—	—	90,6	88,1	—	—	—	1123	1102	—	38
—	—	101	98,1	95,5	—	—	1304	1281	1258	40
—	—	114	111	108	—	—	1564	1538	1512	42½
—	—	128	125	122	—	—	1844	1814	1785	45
—	—	143	139	136	—	—	2157	2125	2092	47½
—	—	157	154	151	—	—	2508	2471	2435	50
—	—	188	184	181	—	—	3307	3263	3215	55

19. Wurzelmaſse für ⊤-Eisen.



Profil-Nr.	Breite b	Höhe h	Dicke d	d = 13 mm a	d = 13 mm b	d = 16 mm a	d = 16 mm b	d = 20 mm a	d = 20 mm b	d = 23 mm a	d = 23 mm b	d = 26 mm a	d = 26 mm b
				mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Breitfüſsige ⊤-Eisen. b : h = 2 : 1.													
8/4	80	40	7	42	19	—	—	—	—	—	—	—	—
9/4½	90	45	8	46	22	—	—	—	—	—	—	—	—
10/5	100	50	8,5	48	26	52	24	—	—	—	—	—	—
12/6	120	60	10	52	34	56	32	64	28	—	—	—	—
14/7	140	70	11,5	56	42	62	39	68	36	72	34	—	—
16/8	160	80	13	—	—	66	47	72	44	78	41	82	39
18/9	180	90	14,5	—	—	70	55	78	51	82	49	86	47
20/10	200	100	16	—	—	76	62	82	59	86	57	92	54
Hochstegige ⊤-Eisen. b : h = 1 : 1.													
8/8	80	80	9	48	16	—	—	—	—	—	—	—	—
9/9	90	90	10	52	19	—	—	—	—	—	—	—	—
10/10	100	100	11	56	22	—	—	—	—	—	—	—	—
12/12	120	120	13	62	29	66	27	—	—	—	—	—	—
14/14	140	140	15	68	36	72	34	78	31	—	—	—	—



18. Normale T-Eisen.

Abrundungshalbmesser:

do. in den Winkelecken $R = d$;

do. am Fuſse $r = 0{,}5\,d$;

do. am Stege $\varrho = 0{,}25\,d$, r rund ϱ, auf halbe mm abgerundet.

Neigungen bei breitfüſsigen ⊥-Eisen: Steg je 4%, Fuſs je 2%.

Neigungen bei hochstegigen ⊥-Eisen: Steg und Fuſs je 2%.

Die Dicken d sind in den Abständen $^{1}/_{2}\,h$ bzw. $^{1}/_{4}\,b$ von den Auſsenkanten gemessen.

Profil Nr.	Breite b	Höhe h	Dicke d	Querschnitt	Gewicht f. d. lfd m	Abstand d. Schwerpunktes y	Trägheitsmomente		Widerstandsmomente	
							J_x	J_y	W_x	W_y
	mm	mm	mm	cm²	kg	mm	cm⁴	cm⁴	cm³	cm³
Breitfüſsige T-Eisen. $b : h = 2 : 1$.										
$^{6}/_{3}$	60	30	5,5	4,64	3,64	6,7	2,58	8,62	1,11	2,87
$^{7}/_{3}\,^{1}/_{2}$	70	35	6	5,94	4,66	7,7	4,49	15,1	1,65	4,32
$^{8}/_{4}$	80	40	7	7,91	6,21	8,8	7,81	28,5	2,50	7,13
$^{9}/_{4}\,^{1}/_{2}$	90	45	8	10,2	8,0	10,0	12,7	46,1	3,64	10,2
$^{10}/_{5}$	100	50	8,5	12,0	9,42	10,9	18,7	67,7	4,78	13,5
$^{12}/_{6}$	120	60	10	17,0	13,3	13,0	38,0	137	8,09	22,8
$^{14}/_{7}$	140	70	11,5	22,8	17,9	15,1	68,9	258	12,6	36,9
$^{16}/_{8}$	160	80	13	29,5	23,2	17,2	117	422	18,6	52,8
$^{18}/_{9}$	180	90	14,5	37,0	29,0	19,3	185	670	26,1	74,4
$^{20}/_{10}$	200	100	16	45,4	35,6	21,4	277	1000	35,3	100
Hochstegige T-Eisen. $b : h = 1 : 1$.										
$^{2}/_{2}$	20	20	3	1,12	0,88	5,8	0,38	0,20	0,27	0,20
$2^{1}/_{2}\,2^{1}/_{2}$	25	25	3,5	1,64	1,29	7,3	0,87	0,43	0,49	0,34
$^{3}/_{3}$	30	30	4	2,26	1,77	8,5	1,72	0,87	0,80	0,58
$3^{1}/_{2}\,3^{1}/_{2}$	35	35	4,5	2,97	2,33	9,9	3,10	1,57	1,23	0,90
$^{4}/_{4}$	40	40	5	3,77	2,96	11,2	5,28	2,58	1,84	1,29
$4^{1}/_{2}\,4^{1}/_{2}$	45	45	5,5	4,67	3,67	12,6	8,13	4,01	2,51	1,78
$^{5}/_{5}$	50	50	6	5,66	4,45	13,9	12,1	6,06	3,36	2,42
$^{6}/_{6}$	60	60	7	7,94	6,23	16,6	23,8	12,2	5,48	4,05
$^{7}/_{7}$	70	70	8	10,6	8,32	19,4	44,5	22,1	8,79	6,32
$^{8}/_{8}$	80	80	9	13,6	10,7	22,2	73,7	37,0	12,8	9,25
$^{9}/_{9}$	90	90	10	17,1	13,4	24,8	119	58,5	18,2	13,0
$^{10}/_{10}$	100	100	11	20,9	16,4	27,4	179	88,3	24,6	17,7
$^{12}/_{12}$	120	120	13	29,6	23,2	32,8	366	178	42,0	29,7
$^{14}/_{14}$	140	140	15	39,9	31,3	38,0	660	330	64,7	47,2

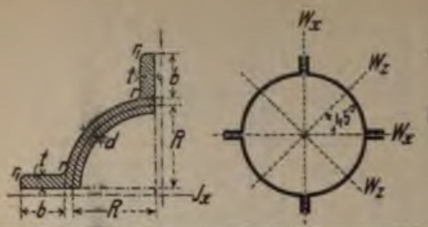
19. Wurzelmaße für T-Eisen.

Profil-Nr.	Breite b	Höhe h	Dicke δ	d = 13 mm a	d = 13 mm b	d = 16 mm a	d = 16 mm b	d = 20 mm a	d = 20 mm b	d = 23 mm a	d = 23 mm b	d = 26 mm a	d = 26 mm b
				mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
				Breitfüßige T-Eisen. b : h = 2 : 1.									
8/4	80	40	7	42	19	—	—	—	—	—	—	—	—
9/4½	90	45	8	46	22	—	—	—	—	—	—	—	—
10/5	100	50	8,5	48	26	52	24	—	—	—	—	—	—
12/6	120	60	10	52	34	56	32	64	28	—	—	—	—
14/7	140	70	11,5	56	42	62	39	68	36	72	34	—	—
16/8	160	80	13	—	—	66	47	72	44	78	41	82	39
18/9	180	90	14,5	—	—	70	55	78	51	82	49	86	47
20/10	200	100	16	—	—	76	62	82	59	86	57	92	54
				Hochstegige T-Eisen. b : h = 1 : 1.									
8/8	80	80	9	48	16	—	—	—	—	—	—	—	—
9/9	90	90	10	52	19	—	—	—	—	—	—	—	—
10/10	100	100	11	56	22	—	—	—	—	—	—	—	—
12/12	120	120	13	62	29	66	27	—	—	—	—	—	—
14/14	140	140	15	68	36	72	34	78	31	—	—	—	—

20. Handleisten-Eisen.

Obere Abrundung mit dem Halbmesser $R = B$.

Profil-Nr.	Abmessungen in mm											Quer-schnitt	Ge-wicht für 1 m	Ab-stand des Schwer-punktes x	Trägheits-momente		Widerstands-momente	
	B	H	b	h	R	d	r_1	r_2	ϱ	b_1	b_2				J_x	J_y	W_x	W_y
												cm²	kg	cm	cm⁴	cm⁴	cm³	cm³
4	40	18	20	10	40	8	6	4	2	18	30	4,20	3,30	1.03	0,82	6,07	0,80	3,03
6	60	27	30	15	60	12	9	6	3	27	45	9,46	7,43	1,54	4,14	30,7	2,69	10,2
8	80	36	40	20	80	16	12	8	4	36	60	16,8	13,2	2,05	13,1	97,1	6,38	24,3
10	100	45	50	25	100	20	15	10	5	45	75	26,3	20,7	2,57	32,0	237,0	12,5	47,4
12	120	54	60	30	120	24	18	12	6	54	90	37,8	29,7	3,08	66,3	491,5	21,5	81,9



21. Quadranteisen.

Abrundungshalbmesser
$r = 0{,}12\,R$;
$r_1 = 0{,}06\,R$.
l = freie Länge bei fünffacher Sicherheit auf J_z für 1 t/cm² auf Brutto-Querschnitt gerechnet.

Profil-Nr.	Abmessungen in mm				Querschnitt des vollen Rohres	Gewicht des vollen Rohres f. 1 m	Trägheitsmoment des vollen Rohres	Widerstandsmomente des vollen Rohres		Freie Länge l
	R	b	d	t	cm²	kg	cm⁴	$W_z = max$ cm³	$W_x = min$ cm³	cm
5	50	35	4	6	29,8	23,4	576	89,3	66,2	286
5	50	35	8	8	48,0	37,7	906	135	102	283
7½	75	40	6	8	54,9	43,1	2068	237	175	399
7½	75	40	10	10	80,2	63,0	2982	331	248	399
10	100	45	8	10	88,1	69,2	5511	501	370	515
10	100	45	12	12	120	94,6	7478	663	495	514
12½	125	50	10	12	129	102	12161	917	676	632
12½	125	50	14	14	169	133	15788	1165	867	629
15	150	55	12	14	179	141	23637	1515	1120	748
15	150	55	18	17	249	195	32738	2051	1530	746



22. Wurzelmaße für Quadranteisen.

Profil-Nr.	Abmessungen in mm				$d = 13$ mm		$d = 16$ mm	
	R	b	d	t	a mm	e mm	a mm	e mm
5	50	35	4	6	19	20	—	—
5	50	35	8	8	23	20	—	—
7½	75	40	6	8	23,5	22,5	—	—
7½	75	40	10	10	28	22	—	—
10	100	45	8	10	28	25	30,5	22,5
10	100	45	12	12	32	25	34,5	22,5
12½	125	50	10	12	32,5	27,5	35	25
12½	125	50	14	14	36	28	38,5	25,5
15	150	55	12	14	37,5	29,5	40	27
15	150	55	18	17	43	30	45,5	27,5

23. Belag-Eisen (Zorés-Eisen).

Abrundungshalbmesser bei 1 = t;
" " 2 = s;
" " 3 = s — 0,5 mm;
" " 4 = 0,6 s + 1,3 mm.

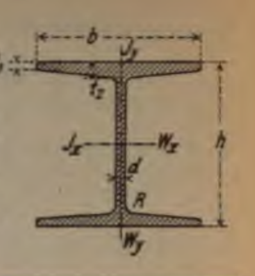
Profil-Nr.	Höhe h	Breite: untere b	Breite: obere a	Breite: am Fuſse c	Dicke: Steg s	Dicke: Fuſs und Kopf t	Querschnitt	Gewicht f. 1 m	Trägheitsmoment J_y	Trägheitsmoment J_x	Widerstandsmoment W_x	Nietabstand e in mm: $d = 6$ mm	Nietabstand e in mm: $d = 8$ mm	Nietabstand e in mm: $d = 10$ mm
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	cm²	kg	cm⁴	cm⁴	cm³			
5	50	120	33	21	3	5	6,71	5,27	86,4	23,2	9,27	9	—	—
6	60	140	38	24	3,5	6	9,34	7,33	164	47,2	15,8	10,5	—	—
7½	75	170	45,5	28,5	4	7	13,2	10,4	347	105	27,9	13,5	12	—
9	90	200	53	33	4,5	8	17,9	14,1	651	206	45,8	—	15,5	14
11	110	240	63	39	5	9	24,1	18,9	1272	421	76,5	—	20	18,5

25. Breitflanschige I-Eisen (Grey-Träger)

der Deutsch-Luxemburgischen Bergwerks- und Hütten-Aktien-Ges., Abteilung Differdingen (Luxemburg).

Neigung der inneren Flanschflächen = 9 %.

Abrundungshalbmesser zwischen Steg und Flansch $R = d$.



Profil-Nr.	Höhe h	Breite b	Dicke			Querschnitt	Gewicht für 1 m	Trägheitsmomente		Widerstandsmomente		Profil-Nr.
			Steg d	Flansch								
				t_1	t_2			J_y	J_x	W_y	W_x	
	mm	mm	mm	mm	mm	cm²	kg	cm⁴	cm⁴	cm³	cm³	
18 *B*	180	180	8,5	9,0	16,72	59,9	47,0	3 512	1 073	390	119	18 *B*
20 *B*	200	200	8,5	9,5	18,12	70,4	55,3	5 171	1 568	517	157	20 *B*
22 *B*	220	220	9	10	19,5	82,6	64,8	2216	7 379	201	671	22 *B*
24 *B*	240	240	10,0	10,5	20,85	96,8	76,0	3 043	10 260	254	855	24 *B*
25 *B*	250	250	10,5	10,9	21,7	105,1	82,5	3 575	12 066	286	965	25 *B*
26 *B*	260	260	11,0	11,7	22,9	115,6	90,7	4 261	14 352	328	1104	26 *B*
27 *B*	270	270	11,25	11,95	23,6	123,2	96,7	4 920	16 529	365	1224	27 *B*
28 *B*	280	280	11,5	12,35	24,4	131,8	103,4	5 671	19 052	405	1361	28 *B*
29 *B*	290	290	12,0	12,7	25,2	141,1	110,8	6 417	21 866	443	1508	29 *B*
30 *B*	300	300	12,5	13,25	26,25	152,1	119,4	7 494	25 201	500	1680	30 *B*
32 *B*	320	300	13,0	14,1	27,0	160,7	126,2	7 867	30 119	524	1882	32 *B*
34 *B*	340	300	13,4	14,6	27,5	167,4	131,4	8 097	35 241	540	2073	34 *B*
36 *B*	360	300	14,2	16,15	29,0	181,5	142,5	8 793	42 479	586	2360	36 *B*
38 *B*	380	300	14,8	17,0	29,8	191,2	150,1	9 175	49 496	612	2605	38 *B*
40 *B*	400	300	15,5	18,2	31,0	203,6	159,8	9 721	57 834	648	2892	40 *B*
42½ *B*	425	300	16,0	19,0	31,75	213,9	167,9	10 078	68 249	672	3212	42½ *B*
45 *B*	450	300	17,0	20,3	33,0	229,3	180,0	10 668	80 887	711	3595	45 *B*
47½ *B*	475	300	17,6	21,35	34,0	242,0	190,0	11 142	94 811	743	3992	47½ *B*
50 *B*	500	300	19,4	22,6	35,2	261,8	205,5	11 718	111 283	781	4451	50 *B*
55 *B*	550	300	20,6	24,5	37,0	288,0	226,1	12 582	145 957	839	5308	55 *B*
60 *B*	600	300	20,8	24,7	37,2	300,6	236,0	12 672	179 303	845	5977	60 *B*
65 *B*	650	300	21,1	25,0	37,5	314,5	246,9	12 814	217 402	854	6690	65 *B*
75 *B*	750	300	21,1	25,0	37,5	335,7	263,4	12 823	302 560	855	8068	75 *B*

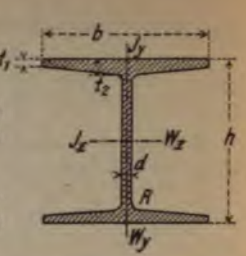
Profil Nr.	Abmessungen in mm				Querschnitt	Gewicht f. d. lfd. m	Abstand d. Schwerpunktes		Trägheitsmomente				tg φ
							ξ	η	J_ξ	J_η	$J_x = max$	$J_y = min$	
	b	a	d	R	cm²	kg	mm	mm	cm⁴	cm⁴	cm⁴	cm⁴	
7½/15	75	150	9	10,5	19,5	15,3	15,7	52,8	456,3	79,9	485	51,2	0,270
			11		23,6	18,5	16,5	53,8	545,7	94,8	578	62,5	0,257
7½/17	75	170	9	11,5	21,4	16,8	14,8	62,1	632,4	82,1	660	54,5	0,217
			11		25,9	20,3	15,6	62,7	767,9	102,0	803	66,9	0,209
8/12	80	120	9	11	17,3	13,6	19,1	38,8	251,0	90,4	289	52,4	0,436
8/16	80	160	9	13	21,0	16,5	16,5	55,8	554,3	94,8	588	61,1	0,262
9/10	90	100	9	12	16,4	12,9	24,2	29,1	145,6	119,0	219	55,6	0,797
			12		21,5	16,9	25,4	30,3	199,8	152,3	2[illegible]0	72,1	0,793
9/11	90	110	9	12	17,3	13,6	23,2	33,0	204,3	122,4	265	61,7	0,654
			12		22,7	17,8	24,4	34,2	262,8	156,4	339	80,2	0,649
9/12	90	120	9	12	18,2	14,3	22,2	37,0	261,0	125,8	318	68,8	0,524
			12		23,9	18,8	23,4	38,3	334,6	161,6	409	87,2	0,520
9/13	90	130	9	12	19,1	15,0	21,4	41,1	325,7	128,5	381	73,2	0,467
			12		25,1	19,7	22,6	42,4	419,7	164,8	491	93,5	0,465
9/14	90	140	9	12	20,0	15,7	20,6	45,3	399,1	131,1	454	76,2	0,409
			12		26,3	20,6	21,9	46,6	517,1	167,4	586	98,5	0,406
9/15	90	150	9	12,5	20,9	16,4	19,9	49,4	482,9	132,7	535	80,6	0,359
			11		25,3	19,9	20,7	50,3	579,4	158,6	642	96,0	0,358
			13		29,7	23,3	21,5	51,2	671,1	182,2	743	110,3	0,357
9/16	90	160	9	12,5	21,8	17,1	19,3	53,7	578,0	134,3	629	83,3	0,322
			11		26,4	20,7	20,1	54,7	693,1	160,8	754	99,9	0,320
			13		31,0	24,3	20,9	55,5	804,4	184,6	874	115,0	0,319
9/17	90	170	9	12,5	22,7	17,8	18,7	58,1	683,2	136,7	734	85,9	0,291
			11		27,5	21,6	19,5	59,0	819,6	163,4	880	103	0,288
			13		32,3	25,4	20,3	59,9	952,1	187,9	1021	119	0,300
9/20	90	200	9	12,5	25,4	19,9	17,2	71,4	1068,9	141,4	1119	91,3	0,227
			11		30,8	24,2	18,0	72,4	1285,8	169,2	1342	113	0,220
			13		36,2	28,4	18,8	73,3	1494,9	195,1	1561	129	0,219
9/22½	90	225	9	12,5	27,7	21,7	16,3	82,8	1476,4	143,4	1523	96,8	0,186
			11		33,6	26,4	17,0	83,8	1775,1	172,9	1830	118	0,181
			13		39,4	30,9	17,8	84,7	2066,8	200,2	2131	136	0,181
9/25	90	250	9	12,5	29,9	23,5	15,3	94,4	1966,0	148,0	2011	103	0,156
			11		36,3	28,5	16,1	95,4	2371,6	177,4	2424	125	0,154
			13		42,7	33,5	17,0	96,5	2759,4	203,6	2821	142	0,154
10/12	100	120	9	12	19,1	15,0	25,6	35,5	270,8	170,3	354	87,1	0,681
			12		25,1	19,7	26,8	36,7	342,3	218,7	452	109	0,678
10/13	100	130	10	13	22,1	17,3	25,0	39,7	367,0	187,9	456	98,9	0,577
			13		28,3	22,2	26,2	41,0	462,3	236,7	574	125	0,574
10/14	100	140	10	13	23,1	18,1	24,1	43,8	451,7	192,3	538	106	0,499
			13		29,6	23,2	25,3	45,1	571,0	242,0	678	135	0,495
10/15	100	150	10	13	24,1	18,9	23,3	47,9	546,8	196,2	631	112	0,437
			13		30,9	24,3	24,5	49,2	692,0	247,0	798	141	0,435
10/16	100	160	10	13	25,1	19,7	22,6	52,2	656,2	198,8	738	117	0,390
			13		32,2	25,3	23,8	53,3	836,4	250,6	937	150	0,382
10/20	100	200	10	15	29,2	22,9	20,1	69,3	1202,5	210,5	1279	134	0,263
			12		34,8	27,3	21,0	70,3	1443,5	246,5	1530	160	0,261
11½/17	115	170	10	13,5	27,7	21,7	26,5	53,6	817,0	305,0	948	174	0,451
			12		32,9	25,8	27,3	54,5	964,7	359,3	1117	207	0,448
			14		38,1	29,9	28,1	55,3	1106,8	410,2	1280	237	0,447

25. Breitflanschige I-Eisen (Grey-Träger)

der Deutsch-Luxemburgischen Bergwerks- und Hütten-Aktien-Ges., Abteilung Differdingen (Luxemburg).

Neigung der inneren Flanschflächen = 9 %.

Abrundungshalbmesser zwischen Steg und Flansch $R = d$.



Profil-Nr.	Höhe h	Breite b	Dicke: Steg d	Dicke: Flansch t_1	Dicke: Flansch t_2	Querschnitt	Gewicht für 1 m	Trägheitsmomente J_y	Trägheitsmomente J_x	Widerstandsmomente W_y	Widerstandsmomente W_x	Profil-Nr.
	mm	mm	mm	mm	mm	cm²	kg	cm⁴	cm⁴	cm³	cm³	
18 *B*	180	180	8,5	9,0	16,72	59,9	47,0	3512	1073	390	119	18 *B*
20 *B*	200	200	8,5	9,5	18,12	70,4	55,3	5171	1568	517	157	20 *B*
22 *B*	220	220	9	10	19,5	82,6	64,8	2216	7379	201	671	22 *B*
24 *B*	240	240	10,0	10,5	20,85	96,8	76,0	3043	10260	254	855	24 *B*
25 *B*	250	250	10,5	10,9	21,7	105,1	82,5	3575	12066	286	965	25 *B*
26 *B*	260	260	11,0	11,7	22,9	115,6	90,7	4261	14352	328	1104	26 *B*
27 *B*	270	270	11,25	11,95	23,6	123,2	96,7	4920	16529	365	1224	27 *B*
28 *B*	280	280	11,5	12,35	24,4	131,8	103,4	5671	19052	405	1361	28 *B*
29 *B*	290	290	12,0	12,7	25,2	141,1	110,8	6417	21866	443	1508	29 *B*
30 *B*	300	300	12,5	13,25	26,25	152,1	119,4	7494	25201	500	1680	30 *B*
32 *B*	320	300	13,0	14,1	27,0	160,7	126,2	7867	30119	524	1882	32 *B*
34 *B*	340	300	13,4	14,6	27,5	167,4	131,4	8097	35241	540	2073	34 *B*
36 *B*	360	300	14,2	16,15	29,0	181,5	142,5	8793	42479	586	2360	36 *B*
38 *B*	380	300	14,8	17,0	29,8	191,2	150,1	9175	49496	612	2605	38 *B*
40 *B*	400	300	15,5	18,2	31,0	203,6	159,8	9721	57834	648	2892	40 *B*
42½ *B*	425	300	16,0	19,0	31,75	213,9	167,9	10078	68249	672	3212	42½ *B*
45 *B*	450	300	17,0	20,3	33,0	229,3	180,0	10668	80887	711	3595	45 *B*
47½ *B*	475	300	17,6	21,35	34,0	242,0	190,0	11142	94811	743	3992	47½ *B*
50 *B*	500	300	19,4	22,6	35,2	261,8	205,5	11718	111283	781	4451	50 *B*
55 *B*	550	300	20,6	24,5	37,0	288,0	226,1	12582	145957	839	5308	55 *B*
60 *B*	600	300	20,8	24,7	37,2	300,6	236,0	12672	179303	845	5977	60 *B*
65 *B*	650	300	21,1	25,0	37,5	314,5	246,9	12814	217402	854	6690	65 *B*
75 *B*	750	300	21,1	25,0	37,5	335,7	263,4	12823	302560	855	8068	75 *B*

26. Wellbleche.

Für gröfsere Blechstärken als 1 mm lassen sich Widerstandsmomente, Querschnitte und Gewichte angenähert durch Multiplikation mit der betreffenden Blechdicke (in mm) ermitteln; bei genauerer Rechnung ist für die Widerstandsmomente $\delta H:(H+\delta)$ als Faktor zu nehmen.

Die angegebenen Gewichte gelten für Flufseisen-Schwarzblech im unverzinkten Zustande; die beiderseitige Verzinkung verursacht ein Mehrgewicht von ca. 0,6 kg/m² des ebenen (ungewellten) Bleches.

Flache Wellbleche.

Wellenbreite B	Wellenhöhe H	Querschnitt f. 1 m Tafelbreite	Gewicht f. 1 qm Wellblech	Widerstandsmoment f. 1 m Tafelbreite	Wellenbreite B	Wellenhöhe H	Querschnitt f. 1 m Tafelbreite	Gewicht f. 1 qm Wellblech	Widerstandsmoment f. 1 m Tafelbreite
		und f. 1 mm Blechstärke					und f. 1 mm Blechstärke		
mm	mm	cm²	kg	cm³	mm	mm	cm²	kg	cm³
60	30	15,7	12,3	11,4	140	70	15,7	12,3	26,7
60	25	14,1	11,1	8,9	150	60	13,8	10,8	20,6
70	35	15,7	12,3	13,3	150	75	15,7	12,3	28,6
75	30	13,8	10,8	10,3	160	65	13,9	10,9	22,6
80	40	15,7	12,3	15,2	160	80	15,7	12,3	30,5
85	35	14,0	11,0	12,4	170	85	15,7	12,3	32,4
90	45	15,7	12,3	17,1	175	70	13,8	10,8	24,0
100	40	13,8	10,8	13,8	180	90	15,7	12,3	34,4
100	50	15,7	12,3	19,0	185	75	13,9	10,9	26,1
110	45	14,0	11,0	15,8	190	95	15,7	12,3	36,3
110	55	15,7	12,3	20,9	200	80	13,8	10,8	27,5
120	60	15,7	12,3	22,9	200	100	15,7	12,3	38,2
125	50	13,8	10,8	17,2	220	110	15,7	12,3	42,0
130	65	15,7	12,3	24,8	240	120	15,7	12,3	45,8
135	55	13,9	10,9	19,2	250	100	13,8	10,8	34,4

Trägerwellbleche.

Wellenbreite B	Wellenhöhe H	Querschnitt f. 1 m Tafelbreite	Gewicht f. 1 qm Wellblech	Widerstandsmoment f. 1 m Tafelbreite	Wellenbreite B	Wellenhöhe H	Querschnitt f. 1 m Tafelbreite	Gewicht f. 1 qm Wellblech	Widerstandsmoment f. 1 m Tafelbreite
60	40	19,0	14,9	18,0	100	100	25,7	20,2	56,0
60	60	25,7	20,2	34,6	100	120	29,7	23,3	78,5
70	70	25,7	20,2	40,4	105	70	19,0	14,9	31,7
75	50	19,0	14,9	22,6	110	110	25,7	20,2	62,9
75	75	25,7	20,2	43,2	120	80	19,0	14,9	36,3
75	90	29,7	23,3	58,9	120	120	25,7	20,2	69,7
80	80	25,7	20,2	46,3	135	90	19,0	14,9	40,8
90	60	19,0	14,9	27,2	150	100	19,0	14,9	45,3
90	90	25,7	20,2	52,2	165	110	19,0	14,9	49,9
90	110	30,2	23,7	72,6	180	120	19,0	14,9	54,4

27. Wellbleche

von Hein, Lehmann & Co., Akt.-Ges., Berlin N.

Normal-Profil	Wellen-breite B	Wellen-höhe H	Quer-schnitt für 1 m Tafel-breite	Gewicht für 1 qm Well-blech	Wider-stands-moment für 1 m Tafel-breite	Größte Bau-breite	Normal-Profil	Wellen-breite B	Wellen-höhe H	Quer-schnitt für 1 m Tafel-breite	Ge-wicht für 1 qm Well-blech	Wider-stands-moment für 1 m Tafel-breite	Größte Bau-breite
			und für 1 mm Blechstärke							und für 1 mm Blechstärke			
Nr.	mm	mm	cm²	kg	cm³	mm	Nr.	mm	mm	cm²	kg	cm³	mm
		Flache Wellbleche.							Trägerwellbleche.				
2½/10	100	25	11,6	9,1	7,5	900	5	100	50	15,70	12,3	17,0	700
3/10	100	30	12,26	9,6	9,48	900	6	100	60	17,70	13,9	25,2	600
3½/10	100	35	13,02	10,2	11,62	800	7	100	70	19,70	15,5	33,0	500
4/10	100	40	13,86	10,9	13,92	800	8	100	80	21,70	17,0	40,5	500
4½/10	100	45	14,80	11,5	16,38	700	9	100	90	23,70	18,6	48,4	400
2½/15	150	25	10,72	8,5	6,83	900							
3/15	150	30	11,02	8,6	8,52	900							
3½/15	150	35	11,38	8,9	10,31	900							
4/15	150	40	11,80	9,3	12,21	900							
4½/15	150	45	12,26	9,6	14,22	750							
5/15	150	50	12,75	10,0	16,33	750							
6/15	150	60	13,91	10,9	17,97	750							

Die Gewichte gelten für unverzinkte Bleche.

28. Wellbleche

der Tillmannschen Eisenbau-Aktien-Gesellschaft, Remscheid.

Bem. Es ist im Interesse einer raschen Lieferung zu empfehlen, die fettgedruckten Profile zu wählen.

Flache Wellbleche.

Profil Nr.	Wellenbreite *B*	Wellenhöhe *H*	Querschnitt f. 1 m Tafelbreite	Gewicht f. 1 qm Wellblech	Widerstandsmoment f. 1 m Tafelbreite	Baubreite	Profil-Nr.	Wellenbreite *B*	Wellenhöhe *H*	Querschnitt f. 1 m Tafelbreite	Gewicht f. 1 qm Wellblech	Widerstandsmoment f. 1 m Tafelbreite	Baubreite
			und f. 1 mm Blechstärke							und f. 1 mm Blechstärke			
	mm	mm	cm^2	kg	cm^3	mm		mm	mm	cm^2	kg	cm^3	mm
1	**60**	**20**	**12,7**	**9,88**	**6,5**	**780**	9	130	25	10,9	8,46	7,0	910
2	75	25	12,7	9,88	8,2	750	**10**	**135**	**35**	**11,8**	**9,19**	**10,6**	**810**
3	**85**	**25**	**12,2**	**9,52**	**7,8**	**680**	11	150	35	11,4	8,87	10,3	750
4	100	25	11,7	9,13	7,5	800	**12**	**150**	**40**	**11,8**	**9,20**	**12,2**	**750**
5	100	30	12,2	9,55	9,6	800	**13**	**150**	**45**	**12,3**	**9,56**	**14,2**	**750**
6	**100**	**35**	**13,0**	**10,14**	**11,6**	**700**	14	150	50	12,7	9,93	16,0	750
7	**100**	**40**	**14,1**	**11,00**	**13,9**	**700**	**15**	**150**	**60**	**14,0**	**10,91**	**20,9**	**600**
8	**122**	**29**	**11,5**	**8,95**	**8,6**	**854**	16	230	75	12,6	9,83	24,3	690
							17	250	60	11,5	8,95	17,8	750

Trägerwellbleche.

18	20	10	15,7	12,24	3,9	—	32	100	70	19,7	15,37	32,6	500
19	30	15	15,7	12,24	5,83	—	**33**	100	75	20,7	16,15	36,4	500
20	**40**	**20**	**15,7**	**12,24**	**7,8**	**600**	34	100	80	21,7	16,93	40,3	400
21	**66**	**34**	**15,8**	**12,29**	**13,5**	**660**	35	100	85	22,7	17,70	44,5	400
22	90	45	15,7	12,24	17,5	630	36	100	90	23,7	18,49	48,8	400
23	90	50	16,8	13,08	20,5	540	37	100	95	24,7	19,27	53,3	400
24	90	55	17,9	13,95	23,8	540	38	100	100	25,7	20,05	58,0	400
25	90	60	19,0	14,80	27,2	540	39	120	80	19,0	14,82	36,3	480
26	90	65	20,1	15,68	30,8	450	40	120	90	20,7	16,12	43,8	480
27	**90**	**70**	**21,2**	**16,55**	**34,7**	**450**	41	120	100	22,3	17,42	51,7	480
28	90	75	22,3	17,42	38,7	450	42	120	110	24,0	18,70	60,3	480
29	**100**	**50**	**15,7**	**12,24**	**19,7**	**612**	**43**	**160**	**80**	**15,7**	**12,24**	**31,2**	**610**
30	**100**	**60**	**17,7**	**13,80**	**25,7**	**500**	**44**	**160**	**100**	**18,2**	**14,19**	**43,8**	**640**
31	100	65	18,7	14,58	29,1	500	45	160	50	24,4	19,06	83,4	640

Die Gewichte gelten für unverzinkte Bleche.

ANHANG.

Verzeichnis

aller in Deutschland gewalzten I- und [-Eisen.

(Von G. Schimpff in Altona ausgearbeitet.)

Die in Betracht kommenden Werke sind in folgendem Verzeichnis angegeben; die hinzugefügte Jahreszahl bezieht sich auf die benutzten Profilbücher, die eingeklammert beigesetzten Abkürzungen entsprechen den in der Tabelle benutzten Bezeichnungen.

Aachener Hütten-Aktien-Verein, Rothe Erde (**R. E.**) (1904).

Deutsch-Luxemburgische Bergwerks- u. Hütten-Aktien-Gesellschaft, Differdingen (**Diff.**) (1904).

Gewerkschaft Deutscher Kaiser, Bruckhausen (**D. K.**) (1903).

Gutehoffnungshütte, Aktien-Verein für Bergbau und Hüttenbetrieb, Oberhausen (**G.**) (1902).

Hoerder Bergwerks- und Hütten-Verein Hoerde (**H.V.**) (1901).

Lothringer Hüttenverein Aumetz-Friede, Kneuttingen (Lothringen) (**A. F.**) (1903).

Luxemburger Bergwerks- und Saarbrücker Eisen-Hütten-Aktien-Gesellschaft, Burbacher Hütte, Burbach bei Saarbrücken (**B.**) (1904).

Oberschlesische Eisenbahnbedarfs-Aktien-Gesellschaft, Friedenshütte O. S. (**F.**) (1901).

Röchlingsche Eisen- und Stahlwerke, G. m. b. H., Völklingen (Saar) (**V.**) (1903).

Rombacher Hüttenwerke, Rombach (Lothringen) (**R.**) (1903).

Gebr. Stumm, Neunkirchen (Reg.-Bez. Trier) (**St.**) (1899).

Union Aktien-Gesellschaft für Bergbau, Eisen- und Stahl-Industrie, Dortmund (**U.**) (1900).

Vereinigte Königs- und Laurahütte, Aktien-Gesellschaft für Bergbau und Hüttenbetrieb, Königshütte O. S. (**K.**) (1900).

de Wendel & Co., Hayingen (Lothringen) (**Hy.**) (1904).

Die Gewichtsangaben beziehen sich auf Flufseisen (spez. Gewicht 7,85). Für die Werte des Querschnitts, des Momentes und des Schwerpunktabstandes wurden die Angaben der Werke benutzt, soweit sie sich in den Profilbüchern fanden oder dem Herausgeber von den Werken zur Verfügung gestellt wurden; die fehlenden Werte wurden unter Berücksichtigung der Schrägen und Abrundungen neu berechnet. Die Angaben der Werke wurden im allgemeinen als richtig vorausgesetzt; eine Neurechnung aller Werte nach einheitlichen Gesichtspunkten hätte die Kräfte des einzelnen weit überstiegen. Nachprüfungen und Berichtigungen der angegebenen Werte wurden nur insoweit vorgenommen, als sich Ungenauigkeiten oder Unrichtigkeiten beim Vergleich mit den jedesmal benachbarten Profilen herausstellten oder sich auf andere Weise ergab, dafs Schrägen und Abrundungen von dem betreffenden Werk durchweg nicht berücksichtigt waren. Hieraus erklären sich die zum Teil erheblichen Abweichungen von den Profilheften der Walzwerke. Wo sich Angaben über die Gröfse der Schräge und die Abrundungshalbmesser nicht fanden, mufste ihr Einflufs geschätzt werden.[1])

Profile verschiedener Walzwerke, deren Abmessungen sich nur um geringe Bruchteile voneinander unter-

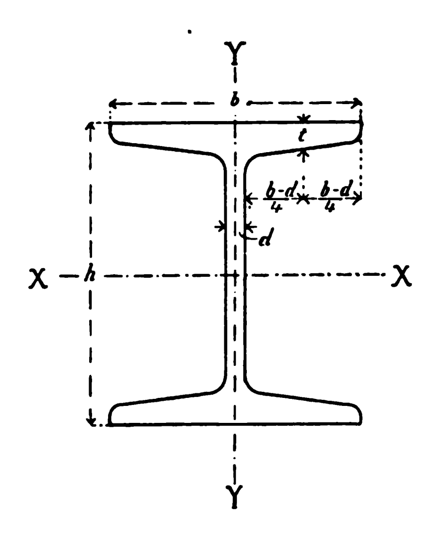
---

[1]) Vgl. Seite 600.

scheiden, wurden zusammengefaſst und in der Tabelle die Werte des in der letzten Spalte jedesmal an erster Stelle genannten Walzwerks eingesetzt.

Besonders angegeben ist für alle I-Eisen die »freie Länge«, d. h. die Länge, bei der für einen auf Knicken beanspruchten, nicht eingespannten Stab die Knicksicherheit eine fünffache ist, wenn der Querschnitt eine Beanspruchung von 1,0 t/cm² erfährt. Diese Zahl ist maſsgebend für die Beurteilung der Frage, ob sich das betreffende Profil zur Säule oder zum gedrückten Stab eignet.

I-Eisen.



Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
73	89	10	10	23,1	18,0	190	52,0	101	136	D. K. No. $\frac{2^7/_8}{3^1/_2}$ min.; U. No. 3.
73	92	13	10	25,2	19,8	200	54,7	112	137	D. K. No. $\frac{2^7/_8}{3^1/_2}$ max.
76	76	4,6	8	15,0	11,8	150	39,3	50,0	118	B. No. $\frac{76}{76}$ min.; Hy. No. $\frac{76}{76}$a.
76	76	5	8	15,2	11,9	151	39,7	50,4	118	D. K. No. $\frac{3}{3}$ min.
76	76	5,8	8	16,0	12,6	154	40,5	51,0	116	Hy. No $\frac{76}{76}$ B. S. B. 2.
76,2	76,2	4	8,5	15,1	11,9	156	41	52,8	121	V. $\frac{76,2}{76,2}$ min.
76	79	8	8	17,4	13,6	162	42,6	56,7	117	D. K. No. $\frac{3}{3}$ max.
76	82	10,6	8	19,8	15,5	172	45,1	63,6	116	Hy. No. $\frac{76}{76}$b; B. $\frac{76}{76}$ max.
76,2	82,2	10	8,5	19,7	15,5	178	46,0	67,4	120	V. No. $\frac{76,2}{76,2}$ max.
78,5	52,5	5	7,7	11,4	8,95	112	28,6	16,2	77,3	R. E. No. $\frac{78,5}{52,5}$ min.
78,5	57,5	10	7,7	15,3	12,0	134	34,2	22,8	77,3	R. E. No. $\frac{78,5}{52,5}$ max.
78,5	78,5	6	7,2	15,3	12,0	150	38,3	47,1	114	R. E No. $\frac{78,5}{78,5}$ min.
78,5	78,5	6,5	8	16,8	13,2	170	43,3	55,6	118	D. K. No. $\frac{3^3/_{32}}{3^3/_{32}}$ min.; V. No. 1a; U. No. 4
78,5	83,5	11	7,2	19,2	15,1	179	45,6	58,1	113	R. E. No. $\frac{78,5}{78,5}$ max.
78,5	81,5	9,5	8	19,0	14,9	181	46,1	62,4	118	D. K. No. $\frac{3^3/_{32}}{3^3/_{32}}$ max.

Höhe h mm	Flanschenbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschenstärke t mm	Querschnitt F cm^2	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm^4	W_x cm^3	J_y cm^4	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
80	*42*	*3,9*	*5,9*	*7,57*	*5,95*	*77,7*	*19,4*	*6,28*	*59,2*	*Normal-Profil No. 8.*
80	47	8,9	5,9	11,6	9,11	99,0	24,7	9,17	57,9	R. E. und B. N-P. No. 8 max.
90	*46*	*4,2*	*6,3*	*8,99*	*7,06*	*117*	*25,9*	*8,76*	*64,2*	*Normal-Profil No. 9.*
90	51	9,2	6,3	13,5	10,6	147	32,7	12,4	62,3	R. E. und B. N-P. No. 9 max.
100	*50*	*4,5*	*6,8*	*10,6*	*8,33*	*170*	*34,1*	*12,2*	*69,6*	*Normal-Profil No. 10.*
100	55	9,5	6,8	15,6	12,2	212	42,3	16,6	83,2	R. E. und B. N-P. No. 10 max.
101,5	76	5,5	7,9	17,0	13,4	292	59,2	49,5	111	B. No. $\frac{101,5}{76}$ min.
101,6	76,2	6,4	7,9	17,5	13,7	298	57,1	49,1	109	A. F. No. $\frac{4}{3}$ min.
101,6	76,2	4,5	8,5	16,7	13,1	300	59,1	52,8	116	R. E. No. $\frac{102}{76}$ min.
101,6	76,2	4	9	17,2	13,5	322	60,3	56,5	117	V. No. $\frac{101,6}{76,2}$ min.
101,6	80,9	11,1	7,9	22,2	17,4	339	66,7	60,2	107	A. F. No. $\frac{4}{3}$ max.
101,6	81,2	9,5	8,5	21,8	17,1	344	67,7	62,3	110	R. E. No. $\frac{102}{76}$ max.
101,5	82	11	7,9	23,1	18,1	344	68,9	63,0	107	B. No. $\frac{101,5}{76}$ max.
101,6	83,2	11	9	24,3	19,1	375	75,3	75,3	114	V. No. $\frac{101,6}{76,2}$ max.
101,6	76,2	9,5	11,1	24,5	19,2	387	76,2	74,0	113	A. F. No. $\frac{4}{3}$ min.
101,6	80	13,5	11,1	28,7	22,5	423	83,3	87,0	113	A. F. No. $\frac{4}{3}$ max.
102	76	5	8	16,4	12,9	292	57	49,2	112	R. No. 4'' × 3'' min.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
102	76	5,3	8	17,1	13,4	297	58,3	50,4	112	D K. No. $\frac{4}{3}$ min.; Hy. No. $\frac{102}{76}$a.
102	76	5	8,5	16,9	13,2	307	60,4	53,3	116	H. V. No. 10 E; Hy. No. $\frac{102}{76}$ B. S. B. 4.
102	79	8,3	8	19,8	15,5	324	63,5	56,7	111	D. K. No. $\frac{4}{3}$ max.
102	80	9	8	20,2	15,9	331	64,9	58,4	111	R. No. 4″ × 3″ max.
102	82	11,3	8	23,3	18,4	350	68,7	63,3	107	Hy. No. $\frac{102}{76}$b.
110	*54*	*4,8*	*7,2*	*12,3*	*9,65*	*238*	*43,3*	*16,2*	*74,8*	*Normal-Profil No. 11.*
110	59	9,8	7,2	17,8	14,0	293	53,4	21,7	71,5	R. E. und B. N-P. No. 11 max.
115	86	8	10	24,8	19,5	533	92,6	91,5	125	R. E. No. $\frac{115}{86}$ min.
115	91	13	10	30,6	24,0	596	104	111	124	R. E. No. $\frac{115}{86}$ max.
120	44	4,5	6,8	11,2	8,79	236	39,3	8,77	57	Hy. No. $\frac{120}{44}$a.
120	44	5,6	6,8	12,3	9,66	252	42,0	8,85	55	Hy. No. $\frac{120}{44}$ B. S. B. 5.
120	50	10,5	6,8	18,5	14,5	322	53,7	12,3	53	Hy. No. $\frac{120}{44}$b.
120	*58*	*5,1*	*7,7*	*14,2*	*11,2*	*327*	*54,5*	*21,4*	*80*	*Normal-Profil No. 12.*
120	63	10,1	7,7	20,2	15,9	399	66,5	28,2	77	R. E. und B. N-P. No. 12 max.
121	44	4,5	6,6	10,8	8,48	232	38,3	9,23	60	D. K. No. $\frac{4^3/_4}{1^3/_4}$ min.
121	48	8,5	6,6	15,6	12,2	292	48,2	12,5	58	D. K. No. $\frac{4^3/_4}{1^3/_4}$ max.

h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	$\frac{kg}{m}$	cm⁴	cm³	cm⁴	l cm	Bezeichnung des Profils
125	75	6	8,5	19,1	15,0	476	76,2	51,4	107	V. No. 7a; St. No. 5; B. No. $\frac{12^1/_2}{7^1/_2}$ min.
125	80	11	8,25	25,3	19,9	568	91,3	63,4	103	B. No. $\frac{12^1/_2}{7^1/_2}$ max.
127	76	5,4	8	18,1	14,2	493	77,6	50,4	108	D. K. No. $\frac{5}{3}$ min.; Hy. No. $\frac{127}{76}$a.
127	76	6,4	7,9	19,3	15,2	508	80,6	48,8	102	A. F. No. $\frac{5}{3}$ min.
127	76	5,4	8,5	18,5	14,5	514	81,2	52,9	110	R. No. 5 × 3'' min.
127	76	5,6	8,5	19,0	14,9	517	81,3	53,1	109	R. E. No. $\frac{127}{76}$ min.; H. V. No. 12 E.
127	76	7,2	8	20,8	16,3	525	82,6	49,9	99	Hy. No. $\frac{127}{76}$ B. S. B. 6.
127	76,2	5	9,5	20,0	15,7	554	88,0	61,9	113	V. No. $\frac{127}{76}$ min.
127	81	10,4	8	24,1	18,9	578	91,3	61,7	104	D. K. No. $\frac{5}{3}$ max.
127	80,75	11,1	7,9	25,2	19,8	590	92,8	60,1	99	A. F. No. $\frac{5}{3}$ max.
127	82	11,4	8	26,2	20,6	595	93,9	64,2	101	Hy. No. $\frac{127}{76}$b.
127	81	10,6	8,5	25,5	20,0	602	95,0	65,9	104	R. E. No. $\frac{127}{76}$ max.
127	81,6	11	8,5	26,2	20,6	610	96,4	67,5	104	R. No. $\frac{5}{3}$ max.
127	82,3	11,1	9,5	27,6	21,7	658	103	77,7	108	V. No. $\frac{127}{76}$ max.
127	115	7,5	10,5	32,4	25,4	896	141	222	170	Hy. No. $\frac{127}{115a}$; D. K. No. $\frac{5}{4^1/_2}$ min; B. No. $\frac{127}{115}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
127	114,3	7,1	11,1	32,5	25,5	920	145	227	172	V. No. $\frac{127}{114}$ min.
127	115	9	10,5	34,1	26,8	922	145	218	164	Hy. No. $\frac{127}{115}$ B. S. B. 7.
127	114,3	7,3	11,4	34,2	26,7	942	149	235	170	A. F. No. $\frac{5}{4^1/_2}$ min.
127	120	12	10,5	38,4	30,1	976	154	259	169	B. No. $\frac{127}{115}$ max.
127	119	12,5	10,5	38,0	29,8	980	155	255	168	D. K. No. $\frac{5}{4^1/_2}$ max.
127	121	13,5	10,5	40,0	31,4	998	157	257	164	Hy. No. $\frac{127}{115}$ b.
127	119,1	11,9	11,1	38,1	29,9	1004	158	260	169	V. No. $\frac{127}{114}$ max.
127	119,3	12,3	11,4	40,3	31,6	1027	162	270	167	A. F. No. $\frac{5}{4^1/_2}$ max.
130	*62*	*5,4*	*8,1*	*16,1*	*12,6*	*435*	*67,0*	*27,4*	*84,8*	*Normal-Profil No. 13.*
130	67	10,4	8,1	22,6	17,7	526	81,0	35,6	81,9	B. E. und B. N-P. No. 13 max.
130	78	9	10,5	26,5	20,8	634	97,5	74,1	109	V. No. 5.
130	85	8	11,5	28,4	22,3	770	118	107	126	B. No. $\frac{13}{8^1/_2}$ min.
130	90	13	11,5	34,9	27,4	862	132	128	124	B. No. $\frac{13}{8^1/_2}$ max.
130	115	8	10,5	33,2	26,1	997	149	222	168	R. E. No. $\frac{130}{115}$ min.
130	120	13	10,5	39,7	31,2	1055	162	250	163	R. E. No. $\frac{130}{115}$ max.
140	47	4,5	7,9	13,5	10,6	395	56,4	12,4	62,3	Hy. No. $\frac{140}{47}$ a.

	Breite	Stärke	Stärke	Schnitt		J_x	W_x	J_y	Länge	Bezeichnung des Profils
h	b	d	t	F	$\frac{kg}{m}$				l	
mm	mm	mm	mm	cm²		cm⁴	cm³	cm⁴	cm	
140	53	10,5	7,9	21,9	17,2	532	76,0	19,2	61,0	Hy. No. $\frac{140}{47}$ b.
140	*66*	*5,7*	*8,6*	*18,2*	*14,3*	*572*	*81,7*	*35,2*	*90,4*	*Normal-Profil No. 14.*
140	71	10,7	8,6	25,2	19,8	686	98,1	44,8	86,5	R. E. und B. N-P. No. 14 max.
147	90	9	12,2	33,8	26,5	1100	149	116	120	B. No. $\frac{147}{90}$ min.
147	95	14	12,2	41,1	32,3	1233	168	134	117	B. No. $\frac{147}{90}$ max.
150	*70*	*6,0*	*9,0*	*20,4*	*16,0*	*734*	*97,9*	*43,7*	*95,2*	*Normal-Profil No. 15.*
150	76	5,75	8,75	21,3	16,7	775	103	54,9	104	H. V. No. 15 E.
150	75	11	9	27,9	21,9	875	117	56,6	92,6	R. E. und B. N-P. No. 15 max.
150	80	7	9,5	24,2	19,0	882	118	71,2	111	V. No. 11 a; St. No. 9; B. No. $\frac{15}{8}$ min.
150	85	12	9,5	32,1	25,2	1023	136	86,3	107	B. No. $\frac{15}{8}$ max.
152	76	6,6	8,8	22,8	17,9	842	111	55,5	101	Hy. No. $\frac{152}{76}$ B. S. B. S.
152	76	5,5	9,5	21,7	17,0	842	111	59,9	108	D. K. No. $\frac{6}{3}$ min.
152	76	6,0	9,5	22,2	17,4	852	112	60,1	107	R. No. 6 × 3 min.
152	80	10	9,5	28,4	22,3	961	126	71,6	104	R. No. 6 × 3 max.
152	81	10,5	9,5	29,3	23,0	971	128	73	105	D. K. No. $\frac{6}{3}$ max.
152	114,3	9,4	10,9	37,9	29,8	1442	189	225	159	Hy. No. $\frac{152}{114}$ B. S. B. 9; A. F. No. $\frac{6}{1^1/_2}$ min.
152	127	7,5	11,5	39,4	31,0	1579	208	326	187	B. No. $\frac{152}{127}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Steg-Stärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
152	119,3	14,3	10,9	45,4	35,6	1594	209	259	155	A. F. No. $\frac{6}{4^1/_8}$ max.
152	127	7,9	11,5	40,3	31,6	1627	214	318	183	A. F. No. $\frac{6}{5}$ min.
152	127	7,7	12,5	42,0	33,0	1680	221	352	188	Hy. No. $\frac{152}{127}$a.
152	132,5	13,5	11,5	48,0	37,7	1749	230	365	179	A. F. No. $\frac{6}{5'}$, max.
152	133	13,5	11,5	48,4	38,0	1756	231	378	182	B. No. $\frac{152}{127}$ max.
152	127	11,4	12,5	47,3	37,1	1789	235	357	178	Hy. No. $\frac{152}{127}$ B. S B. 10.
152	132	12,7	12,5	48,9	38,4	1824	240	414	189	D. K. No. $\frac{6}{5}$ max.
152	133	13,7	12,5	51,1	40,0	1855	244	409	183	Hy. No. $\frac{152}{127}$b.
152,4	76,2	6,4	7,9	21,0	16,5	776	102	49,1	99,4	A. F. No. $\frac{6}{3}$ min.
152,4	76,2	5	10	21,7	17,1	871	114	64,2	112	V. No. $\frac{152}{76}$ min.
152,4	80,9	11,1	7,9	28,2	22,1	916	120	60,7	94,9	A. F. No. $\frac{6}{3}$ max.
152,4	81,2	10	10	29,4	23,1	1018	134	79,3	107	V. No. $\frac{152}{76}$ max.
152,4	127	9	11,9	42,0	33,0	1656	218	233	153	V. No. $\frac{152}{127}$ min.
152,4	133,9	15,9	11,9	51,5	40,4	1859	244	397	180	V. No. $\frac{152}{127}$ max.
153	80	6,5	9,5	24,0	18,8	914	119,5	71,2	112	R. E. No. $\frac{153}{80}$ min.

h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	$\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	l cm	Bezeichnung des Profils
153	85	11,5	9,5	31,7	24,9	1046	141	86,3	107	R. E. No. $\frac{153}{80}$ max.
155	130	9	12,5	44,4	34,9	1869	241	377	189	R. E. No. $\frac{155}{130}$ min.
155	135	14	12,5	52,2	41,0	1994	257	427	186	R. E. No. $\frac{155}{130}$ max.
160	51	5	8,2	16,0	12,6	606	76	16,4	65,1	Hy. No. $\frac{160}{51}$a.
160	57	11	8,2	25,6	20,1	811	101	24,6	63,7	Hy. No. $\frac{160}{51}$b.
160	*74*	*6,3*	*9,5*	*22,8*	*17,8*	*933*	*117*	*54,5*	*100*	*Normal-Profil No. 16.*
160	79	11,3	9,5	30,8	24,2	1104	138	72,3	99,5	R. E. und B. N-P. No. 16 max.
170	*78*	*6,6*	*9,9*	*25,2*	*19,7*	*1165*	*137*	*66,5*	*105*	*Normal-Profil No. 17.*
170	83	11,6	9,9	33,7	26,5	1370	161	85,9	104	R. E. und B. N-P. No. 17 max.
176	91	8,5	9,75	31,7	24,9	1480	168	108	120	B. No. $\frac{176}{91}$ min.
176	96	13,5	9,75	40,5	31,8	1707	194	129	116	B. No. $\frac{176}{91}$ max.
178	89	6	9,9	27,1	21,3	1442	162	101	125	D. K. No. $\frac{7}{3^1/_2}$ min.; Hy. No. $\frac{178}{89}$a.
178	89	6	10	27,3	21,4	1455	163	102	125	H. V. No. 17 E.
178	95	6,6	10	29,3	23,0	1522	171	123	133	D. K. No. $\frac{7}{3^3/_4}$ min.
178	95,25	7,1	10,3	32,0	25,1	1572	176	126	129	V. No. $\frac{178}{95}$ min.
178	102	6	9,5	29,0	22,8	1584	178	145	145	D. K. No. $\frac{7}{4}$ min.; Hy. No. $\frac{178}{102}$ min.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
178	102	6,5	9,5	29,7	23,3	1606	181	139	140	Hy. No. $\frac{178}{102}$ B. S. B. 11.
178	102	5,8	10	29,8	23,4	1626	183	145	143	R. E. No. $\frac{178}{102}$ min.
178	99,0	10,8	10,3	37,1	29,1	1630	185	142	127	V. No. $\frac{178}{95}$ max.
178	95	12	9,9	37,8	29,7	1723	193	124	118	Hy. No. $\frac{178}{89}$b; D. K. No. $\frac{7}{3^1/_2}$ max.
178	101	12,6	10	40,0	31,4	1804	203	150	126	D. K. No. $\frac{7}{3^3/_4}$ max.
178	107	10,8	10	38,8	30,5	1861	209	170	136	R. E. No. $\frac{178}{102}$ max.
178	108	12	9,5	39,6	30,1	1866	210	174	136	Hy. No. $\frac{178}{102}$b; D. K. No. $\frac{7}{4}$ max
180	55	5,8	8,5	19,2	15,1	898	100	21,4	68,2	Hy. No. $\frac{180}{55}$a.
180	61	11,8	8,5	30,1	23,6	1189	132	31,3	66,3	Hy. No. $\frac{180}{55}$b.
180	*82*	*6,9*	*10,4*	*27,9*	*21,9*	*1444*	*161*	*81,3*	*111*	*Normal-Profil No. 18.*
180	87	11,9	10,4	36,9	28,9	1687	187	99,5	107	R. E. und B. N-P. No. 18 max.
180	180	8,5	12,9	59,9	47,0	3512	390	1073	275	Diff. No. 18 B.
190	*86*	*7,2*	*10,8*	*30,5*	*23,9*	*1759*	*185*	*97,2*	*116*	*Normal-Profil No. 19.*
190	91	12,2	10,8	40,0	31,40	2045	215	118	112	R. E und B. N-P. No. 19 max
200	60	6,3	8,9	22,4	17,6	1293	129	27,9	72,6	Hy. No. $\frac{200}{60}$a.
200	66	12,3	8,9	34,5	27,1	1693	169	40,6	70,2	Hy. No. $\frac{200}{60}$b.
200	*90*	*7,5*	*11,3*	*33,4*	*26,2*	*2139*	*214*	*117*	*122*	*Normal-Profil No. 20.*

h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	l cm	Bezeichnung des Profils
200	100	9	11	38,5	30,2	2390	239	163	134	B. No. $\frac{200}{100}$ min.
200	95	12,5	11,3	43,4	34,1	2472	247	140	117	R. E. und B. N-P. No. 20 max.
200	105	14	11	48,5	38,1	2723	272	190	129	B. No. $\frac{200}{100}$ max.
200	200	8,5	13,8	70,4	55,3	5171	517	1568	307	Diff. No. 20 B.
203	102	7,2	10	33,6	26,4	2273	224	151	138	D. K. No. $\frac{8}{4}$ min.; Hy. No. $\frac{203}{102}$ B. S. B. 12; Hy. No. $\frac{203}{102}$a.
203	101,5	7	10,5	33,8	26,5	2298	226	147	135	R. No. 8″ × 4″ min.
203	101,6	6	11,2	33,4	26,2	2349	231	165	144	R. E. No. $\frac{203}{102}$ min.
203	100	7	11,1	35,0	27,5	2391	236	158	138	A. F. No. $\frac{8}{4}$ min.
203	101,5	6,5	11,5	34,6	27,2	2459	242	170	144	H. V. No. 20ᴮ.
203	102	7,1	11,9	36,8	28,9	2561	252	180	144	V. No. $\frac{203}{102}$ min.
203	106,5	12	10,5	43,6	34,2	2654	261	173	130	R. No. 8″ × 4″ max.
203	108	13,2	10	45,6	35,8	2692	265	184	130	D. K. No. $\frac{8}{4}$ max.; Hy. No. $\frac{203}{102}$b.
203	105	12	11,1	45,0	35,3	2741	270	185	132	A. F. No. $\frac{8}{4}$ max.
203	108,6	13	11,2	47,8	37,5	2838	279	207	135	R. E. No. $\frac{203}{102}$ max.
203	108,4	13,5	11,9	50,0	39,3	3007	296	221	137	V. No $\frac{203}{102}$ max.
203	127	7,1	12	43,2	33,9	3126	308	339	182	B. No. $\frac{203}{127}$ min; D. K. No. $\frac{8}{5}$ min; V. No. $\frac{203}{127}$ min. R. E. No. $\frac{203}{127}$ min.; Hy. No. $\frac{203}{127}$a.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
203	127	7,9	12,0	45,0	35,3	3161	310	335	177	A. F. No. $\frac{8}{5}$ min.
203	127	11,7	12	53,1	41,7	3449	340	341	164	Hy. No. $\frac{203}{127}$ B. S. B. 13.
203	132	12,1	12	53,3	41,8	3471	342	380	174	R. E. No. $\frac{203}{127}$ max.
203	133	13,1	12	56,0	44,0	3541	349	397	173	Hy. No. $\frac{203}{127}$ b; D. K. No. $\frac{8}{5}$ max.; B. No. $\frac{203}{127}$ max.
203	133,4	13,5	12	56,0	44,0	3569	351	392	172	V. No. $\frac{203}{127}$ max.
203	127	9	14	51,4	40,3	3583	353	405	183	H. V. No. 20 a*.
203	133,2	14,2	12	58,0	45,5	3584	353	394	169	A. F. No. $\frac{8}{5}$ max.
203	152,3	7,9	12,7	52,9	41,5	3875	382	590	217	A. F. No. $\frac{8}{6}$ min.
203	152	8	13	53,4	41,9	3942	388	655	228	D. K. No. $\frac{8}{6}$ min.
203	152,4	7,5	13	53,6	42,1	3944	388	657	227	R. E. No. $\frac{203}{152}$ min.
203	152,4	7,9	13	53,7	42,2	3949	390	609	219	V. No. $\frac{203}{152}$ min.
203	152	7,8	13,5	55,3	43,4	4045	399	650	223	Hy. No. $\frac{203}{152}$ a; B. No. $\frac{203}{152}$ min.
203	157,4	13	12,7	63,2	49,6	4230	417	658	209	A. F. No. $\frac{8}{6}$ max.
203	158	14	13	65,5	51,4	4360	429	695	212	D. K. No. $\frac{8}{6}$ max.
203	158,4	14	13	65,7	51,1	4371	430	696	211	V. No. $\frac{203}{152}$ max.

Höhe h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Länge l cm	Bezeichnung des Profils
203	152	13,4	13,5	66,3	52.0	4437	437	647	203	Hy. No. $\frac{203}{152}$ B. S. B. 14.
203	158	13,8	13,5	67,5	53,0	4463	440	730	214	Hy. No. $\frac{203}{152}$b; B. No. $\frac{203}{152}$ max.
203	159,9	15	13	68,8	54,0	4498	443	730	212	R. E. No. $\frac{203}{152}$ max.
210	*94*	*7,8*	*11,7*	*36,3*	*28,5*	*2558*	*244*	*137*	*126*	*Normal-Profil No. 21.*
210	99	12,8	11,7	46,8	36,7	2944	280	164	122	R. E. und B. N-P. No. 21 max.
220	65	6,8	9,3	26,3	20,6	1796	163	38,4	79,3	Hy. No. $\frac{220}{65}$a.
220	71	12,8	9,3	39,5	31,0	2329	212	50,3	73,0	Hy. No. $\frac{220}{65}$b.
220	*98*	*81*	*12,2*	*39,5*	*31,0*	*3055*	*278*	*163*	*132*	*Normal-Profil No. 22.*
220	103	13,1	12,2	50,5	39,6	3499	318	193	127	R. E. und B. N-P. No. 22 max.
220	220	9	14,75	82,6	64,8	7379	671	2216	337	Diff. No. 22 B.
228,6	177,8	12,3	18,7	90,2	70,8	8132	711	1471	262	A. F. No. $\frac{9}{7}$ min.
228,6	177,8	12,5	19	91,3	71,7	8161	714	1508	264	R. E. No. $\frac{228}{178}$ min.; B. No. $\frac{228,5}{177,8}$ min.
228,6	183,0	17,5	18,7	103	80,9	8650	757	1592	255	A. F. No. $\frac{9}{7}$ max.
228,6	187,3	22	19	113	88,7	9108	797	1796	260	R. E. No. $\frac{228}{178}$ max.
228,5	190,7	25,4	19	121	94,7	9443	826	1920	259	B. No. $\frac{228,5}{177,8}$ max.
229	101,5	7,5	11,25	38,5	30,2	3260	285	166	135	H. V. No. 22*a*.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
73	89	10	10	23,1	18,0	190	52,0	101	136	D. K. No. $\frac{2^7/_8}{3^1/_2}$ min.; U. No. 3.
73	92	13	10	25,2	19,8	200	54,7	112	137	D. K. No. $\frac{2^7/_8}{3^1/_2}$ max.
76	76	4,6	8	15,0	11,8	150	39,3	50,0	118	B. No. $\frac{76}{76}$ min.; Hy. No. $\frac{76}{76}$a.
76	76	5	8	15,2	11,9	151	39,7	50,4	118	D. K. No. $\frac{3}{3}$ min.
76	76	5,8	8	16,0	12,6	154	40,5	51,0	116	Hy. No $\frac{76}{76}$ B. S. B. 2.
76,2	76,2	4	8,5	15,1	11,9	156	41	52,8	121	V. $\frac{76,2}{76,2}$ min.
76	79	8	8	17,4	13,6	162	42,6	56,7	117	D. K. No. $\frac{3}{3}$ max.
76	82	10,6	8	19,8	15,5	172	45,1	63,6	116	Hy. No. $\frac{76}{76}$b; B. $\frac{76}{76}$ max.
76,2	82,2	10	8,5	19,7	15,5	178	46,0	67,4	120	V. No. $\frac{76,2}{76,2}$ max.
78,5	52,5	5	7,7	11,4	8,95	112	28,6	16,2	77,3	R. E. No. $\frac{78,5}{52,5}$ min.
78,5	57,5	10	7,7	15,3	12,0	134	34,2	22,8	77,3	R. E. No. $\frac{78,5}{52,5}$ max.
78,5	78,5	6	7,2	15,3	12,0	150	38,3	47,1	114	R. E No. $\frac{78,5}{78,5}$ min.
78,5	78,5	6,5	8	16,8	13,2	170	43,3	55,6	118	D. K. No. $\frac{3^3/_{32}}{3^3/_{32}}$ min.; V. No. 1a; U. No. 4
78,5	83,5	11	7,2	19,2	15,1	179	45,6	58,1	113	R. E. No. $\frac{78,5}{78,5}$ max.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
80	*42*	*3,9*	*5,9*	*7,57*	*5,95*	*77,7*	*19,4*	*6,28*	*59,2*	*Normal-Profil No. 8.*
80	47	8,9	5,9	11,6	9,11	99,0	24,7	9,17	57,9	R. E. und B. N-P. No 8 max.
90	*46*	*4,2*	*6,3*	*8,99*	*7,06*	*117*	*25,9*	*8,76*	*64,2*	*Normal-Profil No. 9.*
90	51	9,2	6,3	13,5	10,6	147	32,7	12,4	62,3	R. E. und B. N-P. No. 9 max.
100	*50*	*4,5*	*6,8*	*10,6*	*8,33*	*170*	*34,1*	*12,2*	*69,6*	*Normal-Profil No. 10.*
100	55	9,5	6,8	15,6	12,2	212	42,3	16,6	83,2	R. E. und B. N-P. No. 10 max.
101,5	76	5,5	7,9	17,0	13,4	292	59,2	49,5	111	B. No. $\frac{101,5}{76}$ min.
101,6	76,2	6,4	7,9	17,5	13,7	298	57,1	49,1	109	A. F. No. $\frac{4}{3}$ min.
101,6	76,2	4,5	8,5	16,7	13,1	300	59,1	52,8	116	R. E. No. $\frac{102}{76}$ min.
101,6	76,2	4	9	17,2	13,5	322	60,3	56,5	117	V. No. $\frac{101,6}{76,2}$ min.
101,6	80,9	11,1	7,9	22,2	17,4	339	66,7	60,2	107	A. F. No. $\frac{4}{3}$ max.
101,6	81,2	9,5	8,5	21,8	17,1	344	67,7	62,3	110	R. E. No. $\frac{102}{76}$ max.
101,5	82	11	7,9	23,1	18,1	344	68,9	63,0	107	B. No. $\frac{101,5}{76}$ max.
101,6	83,2	11	9	24,3	19,1	375	75,3	75,3	114	V. No. $\frac{101,6}{76,2}$ max.
101,6	76,2	9,5	11,1	24,5	19,2	387	76,2	74,0	113	A. F. No. $\frac{4}{3}$ min.
101,6	80	13,5	11,1	28,7	22,5	423	83,3	87,0	113	A. F. No. $\frac{4}{3}$ max.
102	76	5	8	16,4	12,9	292	57	49,2	112	R. No. 4'' × 3'' min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm^2	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm^4	W_x cm^3	J_y cm^4	Freie Länge l m	Bezeichnung des Profils
250	115	14	13,6	62,2	48,8	5605	448	300	148	R. E. und B. S.P. No. 25 max.
250	120	16	13,5	68,6	53,9	6014	482	345	146	B. No. $\frac{250}{115}$ max.
250	140	11	13,75	62,9	49,4	6388	511	524	188	V. No. $\frac{250}{140}$
250	140	10	14,5	64,2	50,4	6536	523	582	196	B. No. $\frac{250}{140}$ min.
250	140	10	14,8	65,0	51,0	6648	532	570	192	Hy. No. $\frac{250}{140}$ a.
250	142	12	14,8	70,0	55,0	6909	553	597	190	Hy. No. $\frac{250}{140}$ b.
250	145	15	14,5	76,7	60,2	7187	575	650	189	B. No. $\frac{250}{140}$ max.
250	250	10,5	16,3	105	82,5	12066	965	3575	379	Diff. No. 25 B.
254	114	6,5	11,5	41,3	32,4	4525	356	235	154	R. E. No. $\frac{254}{114}$ min.
254	114	6,5	12	43,3	34,0	4598	362	254	157	B. No. $\frac{254}{114}$ min.
254	114	7	12	43,5	34,1	4719	372	254	157	V. No. $\frac{254}{114}$ min.
254	114	8	12,5	46,6	36,6	4869	383	266	155	D. K. No. $\frac{10}{4^1/_2}$ min.
254	114	8	12,6	47,7	37,4	4987	393	272	155	Hy. No. $\frac{254}{114}$ a.
254	118,5	11	12	52,5	41,2	5212	410	286	151	B. No. $\frac{254}{114}$ max.
254	120	12,5	11,5	56,5	44,4	5345	421	280	144	R. E. No. $\frac{254}{114}$ max.
254	127	8	12,25	49,3	38,7	5355	422	353	174	H. V. No. 25*.

h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	$\frac{kg}{m}$	cm⁴	cm³	cm⁴	l cm	Bezeichnung des Profils
125	75	6	8,5	19,1	15,0	476	76,2	51,4	107	V. No. 7a; St. No. 5; B. No. $\frac{12^1/_2}{7^1/_2}$ min.
125	80	11	8,25	25,3	19,9	568	91,3	63,4	103	B. No. $\frac{12^1/_2}{7^1/_2}$ max.
127	76	5,4	8	18,1	14,2	493	77,6	50,4	108	D. K. No. $\frac{5}{3}$ min.; Hy. No. $\frac{127}{76}$ a.
127	76	6,4	7,9	19,3	15,2	508	80,6	48,8	102	A. F. No. $\frac{5}{3}$ min.
127	76	5,4	8,5	18,5	14,5	514	81,2	52,9	110	R. No. 5 × 3'' min.
127	76	5,6	8,5	19,0	14,9	517	81,3	53,1	109	R. E. No. $\frac{127}{76}$ min.; H. V. No. 12 ^{E}.
127	76	7,2	8	20,8	16,3	525	82,6	49,9	99	Hy. No. $\frac{127}{76}$ B. S. B. 6.
127	76,2	5	9,5	20,0	15,7	554	88,0	61,9	113	V. No. $\frac{127}{76}$ min.
127	81	10,4	8	24,1	18,9	578	91,3	61,7	104	D. K. No. $\frac{5}{3}$ max.
127	80,75	11,1	7,9	25,2	19,8	590	92,8	60,1	99	A. F. No. $\frac{5}{3}$ max.
127	82	11,4	8	26,2	20,6	595	93,9	64,2	101	Hy. No. $\frac{127}{76}$ b.
127	81	10,6	8,5	25,5	20,0	602	95,0	65,9	104	R. E. No. $\frac{127}{76}$ max.
127	81,6	11	8,5	26,2	20,6	610	96,4	67,5	104	R. No. $\frac{5}{3}$ max.
127	82,3	11,1	9,5	27,6	21,7	658	103	77,7	108	V. No. $\frac{127}{76}$ max.
127	115	7,5	10,5	32,4	25,4	896	141	222	170	Hy. No. $\frac{127}{115a}$; D. K. No. $\frac{5}{4^1/_2}$ min; B. No. $\frac{127}{115}$ min.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
127	114,3	7,1	11,1	32,5	25,5	920	145	227	172	V. No. $\frac{127}{114}$ min.
127	115	9	10,5	34,1	26,8	922	145	218	164	Hy. No. $\frac{127}{115}$ B. 8. B. 7.
127	114,3	7,3	11,4	34,2	26,7	942	149	235	170	A. F. No. $\frac{5}{4^1/_2}$ min.
127	120	12	10,5	38,4	30,1	976	154	259	169	B. No. $\frac{127}{115}$ max.
127	119	12,5	10,5	38,0	29,8	980	155	255	168	D. K. No. $\frac{5}{4^1/_2}$ max.
127	121	13,5	10,5	40,0	31,4	998	157	257	164	Hy. No. $\frac{127}{115}$ b.
127	119,1	11,9	11,1	38,1	29,9	1004	158	260	169	V. No. $\frac{127}{114}$ max.
127	119,3	12,3	11,4	40,3	31,6	1027	162	270	167	A. F. No. $\frac{5}{4^1/_2}$ max.
130	*62*	*5,4*	*8,1*	*16,1*	*12,6*	*435*	*67,0*	*27,4*	*84,8*	*Normal-Profil No. 13.*
130	67	10,4	8,1	22,6	17,7	526	81,0	35,6	81,9	R. E. und B. N-P. No. 13 max.
130	78	9	10,5	26,5	20,8	634	97,5	74,1	109	V. No. 5.
130	85	8	11,5	28,4	22,3	770	118	107	126	B. No. $\frac{13}{8^1/_2}$ min.
130	90	13	11,5	34,9	27,4	862	132	128	124	B. No. $\frac{13}{8^1/_2}$ max.
130	115	8	10,5	33,2	26,1	997	149	222	168	R. E. No. $\frac{130}{115}$ min.
130	120	13	10,5	39,7	31,2	1055	162	250	163	R. E. No. $\frac{130}{115}$ max.
140	47	4,5	7,9	13,5	10,6	395	56,4	12,4	62,3	Hy. No. $\frac{140}{47}$ a.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
140	53	10,5	7,9	21,9	17,2	532	76,0	19,2	61,0	Hy. No. $\frac{140}{47}$ b.
140	*66*	*5,7*	*8,6*	*18,2*	*14,3*	*572*	*81,7*	*35,2*	*90,4*	*Normal-Profil No. 14.*
140	71	10,7	8,6	25,2	19,8	686	98,1	44,8	86,5	R. E. und B. N-P. No. 14 max.
147	90	9	12,2	33,8	26,5	1100	149	116	120	B. No. $\frac{147}{90}$ min.
147	95	14	12,2	41,1	32,3	1233	168	134	117	B. No. $\frac{147}{90}$ max.
150	*70*	*6,0*	*9,0*	*20,4*	*16,0*	*734*	*97,9*	*43,7*	*95,2*	*Normal-Profil No. 15.*
150	76	5,75	8,75	21,3	16,7	775	103	54,9	104	H. V. No. 15^E.
150	75	11	9	27,9	21,9	875	117	56,6	92,6	R. E. und B. N-P. No. 15 max.
150	80	7	9,5	24,2	19,0	882	118	71,2	111	V. No. 11 a; St. No. 9; B. No. $\frac{15}{8}$ min.
150	85	12	9,5	32,1	25,2	1023	136	86,3	107	B. No. $\frac{15}{8}$ max.
152	76	6,6	8,8	22,8	17,9	842	111	55,5	101	Hy. No. $\frac{152}{76}$ B. S. B. 8.
152	76	5,5	9,5	21,7	17,0	842	111	59,9	108	D. K. No. $\frac{6}{3}$ min.
152	76	6,0	9,5	22,2	17,4	852	112	60,1	107	R. No. 6 × 3 min.
152	80	10	9,5	28,4	22,3	961	126	71,6	104	R. No. 6 × 3 max.
152	81	10,5	9,5	29,3	23,0	971	128	73	105	D. K. No. $\frac{6}{3}$ max.
152	114,3	9,4	10,9	37,9	29,8	1442	189	225	159	Hy. No. $\frac{152}{114}$ B. S. B. 9; A. F. No. $\frac{6}{4^1/_2}$ min.
152	127	7,5	11,5	39,4	31,0	1579	208	326	187	B. No. $\frac{152}{127}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
300	130	15,8	16,2	84,0	65,9	10910	727	521	162	R. E. und B. S-P. No. 30 max.
300	300	12,5	19,75	152,1	119,4	25201	1680	7494	456	Diff. No. 30 B.
304	127	9	14	60,2	47,3	9059	596	406	169	V. No. $\frac{304}{127}$ min.
304	133	15	14	78,2	61,4	10464	688	479	161	V. No. $\frac{304}{127}$ max.
305	127	8,9	14	60,7	47,6	9161	601	406	168	Hy. No. $\frac{305}{127}$ B. S. B. 20.
305	127	8,8	13,8	59,7	46,9	8978	589	396	168	R. No. 12"×5" min; D. K. No $\frac{12}{5}$ min.
305	133	8,3	13,5	59,5	46,7	9091	596	454	179	B. No. 305[1] min.
305	127	7,2	14,5	57,3	45,0	9159	600	419	176	R. E. No. $\frac{305}{127}$ min.
305	133	8,7	13,5	61,5	48,3	9401	617	455	177	R. E. No. $\frac{305}{133}$ min.
305	127	8	15	61,5	48,3	9488	626	438	174	A. F. No. $\frac{12}{5}$ min.
305	132	13,8	13,8	75,0	58,9	10160	667	482	165	R. No. 12"×5" max.
305	133	15	14	78,4	61,5	10405	682	479	161	D. K. No. $\frac{12}{5}$ max.
305	140	15,3	13,5	80,8	63,4	10746	704	530	167	B. No. 305[1] max.
305	134	14,2	14,5	78,8	61,9	10814	708	500	163	R. E. No. $\frac{305}{127}$ max.
305	133,3	14,3	15	79,3	62,3	10893	719	516	166	A. F. No. $\frac{12}{5}$ max.
305	140	15,7	13,5	82,9	65,0	11103	728	532	164	R. E. No. $\frac{305}{133}$ max.
305	152	9	15,25	71,8	56,4	11291	740	739	200	B. V. No. 30[illegible]

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
153	85	11,5	9,5	31,7	24,9	1046	141	86,3	107	R. E. No. $\frac{153}{80}$ max.
155	130	9	12,5	44,4	34,9	1869	241	377	189	R. E. No. $\frac{155}{130}$ min.
155	135	14	12,5	52,2	41,0	1994	257	427	186	R. E. No. $\frac{155}{130}$ max.
160	51	5	8,2	16,0	12,6	606	76	16,4	65,1	Hy. No. $\frac{160}{51}$ a.
160	57	11	8,2	25,6	20,1	811	101	24,6	63,7	Hy. No. $\frac{160}{51}$ b.
160	*74*	*6,3*	*9,5*	*22,8*	*17,8*	*933*	*117*	*54,5*	*100*	*Normal-Profil No. 16.*
160	79	11,3	9,5	30,8	24,2	1104	138	72,3	99,5	R. E. und B. N-P. No. 16 max.
170	*78*	*6,6*	*9,9*	*25,2*	*19,7*	*1165*	*137*	*66,5*	*105*	*Normal-Profil No. 17.*
170	83	11,6	9,9	33,7	26,5	1370	161	85,9	104	R. E. und B. N-P. No. 17 max.
176	91	8,5	9,75	31,7	24,9	1480	168	108	120	B. No. $\frac{176}{91}$ min.
176	96	13,5	9,75	40,5	31,8	1707	194	129	116	B. No. $\frac{176}{91}$ max.
178	89	6	9,9	27,1	21,3	1442	162	101	125	D. K. No. $\frac{7}{3^1/_2}$ min.; Hy. No. $\frac{178}{89}$ a.
178	89	6	10	27,3	21,4	1455	163	102	125	H. V. No. 17 E.
178	95	6,6	10	29,3	23,0	1522	171	123	133	D. K. No. $\frac{7}{3^3/_4}$ min.
178	95,25	7,1	10,3	32,0	25,1	1572	176	126	129	V. No. $\frac{178}{95}$ min.
178	102	6	9,5	29,0	22,8	1584	178	145	145	D. K. No. $\frac{7}{4}$ min.; Hy. No. $\frac{178}{102}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm^2	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm^4	W_x cm^3	J_y cm^4	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
305	152	12,7	22,4	102	80,1	15632	1026	1177	221	Hy. No. $\frac{305}{152}$ B. S. B. 22; A. F No. $\frac{12}{6}$ min.
305	162,5	15	21,5	110	86,4	16066	1060	1372	229	B. No. 305 IV min.
305	157,8	18	22,4	119	93,4	16968	1113	1318	216	A F. No. $\frac{12}{6}$ max.
305	167,5	20	21,5	125	98,1	17225	1137	1508	226	B. No. 305 IV max.
305	203	16,5	22,6	133	104	20276	1330	2718	294	D. K. No. $\frac{12}{8}$ min.
305	208	21,5	22,6	148	116	21457	1407	2933	289	D. K. No. $\frac{12}{8}$ max.
320	*131*	*11,5*	*17,3*	*77,7*	*61,0*	*12493*	*781*	*554*	*174*	*Normal-Profil No. 32.*
320	136	16,5	17,3	93,7	73,6	13858	866	639	170	R. E. und B. N.-P. Nr. 32 max.
320	300	13	20.55	160,7	126,2	30119	1882	7867	454	Diff. No. 32 B
340	*137*	*12,2*	*18,3*	*86,7*	*68,1*	*15670*	*922*	*672*	*181*	*Normal-Profil No. 34.*
340	142	17,2	18,3	104	81,6	17308	1018	774	177	R. E B. und N.-P. No. 34 max.
340	300	13,4	21,05	167,4	131,4	35241	2073	8097	452	Diff. No. 34 B.
350	140	11	18,5	86,5	67,9	17025	973	738	190	R. E. No. $\frac{350}{140}$ min.
350	145	16	18,5	104	81,6	18906	1080	832	184	R. E. No. $\frac{350}{140}$ max.
355	152	9	17,5	81,9	64,4	17704	993	882	213	V. No. $\frac{355}{152}$ min.
355	157	14	17,5	101	79,3	19568	1221	970	202	V. No. $\frac{356}{152}$ max.
356	152	10,5	15,5	81,6	64,1	16671	936	776	200	A. F. No. $\frac{14}{6}$ min.

h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	kg/m	cm⁴	cm³	cm⁴	l cm	Bezeichnung des Profils
200	100	9	11	38,5	30,2	2390	239	163	134	B. No. $\frac{200}{100}$ min.
200	95	12,5	11,3	43,4	34,1	2472	247	140	117	R. E. und B. N-P. No. 20 max.
200	105	14	11	48,5	38,1	2723	272	190	129	B. No. $\frac{200}{100}$ max.
200	200	8,5	13,8	70,4	55,3	5171	517	1568	307	Diff. No. 20 B.
203	102	7,2	10	33,6	26,4	2273	224	151	138	D. K. No. $\frac{8}{4}$ min.; Hy. No. $\frac{203}{102}$ B. S. B. 12; Hy. No. $\frac{203}{102}$a.
203	101,5	7	10,5	33,8	26,5	2298	226	147	135	R. No. 8″ × 4″ min.
203	101,6	6	11,2	33,4	26,2	2349	231	165	144	R. E. No. $\frac{203}{102}$ min.
203	100	7	11,1	35,0	27,5	2391	236	158	138	A. F. No. $\frac{8}{4}$ min.
203	101,5	6,5	11,5	34,6	27,2	2459	242	170	144	H. V. No. 20^{E}.
203	102	7,1	11,9	36,8	28,9	2561	252	180	144	V. No. $\frac{203}{102}$ min.
203	106,5	12	10,5	43,6	34,2	2654	261	173	130	R. No. 8″ × 4″ max.
203	108	13,2	10	45,6	35,8	2692	265	184	130	D. K. No. $\frac{8}{4}$ max.; Hy. No. $\frac{203}{102}$b.
203	105	12	11,1	45,0	35,3	2741	270	185	132	A. F. No. $\frac{8}{4}$ max.
203	108,6	13	11,2	47,8	37,5	2838	279	207	135	R. E. No. $\frac{203}{102}$ max.
203	108,4	13,5	11,9	50,0	39,3	3007	296	221	137	V. No $\frac{203}{102}$ max.
203	127	7,1	12	43,2	33,9	3126	308	339	182	B.No. $\frac{203}{127}$ min; D.K.No. $\frac{8}{5}$ min; V. No. $\frac{203}{127}$ min. R. E. No. $\frac{203}{127}$ min.; Hy. No. $\frac{203}{127}$a.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
381	140	9	16	76,9	60,4	18118	957	623	185	V. No. $\frac{381}{140}$ min.
381	140	9,4	16	77,6	60,9	18300	962	638	186	B. No. 381[I] min.
381	139,7	10,4	15,8	80,5	63,2	18375	965	609	179	R. No. 15″ × 5,5″ min.
381	133	16,5	15	97,4	76,5	19029	999	517	150	D. K. No. $\frac{15}{5}$ max.
381	145	15	15	97,5	76,5	19982	1049	662	169	R. E. No. $\frac{381}{140}$ max.
381	132	15,7	16,4	98,1	77,0	19992	1050	562	155	A. F. No. $\frac{15}{5}$ max.
381	145	14,4	16	96,6	75,8	20604	1085	711	176	B. No. 381[I] max.
381	147	16	16	103	80,9	21340	1120	718	172	V No. $\frac{381}{140}$ max.
381	152,4	11,1	18	94,3	74,0	21885	1148	913	202	A. F. No. $\frac{15}{6}$ min.
381	146	11,4	19	95,4	74,9	22026	1156	873	197	B. No. 381[II] min.
381	148,7	19,4	15,8	115	90,3	22523	1182	755	167	R. No 15″ × 5,5″ max.
381	157,1	15,9	18	113	88,7	24052	1263	1013	194	A. F. No. $\frac{15}{6}$ max.
381	151	16,4	19	114	89,5	24330	1277	974	190	B. No. 381[II] max.
400	140	16	17	107	84,0	24005	1200	690	165	Hy. No. $\frac{400}{140}$.
400	*155*	*14,4*	*21,6*	*118*	*92,6*	*29173*	*1459*	*1160*	*204*	*Normal-Profil No. 40.*
400	160	19,4	21,6	138	108	31839	1592	1295	199	R. E. und B. N-P. No. 40 max.
400	300	15,5	24,6	204	160	57834	2892	9721	449	Diff. No. 40 B.
406	152	11	20	100	78,5	26329	1297	1005	206	V. No $\frac{406}{152}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
203	152	13,4	13,5	66,3	52.0	4437	437	647	203	Hy. No. $\frac{203}{152}$ B. S. B. 14.
203	158	13,8	13,5	67,5	53,0	4463	440	730	214	Hy. No. $\frac{203}{152}$b; B. No. $\frac{203}{152}$ max.
203	159,9	15	13	68,8	54,0	4498	443	730	212	R. E. No. $\frac{203}{152}$ max.
210	*94*	*7,8*	*11,7*	*36,3*	*28,5*	*2558*	*244*	*137*	*126*	*Normal-Profil No. 21.*
210	99	12,8	11,7	46,8	36,7	2944	280	164	122	R. E. und B. N-P. No. 21 max.
220	65	6,8	9,3	26,3	20,6	1796	163	38,4	79,3	Hy. No. $\frac{220}{65}$a.
220	71	12,8	9,3	39,5	31,0	2329	212	50,3	73,0	Hy. No. $\frac{220}{65}$b.
220	*98*	*81*	*12,2*	*39,5*	*31,0*	*3055*	*278*	*163*	*132*	*Normal-Profil No. 22.*
220	103	13,1	12,2	50,5	39,6	3499	318	193	127	R. E. und B. N-P. No. 22 max.
220	220	9	14,75	82,6	64,8	7379	671	2216	337	Diff. No. 22 B.
228,6	177,8	12,3	18,7	90,2	70,8	8132	711	1471	262	A. F. No. $\frac{9}{7}$ min.
228,6	177,8	12,5	19	91,3	71,7	8161	714	1508	264	R. E. No. $\frac{228}{178}$ min.; B. No. $\frac{228,5}{177,8}$ min.
228,6	183,0	17,5	18,7	103	80,9	8650	757	1592	255	A. F. No. $\frac{9}{7}$ max.
228,6	187,3	22	19	113	88,7	9108	797	1796	260	R. E. No. $\frac{228}{178}$ max.
228,5	190,7	25,4	19	121	94,7	9443	826	1920	259	B. No. $\frac{228,5}{177,8}$ max.
229	101,5	7,5	11,25	38,5	30,2	3260	285	166	135	H. V. No. 22*n*.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
457	178	14	23,5	142	111	47849	2093	1940	241	Hy. No. $\frac{457}{178}$ B. S. B. 28.
457	184	21	22,9	171	134	51184	2240	2072	226	D. K. No. $\frac{18}{7}$ max.
475	*178*	*17,1*	*25,6*	*163*	*128*	*56410*	*2375*	*2084*	*232*	*Normal-Profil No. 47½.*
475	183	22,1	25,6	187	147	60876	2563	2300	228	R. E. und B. N-P. No. 47½ max.
475	300	17,6	27,7	242	190	94811	3992	11142	441	Diff. No. 47½ B.
500	*185*	*18*	*27*	*179*	*141*	*68736*	*2750*	*2470*	*241*	*Normal-Profil No 50.*
500	190	23	27	204	160	73944	2958	2728	237	R. E. und B. N-P. No 50 max.
500	300	19,4	28,9	262	205,5	111283	4451	11718	435	Diff. No. 50 B.
508	159	12,7	20	123	96,6	48016	1890	1158	200	D. K. No. $\frac{20}{6^1/_4}$ min.
508	160	12,5	195	122	95,8	48398	1905	1339	215	R. E. No. $\frac{508}{160}$ min.; B. No. $\frac{508}{160}$ min.
508	165	18,7	20	155	122	54559	2148	1310	189	D. K. No $\frac{20}{6^1/_4}$ max.
508	170	22,5	19,5	173	136	59403	2339	1641	200	R. E. No. $\frac{508}{160}$ max.; B. No. $\frac{508}{160}$ max.
508	190,5	15,2	25,6	169	133	69559	2739	2621	256	Hy. No. $\frac{508}{190,5}$ B. S. B. 29.
508	190	15,5	26,7	171	134	70205	2764	2637	255	D. K. No. $\frac{20}{7^1/_2}$ min.
508	196	21,5	26,7	201	158	76759	3022	2914	248	D. K. No. $\frac{20}{7^1/_2}$ max.
550	196	15	28	181	142	88203	3207	3034	266	D. K. No. 55 A
550	196	15	29	189	148	92110	3349	3212	266	R. E. No. $\frac{550}{196}$

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
235	90	10	12	43,0	33,8	3471	295	130	112	St. No. 55.
235	102	7	11,5	38,4	30,1	3488	297	172	137	V. No. $\frac{235}{102}$ min.
235	90	10	12,8	44,6	35,0	3612	307	157,3	122	R. E. No. $\frac{235}{90}$ min.; H. V. No. 23½ᵂ; U. No. 23½; D. K. No. 23½.
235	95	15	11,75	54,4	42,7	3967	338	152	109	B. No. $\frac{23^1/_2}{9}$ max.
235	107,5	12,5	11,5	51,2	40,2	4083	348	192	126	V. No. $\frac{235}{102}$ max.
235	95	15	12,8	56,4	44,3	4188	356	167	112	R. E. No. $\frac{235}{90}$ max.
240	*106*	*8,7*	*13,1*	*46,1*	*36,2*	*4239*	*353*	*220*	*142*	*Normal-Profil No. 24.*
240	111	13,7	13,1	58,1	45,1	4815	401	266	139	R. E. und B. N-P. No. 24 max.
240	240	10	15,7	96,8	76,0	10260	855	3043	365	Diff. No. 24 B.
245	158	14	21	97,9	76,9	9618	785	1230	230	B. No. $\frac{245}{158}$ min.
245	163	19	21	110	86,4	10231	836	1358	228	B. No. $\frac{245}{158}$ max.
246	152	14	17,5	84,5	66,3	8054	655	884	210	Hy. No. $\frac{250}{140}$c.
247	150	12	18,5	81,0	63,6	8186	662	917	218	B. No. $\frac{247}{150}$ min.
247	155	17	18,5	93,3	73,2	8814	714	1016	215	B. No. $\frac{247}{150}$ max.
250	*110*	*9*	*13,6*	*49,7*	*39,0*	*4954*	*396*	*255*	*147*	*Normal-Profil No. 25.*
250	115	11	13,5	56,1	44,0	5363	429	301	151	B. No. $\frac{250}{115}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
254	127	7,1	12,7	49,3	38,7	5406	426	368	177	B. No. $\frac{254}{127}$ min.
254	127	7	13	49,0	38,5	5491	432	377	180	R. E. No. $\frac{254}{127}$ min.; D. K. No. $\frac{10}{5}$ A. min.; A. F. No. $\frac{10}{5}$ min.
254	127	7,3	13	50,4	39,6	5515	434	378	178	Hy. No. $\frac{254}{127}$a.
254	120	13	12	58,5	45,9	5538	436	355	160	V. No. $\frac{254}{114}$ max.
254	120	14	12,5	61,8	48,5	5638	448	314	146	D. K. No. $\frac{10}{4^1/_2}$ max.
254	120	14	12,6	62,9	49,4	5807	457	314	145	Hy. No. $\frac{254}{114}$b
254	127	10	13	56,8	44,6	5884	463	380	168	Hy. No. $\frac{254}{127}$ B. S. B. 17.
254	127	7,5	14,5	53,2	41,8	5976	470	425	184	R. No. 10'' × 5'' min.
254	127	7,5	15,25	55,5	43,6	6223	490	448	185	D. K. No. $\frac{10}{5}$ B. min.
254	133	13,3	13	64,6	50,7	6292	496	416	165	D. K. No. $\frac{10}{5}$ A. max.; R. E. No. $\frac{254}{127}$ max.; Hy. No. $\frac{254}{127}$b.
254	133,4	13,5	12,7	65,8	51,7	6334	499	429	166	B. No. $\frac{254}{127}$ max.; A. F. No. $\frac{10}{5}$ max.
254	140	8	14	57,5	45,1	6421	506	528	197	R. E. No. $\frac{254}{140}$ min.
254	132	12,5	14,5	65,6	51,5	6608	520	478	176	R. No. 10'' × 5'' max.
254	134	14,5	15,25	73,2	57,5	7176	565	531	175	D. K. No. $\frac{10}{5}$ B. max.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
26	13	4	4	1,76	1,38	4,3	1,47	1,13	0,22	F.; K. No. 1.
30	15	4	4,5	2,19	1,72	5,2	2,44	1,63	0,40	V. No. $\frac{30}{15}$; St. No. 1; B. No. $\frac{30}{15}$ min.
30	18	7	4,5	3,09	2,43	6,2	3,12	2,08	0,69	B. No $\frac{30}{15}$ max.
30	*33*	*5*	*7*	*5,44*	*4,27*	*13,1*	*6,39*	*4,26*	*5,33*	*Normal-Profil No. 3.*
30	35	7	7	6,04	4,74	14,2	6,84	4,56	6,48	R. E. N-P. No. 3 max.
30	36	8	7	6,34	4,98	14,6	7,06	4,71	7,06	B. N-P. No. 3 max.
32	15	4	4	2,17	1,70	4,6	2,83	1,77	0,35	F.; K. No. 2.
35	17,5	4	4,75	2,72	2,14	5,6	4,39	2,51	0,64	Hy. No. 35.
40	20	5	4,5	3,41	2,68	6,6	6,94	3,47	1,11	Hy. No. 40.
40	20	5	5	3,56	2,79	6,8	7,29	3,64	1,22	B. No. $\frac{40}{20}$ min.; R. E. No. $\frac{40}{20}$ min.; V. No. $\frac{40}{20}$; K. No. 3; St. No. 3; D. K. W-P. No. 4.
40	22	7	5	4,30	3,37	7,2	8,4	4,2	1,49	R. E. No. $\frac{40}{20}$ max
40	20	6,5	6,5	4,36	3,42	7,6	8,45	4,23	1,35	K. No. 4.
40	23	8	5	4,76	3,74	7,5	8,89	4,44	1,81	B. No. $\frac{40}{20}$ max.
40	*35*	*5*	*7*	*6,21*	*4,88*	*13,3*	*11,1*	*7,10*	*6,68*	*Normal-Profil No. 4.*
40	37	7	7	7,01	5,50	13,7	15,2	7,64	8,44	R. E. N-P. No. 4 max.
40	38	8	7	7,41	5,82	13,9	15,7	7,85	9,32	B. N-P. No. 4 max.
44,5	31,75	4	4	4,00	3,14	10,5	12,5	5,6	3,50	V. No. $\frac{45}{32}$.
45	38	5	6	6,41	5,03	14,0	19,8	8,80	8,61	R. E. No. $\frac{45}{38}$ min.

h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	kg/m	cm⁴	cm³	cm⁴	t cm	Bezeichnung des Profils
256	122	22	19,5	95,6	75,0	8542	667	549	156	B. No. $\frac{256}{117}$ max. (No. 25 d).
258	112	14,5	17	70,7	55,5	6860	532	365	148	B. No. $\frac{258}{112}$ min. (No. 25 c).
258	117	19,5	17	83,6	65,6	7576	588	418	145	B. No. $\frac{258}{112}$ max. (No. 25 c)
260	*113*	*9,4*	*14,1*	*53,3*	*41,8*	*5735*	*441*	*287*	*151*	*Normal-Profil No. 26.*
260	118	14,4	14,1	66,3	52,0	6467	497	335	146	R. E. und B. N-P. 26 max.
260	260	11	17,3	115,6	90,7	14352	1104	4261	394	Diff. No. 26 B.
262	96	9,5	14	49,6	38,9	5152	393	187	126	B. No. $\frac{262}{96}$ min. (No. 24).
262	101	14,5	14	62,7	49,2	5901	450	219	122	B. No. $\frac{262}{96}$ max. (No. 24).
270	*116*	*9,7*	*14,7*	*57,1*	*44,8*	*6623*	*491*	*325*	*155*	*Normal-Profil No. 27.*
270	121	14,7	14,7	70,6	55,4	7443	552	386	151	R. E. N-P. No. 27 max.
270	270	11,25	18,4	123,2	96,7	16529	1224	4920	411	Diff. No. 27 B.
280	*119*	*10,1*	*15,2*	*61,0*	*47,9*	*7575*	*541*	*363*	*159*	*Normal-Profil No. 28.*
280	124	15,1	15,2	75,0	58,9	8490	606	420	154	R. E. und B. N-P. No. 28 max.
280	280	11,5	18,4	131,8	103,4	19052	1361	5671	426	Diff. No. 28 B.
290	*122*	*10,4*	*15,7*	*64,8*	*50,9*	*8619*	*594*	*403*	*162*	*Normal-Profil No. 29.*
290	127	15,4	15,7	79,3	62,3	9635	664	467	157	R. E. N-P. 29 max.
290	290	12	18,95	141,1	110,8	21866	1508	6417	439	Diff. No. 29 B.
300	*125*	*10,8*	*16,2*	*69,0*	*54,2*	*9785*	*652*	*449*	*166*	*Normal-Profil No. 30.*
300	128	13,8	16,2	78,0	61,2	10460	697	479	161	Hy. No. 30 b.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
300	180	15,8	16,2	84,0	65,9	10910	727	521	162	B. B. und B. S. P. No. 30 max.
300	300	12,5	19,75	152,1	119,4	25201	1680	7494	456	Diff. No. 30 B.
304	127	9	14	60,2	47,3	9059	596	406	169	V. No. $\frac{304}{127}$ min.
304	133	15	14	78,2	61,4	10464	688	479	161	V. No. $\frac{304}{127}$ max.
305	127	8,9	14	60,7	47,6	9161	601	406	168	Hy. No. $\frac{305}{127}$ B. & B. 20.
305	127	8,8	13,8	59,7	46,9	8978	589	396	168	B. No. 12″×5″ min.; D. K. No. $\frac{12}{5}$ min.
305	133	8,3	13,5	59,5	46,7	9091	596	454	179	B. No. 305¹ min.
305	127	7,2	14,5	57,3	45,0	9159	600	419	176	B. K. No. $\frac{305}{127}$ min.
305	133	8,7	13,5	61,5	48,3	9401	617	455	177	B. K. No. $\frac{305}{133}$ min.
305	127	8	15	61,5	48,3	9488	626	458	174	A. F. No. $\frac{12}{5}$ min.
305	132	13,8	13,8	75,0	58,9	10160	667	482	165	B. No. 12″×5″ max.
305	133	15	14	78,4	61,5	10405	682	479	161	D. K. No. $\frac{12}{5}$ max.
305	140	15,3	13,5	80,8	63,4	10746	704	530	167	B. No. 305¹ max.
305	134	14,2	14,5	78,8	61,9	10814	708	500	163	B. K. No. $\frac{305}{127}$ max.
305	133,3	14,3	15	79,3	62,3	10893	719	516	166	A. F. No. $\frac{12}{5}$ max.
305	140	15,7	13,5	82,9	65,0	11103	728	532	164	B. K. No. $\frac{305}{133}$ max.

Höhe h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	Gewicht kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Länge l cm	Bezeichnung des Profils
305	152	8,8	16	72,3	56,7	11468	752	807	217	D. K. No. $\frac{12}{6}$ A. min.
305	152	9	16	73,3	57,5	11667	765	808	216	B. No. 305 III min.
305	140	9,9	17,5	76,5	60,1	11762	771	705	198	B. No. 305 II min.
305	150	9,3	16,5	76,1	59,7	11895	780	784	209	R. E. No. $\frac{305}{150}$ min.
305	152,4	10,3	15	74,4	58,4	11897	781	731	204	V. No. 305 min.
305	152,5	9,5	16,5	76,2	59,8	12075	797	809	212	A. F. No. $\frac{12}{6}$ min.
305	152	8,8	17	76,3	59,9	12193	800	846	216	Hy. No. $\frac{305}{152}$ a; R. No. 12″ × 6″ min.
305	157,4	15,4	15	89,7	70,4	12613	827	819	196	V. No. 305 max.
305	152	10	18	81,6	64,1	12728	835	908	217	D. K. No. $\frac{12}{6}$ B. min.
305	152	11,3	17	83,4	65,5	12784	839	848	207	Hy. No. $\frac{305}{152}$ B. S. B. 21.
305	157	14	16	88,5	69,5	12847	843	890	206	B. No. 305 III max.
305	158	14,8	16	90,6	71,1	12886	845	911	206	D. K. No. $\frac{12}{6}$ A. max.
305	147	16,9	17,5	97,8	76,8	13417	880	823	189	B. No. 305 II max.
305	158	14,8	17	93,8	73,6	13612	893	957	207	Hy. No. $\frac{305}{152}$ b.
305	158,5	15,5	16,5	96,0	75,4	13758	902	933	203	A. F. No. $\frac{12}{6}$ max.
305	158	15	17	94,3	74,0	14090	924	959	207	R. No. 12″ × 6″ max.
305	160	18	18	105	82,4	14462	948	1068	222	D. K. No. $\frac{12}{6}$ B. max.
305	162,4	21,7	16,5	114	89,5	14803	971	1031	195	R. E. No. $\frac{305}{150}$ max.

[illegible]	[illegible]	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwerpunktsabstand x mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung der Profile
[illegible]	[illegible]	*8,5*	*7,5*	*9,03*	*7,10*	*14,2*	*57,5*	*17,7*	*14,1*	*Normal-Profil No. 8½.*
[illegible]	[illegible]	8	7,5	10,3	8,11	14,3	62,1	19,1	17,9	H. E. N-P. No. 8½ max. und Hy. No. 8½ b.
[illegible]	[illegible]	8,5	7,5	11,0	8,64	14,3	64,4	19,8	18,9	H. N-P. No. 8½ max.
[illegible]	[illegible]	[illegible]	7,5	12,0	9,42	16,1	95,5	29,4	25,0	D. K. W-P. 8½.
[illegible]	[illegible]	8	6,5	9,43	7,40	10,0	67,2	17,7	8,62	St. No. 10.
[illegible]	45	10	7,5	12,7	9,97	12,2	92,1	24,9	17,4	Hy. No. 7a.
[illegible]	45	10	9	13,6	10,7	15,0	101	27,2	22,9	St. No. 12.
75	30	7	6	8,02	6,30	8,1	57,5	15,3	5,19	St. No. 9.
75	30	7	7,1	8,60	6,75	9,0	62,4	16,6	6,23	H. No. $\frac{75}{30}$ min.; V. No. 5.
75	35	6	6,2	8,13	6,38	11,0	63,8	17,0	8,82	B. E. No. $\frac{75}{35}$ min.; Hy. No. 7b; D. K. W-P. 7½; H. V. No. 7½ a; F.
75	35	6	7,5	8,80	6,91	11,0	70,8	18,9	10,0	A. P. No. $\frac{75}{35}$; B. No. $\frac{75}{35}$ min.; G. No. 7½; U. No. 5; K. No. 7; V. No. 7½.
75	37	8	6,2	9,63	7,55	10,9	70,8	18,9	10,5	B. E. No. $\frac{75}{35}$ max.
75	35	8	8	10,3	8,09	11,2	72,2	19,2	10,1	V. No. 7½ W.; H. V. No. 7½ d; F.
75	33	10	7,1	10,8	8,48	9,9	72,9	19,5	8,25	B. No. $\frac{75}{30}$ max.
75	36,5	8	7,5	10,3	8,08	12,6	76,8	20,5	11,0	V. No. 6.
75	40	7	7	9,87	7,75	12,8	77,9	20,8	14,2	B. E. No. $\frac{75}{40}$; F. min.
75	38	9	7,5	11,2	8,71	11,6	81,3	21,7	19,1	B. No. $\frac{75}{35}$ max.

Höhe h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Länge l cm	Bezeichnung des Profils
356	152	10,5	17,4	87,1	68,4	18083	985	870	205	Hy. No. $\frac{356}{152}$ B. S. B. 23.
356	152	11	17,5	89,0	69,9	18212	1023	884	205	D. K. No. $\frac{14}{6}$ min.; Hy. No $\frac{356}{152}$a.
356	156,7	15,5	15,5	99,5	78,1	18438	1036	840	189	A. F. No. $\frac{14}{6}$ max.
356	158	17	17,5	109	85,6	20468	1150	1021	199	D. K No. $\frac{14}{6}$ max.; Hy. No. $\frac{356}{152}$b.
356	152	12,7	22,1	108	84,8	22187	1248	1163	214	Hy. No. $\frac{356}{152}$ B. S B. 24.
360	*143*	*13*	*19,5*	*97*	*76,2*	*19576*	*1088*	*817*	*189*	*Normal-Profil No. 36.*
360	148	18	19,5	115	90,3	21520	1196	924	184	R. E. und B. N-P No. 36 max.
360	300	14,2	22,6	181,5	142,5	42479	2360	8793	452	Diff. No. 36 B.
380	127	10	15,7	75,9	59,6	16805	885	466	161	Hy. No. $\frac{380}{127}$a.
380	127	11	15,7	79,6	62,5	17262	909	467	157	Hy. No. $\frac{380}{127}$ B. S. B. 25.
380	133	16	15,7	98,7	77,5	19549	1029	547	153	Hy. No. $\frac{380}{127}$b.
380	*149*	*13,7*	*20,5*	*107*	*84,0*	*23978*	*1262*	*972*	*196*	*Normal-Profil No. 38.*
380	154	18,7	20,5	126	98,9	26264	1382	1092	191	R. E. und B. N-P. No. 38 max.
380	300	14,8	23,4	191,2	150,1	49496	2605	9175	450	Diff. No. 38 B.
381	127	10,5	15	74,5	58,5	16265	854	443	158	D. K. No. $\frac{15}{5}$ min.
381	127	10,7	16,4	79,1	62,1	17688	928	497	163	A. F. No. $\frac{15}{5}$ min
381	140	10	15	78,4	61,5	18076	948	572	176	R. E No. $\frac{381}{140}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
75	45	10	10,5	15,0	11,7	15,8	112	29,9	25,6	R. E. No. $\frac{75}{45}$ · 10 min.
75	45	10	11	15,2	11,9	16,0	115	30,6	26,4	U. No. 10.
75	50	9	9,5	14,4	11,3	16,8	116	30,9	32,0	U. No. 9.
75	47	12	10,5	16,5	12,9	17,3	119	31,8	30,9	R. E. No. $\frac{75}{45}$ · 10 max.; D. K. W-P. 7½ C;
75	48	13	10	16,9	13,3	16,0	121	32,2	32,0	B. No. $\frac{75}{45}$ b max.
76	44	8	8,3	12,0	9,42	14,2	97,8	25,6	18,0	D. K. No. 3 ¾.
76	55	7,5	11,5	16,5	12,9	21,2	129	34,3	48,8	D. K. W-P ⅓ E.
76	55	10	11,2	17,7	13,9	20,7	143	37,7	50,3	R. E. No min.; U. No. 11.
76	57	12	11,2	19,2	15,1	20,9	150	39,6	56,8	R. E. No 55 max.
76	55	9	13,25	19,2	15,1	20,7	155	40,7	50,3	Hy. No. 76.
78,5	51	7	9,2	13,7	10,7	17,9	126	32,0	32,1	R. E. No. $\frac{78,5}{51}$ min.
78,5	53	9	9,2	15,2	11,9	17,9	134	34,1	37,1	R. E. No. $\frac{78,5}{51}$ max.
80	40	6	7,75	10,2	8,01	12,8	94,6	23,7	15,3	B. No. $\frac{80}{40}$ min.; St. No. 27.
80	*45*	*6*	*8*	*11,0*	*8,66*	*14,5*	*106*	*26,5*	*19,4*	*Normal-Profil No. 8.*
80	43	9	7,75	12,6	9,89	13,1	107	26,9	19,7	B. No. $\frac{80}{40}$ max.
80	53	7,5	7	12,4	9,74	16,3	114	28,6	30,5	D. K. W-P. 8.
80	47	8	8	12,6	9,89	14,6	115	28,6	23,5	R. E. N-P. No. 8 max.

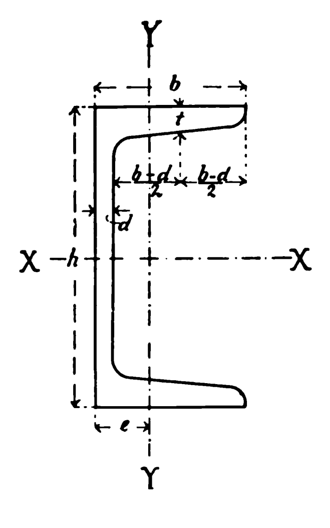
Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	J_x cm⁴	W_x cm³	~ J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
406	152	14	20	112	87,9	27892	1374	1014	196	D. K No. $\frac{16}{6}$ min.
406	152	14	21,5	118	92,6	30214	1487	1127	201	Hy. No. $\frac{406}{152}$ B. S B. 27.
406	157	16	20	121	95,0	29950	1475	1121	198	V. No. $\frac{406}{152}$ max.
406	158	20	20	136	107	31238	1539	1152	189	D. K. No $\frac{16}{6}$ max.
425	*163*	*15,3*	*23*	*132*	*104*	*36956*	*1739*	*1433*	*214*	*Normal-Profil No. 42½.*
425	168	20,3	23	153	120	40155	1889	1600	210	R. E. und B. N-P. No. 42½ max.
425	300	16	25,4	214	168	68249	3212	10078	446	Diff. No. 42½ B.
450	*170*	*16,2*	*24,3*	*147*	*115*	*45888*	*2040*	*1722*	*222*	*Normal-Profil No. 45.*
450	175	21,2	24,3	170	133	49688	2208	1920	218	R E. und B. N-P No. 45 max.
450	300	17	26,65	229	180	80887	3595	10668	444	Diff. No. 45 B.
457,2	152,4	11,7	17,5	103	80,7	33110	1448	881	190	B. No. $\frac{457,2}{152,4}$ min.
457	152	11,7	18	104	81,6	33153	1451	911	192	D. K. No. $\frac{18}{6}$ min.
457	153	11,7	17,6	104	81,6	33195	1453	896	190	R. E No. $\frac{457}{153}$ min
457	158	17,7	18	132	104	37931	1660	1034	182	D. K. No. $\frac{18}{6}$ max.
457	159,1	17,8	17,6	132	104	38047	1665	1030	181	R. E. No. $\frac{457}{153}$ max.
457,2	159	18,3	17,5	134	105	38070	1670	1025	180	B. No. $\frac{457,2}{152,4}$ max
457	178	15	22,9	142	111	46408	2031	1861	235	D. K. No. $\frac{18}{7}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
105	68	7	7	15,9	12,5	21,7	273	52,0	72,5	H. V. No. 10½ a.; H. D. No. 10½ W.
105	68	6,5	7,7	16,3	12,8	21,1	287	54,7	66,3	U. No. 10½ W.; D. K. W-P. 10½; K No 9; F. No. $\frac{105}{65}$.
105	*65*	*8*	*8*	*17,3*	*13,6*	*18,8*	*287*	*54,7*	*61,2*	*Normal-Profil No. 10½ W.-P.*
105	67	10	8	19,4	15,2	19,1	306	58,4	74,1	Hy. No. 105b;
105	68	11	8	20,7	16,2	19,3	316	60,2	80,6	B. N-P. No. 10½ max.
105	68,5	11,5	8	21,0	16,5	19,4	321	61,1	84,0	R. E. N-P. No. 10½ max.
105	66	9	11,5	22,6	17,7	21,7	373	71,0	85,9	V. No. 11.
116,5	67	11	12	26,5	20,8	23,0	513	88,4	113	R. E. No. $\frac{116,5}{67}$ min.
116,5	70,5	14,5	12	30,3	23,8	23,2	596	96,1	135	R. E. No. $\frac{116,5}{67}$ max.
117,5	*65*	*10*	*10*	*22,6*	*17,7*	*19,1*	*447*	*76,1*	*77,1*	*Normal-Profil No. 11¾ W.-P.*
117,5	67	12	10	24,9	19,6	19,6	473	80,7	87,4	Hy. No. 117½ b.
117,5	68	13	10	26,1	20,5	19,9	487	83,0	92,5	B. N-P. No. 11¾ max.
117,5	68,5	13,5	10	26,7	21,0	20,0	494	84,2	95,0	R. E. N-P. No. 11¾ max.
120	*55*	*7*	*9*	*17,0*	*13,4*	*16,0*	*364*	*60,7*	*43,2*	*Normal-Profil No. 12*
120	57	9	9	19,4	15,2	15,9	393	65,5	51,5	Hy. No 12b.
120	58	10	9	20,6	16,2	15,9	407	67,9	54,5	B. N-P No. 12 max.
120	58,5	10,5	9	21,2	16,6	15,9	414	69,1	55,4	R. E. N-P. No. 12 max.
121,5	35	5	5,75	9,53	7,48	8,4	188	30,9	9,42	V. No. 17.
121,5	35	5	6	9,61	7,54	9,0	195	32,1	9,74	H. V. No. 12½.
122	35	5	5,75	9,68	7,60	8,35	190	31,0	9,48	B. No. $\frac{122}{35}$ min.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht kg/m	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Freie Länge l cm	Bezeichnung des Profils
550	*200*	*19*	*30*	*212*	*167*	*99054*	*3602*	*3486*	*263*	*Normal-Profil No. 55.*
550	203	22	30	229	180	103997	3782	3676	260	R. E. N-P. No. 55 max.
550	205	24	30	240	188	105986	3858	3720	255	B. N-P. No. 55 max.
550	300	20,6	30,75	288	226	145957	5308	12582	430	Diff. No. 55 B.
600	215	21,6	32,4	254	199	138957	4632	4591	276	U. N-P. No. 60; R. N-P. No. 60.
600	300	20,8	30,95	300,6	236	179303	5977	12672	422	Diff. No. 60 B.
610	177,8	12,7	22,1	152	119	86825	2848	1782	222	R. E. No. $\frac{610}{178}$ min.
610	184,1	19	22,1	190	149	98718	3238	2016	211	R. E. No. $\frac{610}{178}$ max.
650	300	21,1	31,25	314,5	247	217404	6690	12814	415	Diff. No. 65 B.
750	300	21,1	31,25	336	263	302560	8068	12823	402	Diff. No. 75 B.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	Schwer-punkts-abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
140	83	11	13	34,5	27,1	26,5	1019	146	207	G. S-P. $\frac{14}{8}$; H. V. S-P. $\frac{14}{8}$.
140	84	12	13	35,9	28,2	26,4	1041	149	218	G. S-P. $\frac{14}{8}$; H. V. S-P. $\frac{14}{8}$; B. No. $\frac{18}{8}$ max.
142	85	13	14,75	40,0	31,4	27,7	1180	166	274	B. No. $\frac{142}{85}$ min.; V. No. 19.
142	82	13	16	40,8	32,0	28,8	1191	168	259	R. E. No. $\frac{142}{82}$ min.
142	88	16	14,75	44,3	34,8	27,9	1252	176	310	B. No. $\frac{142}{85}$ max.
142	85,5	16,5	16	45,8	36,0	29,0	1275	179	301	R. E. No. $\frac{142}{82}$ max.
143	61,5	8,5	10,1	22,9	18,0	18,6	681	95,2	79,6	R. E. No. $\frac{143}{61,5}$ min.
143	65	12	10,1	27,9	21,9	19,1	765	107	96,6	R. E. No. $\frac{143}{61,5}$ max.
144	75	9	14	31,0	24,3	25,2	989	137	152	D. K. W-P. und S-P. $14^4/_{10}$.
144	78	12	13,5	35,2	27,6	25,8	1060	147	201	B. No. $\frac{144}{78}$ min.; V. No. 18; R. E No. $\frac{144}{78}$ min.
144	81	15	13,5	39,5	31,0	24,7	1135	158	229	B. No. $\frac{144}{78}$ max.
144	81,5	15,5	13,5	40,4	31,7	25,9	1150	160	245	R. E. No. $\frac{144}{78}$ max.
145	*60*	*8*	*8*	*19,8*	*15,5*	*15,0*	*585*	*80,7*	*53,6*	*Normal-Profil No. 14½ W.-P.*
145	62	10	8	22,7	17,6	15,2	636	87,7	63,2	Hy. No. 145b.
145	63	11	8	24,1	18,9	15,2	661	91,3	65,6	B. N-P. No. 14½ max.
145	63,5	11,5	8	24,9	19,5	15,3	674	93,0	66,6	R. E. N-P. No. 14½ max.

⊏-Eisen.



Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
26	13	4	4	1,76	1,38	4,3	1,47	1,13	0,22	F.; B. No. 1.
30	15	4	4,5	2,19	1,72	5,2	2,44	1,63	0,40	V. No. $\frac{30}{15}$; St. No. 1; B. No. $\frac{30}{15}$ min.
30	18	7	4,5	3,09	2,43	6,2	3,12	2,08	0,69	B. No. $\frac{30}{15}$ max.
30	*33*	*5*	*7*	*5,44*	*4,27*	*13,1*	*6,39*	*4,26*	*5,33*	*Normal-Profil No. 3.*
30	35	7	7	6,04	4,74	14,2	6,84	4,56	6,48	B. E. N-P. No. 3 max.
30	36	8	7	6,34	4,98	14,6	7,06	4,71	7,06	B. N-P. No. 3 max.
32	15	4	4	2,17	1,70	4,6	2,83	1,77	0,35	F.; K. No. 2.
35	17,5	4	4,75	2,72	2,14	5,6	4,39	2,51	0,64	Hy. No. 35.
40	20	5	4,5	3,41	2,68	6,6	6,94	3,47	1,11	Hy. No. 40.
40	20	5	5	3,56	2,79	6,8	7,29	3,64	1,22	B. No. $\frac{40}{20}$ min.; B. E. No. $\frac{40}{20}$ min.; V. No. $\frac{40}{20}$; K. No. 3; St. No. 3; D. K. W-P. No. 1
40	22	7	5	4,30	3,37	7,2	8,4	4,2	1,49	B. E. No. $\frac{40}{20}$ max.
40	20	6,5	6,5	4,36	3,42	7,6	8,45	4,23	1,35	K. No. 4.
40	23	8	5	4,76	3,74	7,5	8,89	4,44	1,81	B. No. $\frac{40}{20}$ max.
40	*35*	*5*	*7*	*6,21*	*4,88*	*13,3*	*14,1*	*7,10*	*6,68*	*Normal-Profil No. 4.*
40	37	7	7	7,01	5,50	13,7	15,2	7,64	8,44	B. E. N-P. No. 4 max.
40	38	8	7	7,41	5,82	13,9	15,7	7,85	9,32	B. N-P. No. 4 max.
44,5	31,75	4	4	4,00	3,14	10,5	12,5	5,6	3,50	V. No. $\frac{45}{32}$.
45	38	5	6	6,41	5,03	14,0	19,8	8,80	8,61	B. E. No. $\frac{45}{38}$ min.

h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	$\frac{kg}{m}$	abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
45	38	5	6,5	6,54	5,13	14,0	19,8	8,82	8,81	D. K. W-P. 4½.
45	40	7	6	7,30	5,73	14,3	21,3	9,50	10,6	R. E. No. $\frac{45}{38}$ max.
45	42	6,5	6,5	7,50	5,89	15,2	21,7	9,65	11,8	R. E. No. $\frac{45}{42}$ min
45	44	8,5	6,5	8,4	6,6	15,4	23,2	10,3	13,9	R. E. No. $\frac{45}{42}$ max.
45	45	8	7	8,60	6,75	15,5	24,4	10,8	14,6	R. E. No. $\frac{45}{45}$.
47	24	6	5,5	4,80	3,77	7,8	13,8	5,86	2,29	U. No. 2; D. K. W-P. 4¾; B. No. $\frac{47}{24}$ min.
47	27	9	5,5	6,21	4,87	8,7	16,3	6,95	3,28	B. No. $\frac{47}{24}$ max.
48	20	5	5	3,90	3,06	6,1	11,7	4,82	1,41	U. No. 1; D. K. W-P. 4¾ A.
49	25	6	6	5,22	4,08	8,5	16,5	6,73	2,76	Hy. No. 49.
50	26	7	6	5,70	4,47	8,4	17,9	7,16	2,98	R. E. No. $\frac{50}{26}$ min.
50	25	6	6,5	5,47	4,30	8,5	18,0	7,2	2,81	B. No. $\frac{50}{25}$ min.; V. No. $\frac{50}{25}$; St. No. 5.
50	28	9	6	6,70	5,26	9,0	20,0	8,00	4,12	R. E. No. $\frac{50}{26}$ max.
50	28	9	6,5	7,00	5,49	9,3	20,4	8,16	3,96	B. No. $\frac{50}{25}$ max.
50	*38*	*5*	*7*	*7,12*	*5,59*	*13,7*	*26,4*	*10,6*	*9,12*	*Normal-Profil No. 5.*
50	38	5	8	7,17	5,63	14,8	28,4	11,3	10,3	H. V. No. 5.
50	40	7	7	8,12	6,37	14,0	28,5	11,4	11,4	R. E N-P. No. 5 max. und Hy. No. 5b.
50	41	8	7	8,62	6,76	14,1	29,5	11,8	12,6	B. N-P No. 5 max.

Höhe	Flansch-breite	Steg-stärke	Flansch-stärke	Quer-schnitt	Gewicht	Schwer-punkts-abstand	J_x	W_x	J_y	Bezeichnung des Profils
h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	kg/m	e mm	cm⁴	cm³	cm⁴	
55	26	5	5,5	5,10	4,00	8,8	20,9	7,60	3,32	D. K. W-P. 5½
55	26	5	6	5,27	4,11	8,8	22,1	8,05	3,39	B. B. No. $\frac{55}{26}$ min.
55	28	7	6	6,37	5,00	9,0	24,9	9,06	4,02	B. K. No. $\frac{55}{28}$ max.
56	15	5	8,5	4,50	3,53	5,3	17,0	6,07	0,79	B. No. $\frac{56}{15}$ min.
56	18	8	8,5	6,18	4,85	6,5	21,4	7,65	1,37	B. No. $\frac{56}{15}$ max.
57	30	6	7	6,78	5,32	9,8	30,4	10,7	4,12	U. No. 4.
57	33	6	6	6,70	5,26	10,3	31,4	11,0	5,16	K. No. 5.
57	31,5	6,5	8,4	7,91	6,21	11,6	35,1	12,3	7,51	B. K. No. $\frac{57}{31,5}$ min.
57	38	6,5	6,5	7,80	6,12	12,2	37,1	13,0	9,94	K. No. 6.
57	33,5	8,5	8,4	9,10	7,14	12,0	38,2	13,4	8,72	B. K. No. $\frac{57}{31,5}$ max.
57	38	6,5	7,4	8,43	6,62	13,0	38,5	13,5	11,3	B. K. No. $\frac{57}{38}$ min.; B. No. $\frac{57}{38}$ min.; D. K. W-P. 5¾; V. No. 3.
57	40	8,5	7,4	9,60	7,54	14,1	42,0	14,7	13,6	B. K. No. $\frac{57}{38}$ max.
57	41	9,5	7,25	10,1	7,95	13,6	43,1	15,1	14,6	B. No. $\frac{57}{38}$ max.
58	19	7	10,1	6,50	5,10	7,1	25,5	8,80	1,81	B. K. No. $\frac{58}{19}$ min.
58	27	5	6,5	5,76	4,52	8,5	27,2	9,38	2,94	U. No. 3.
58	21	9	10,1	7,66	6,01	7,8	28,7	9,91	2,42	B. K. No. $\frac{58}{19}$ max.

Höhe h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	punkts-abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
58	27,5	6	7,5	6,70	5,26	9,4	30,4	10,4	4,13	R. E. No. $\frac{58}{27,5}$ min.
58	29,5	8	7,5	7,86	6,17	8,0	33,6	11,6	5,62	R. E. No. $\frac{58}{27,5}$ max.
59	13,25	3,25	10	4,00	3,14	5,6	17,7	6,00	0,48	R. E. No. $\frac{59}{13,25}$ min.
59	17	7	10	6,20	4,87	6,3	21,5	8,10	1,30	R. E No. $\frac{59}{13,25}$ max.
59	34	7	7,2	8,10	6,36	11,7	38,2	13,0	8,30	R. E. No. $\frac{59}{34}$ min.
59	36	9	7,2	9,29	7,27	12,1	41,7	14,1	10,2	R. E. No. $\frac{59}{34}$ max.
60	24	5	5	4,96	3,86	6,7	23,4	7,80	2,08	Hy. No. 60.
60	24	5	6,1	5,32	4,18	7,5	23,3	8,12	2,65	B. No. $\frac{60}{24}$ min.
60	20	5 *	7,5	5,25	4,11	6,8	24,6	8,22	1,80	R. E. No. $\frac{60}{20}$ min.
60	22	7	7,5	6,45	5,06	7,3	28,2	9,41	2,73	R. E. No. $\frac{60}{20}$ max.
60	27	8	6,1	7,12	5,59	8,4	28,7	9,57	3,82	B. No. $\frac{60}{24}$ max.
60	30	6	6	6,48	5,09	8,7	31,9	10,6	4,55	Hy. No. 60 bis; F.
60	30	6	7,4	7,13	5,60	10,4	35,4	11,8	5,82	R. E. No. $\frac{60}{30}$ min.; B. No. $\frac{60}{30}$ min.; D. K. W-P. 6; V. No. $\frac{60}{30}$; St No 7.
60	32	8	7,4	8,33	6,54	10,8	39,0	13,0	7,23	R. E. No. $\frac{60}{30}$ max.
60	33	9	7,5	8,90	7,00	11,0	41,1	13,7	7,98	B. No. $\frac{60}{30}$ max.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
65	*42*	*5,5*	*7,5*	*9,03*	*7,10*	*14,2*	*57,5*	*17,7*	*14,1*	*Normal-Profil No. 6½.*
65	44	7,5	7,5	10,3	8,11	14,3	62,1	19,1	17,3	R. E. N-P. No. 6½ max. und Hy. No. 6½ b.
65	45	8,5	7,5	11,0	8,64	14,3	64,4	19,8	18,9	B. N-P. No. 6½ max.
65	50	9	7,5	12,0	9,42	16,1	95,5	29,4	25,0	D. K. W-P. 6½.
74	35	8	6,5	9,43	7,40	10,0	67,2	17,7	8,62	St. No. 10.
74	45	10	7,5	12,7	9,97	12,2	92,1	24,9	17,4	Hy. No. 74.
74	45	10	9	13,6	10,7	15,0	101	27,2	22,9	St. No. 12.
75	30	7	6	8,02	6,30	8,1	57,5	15,3	5,19	St. No. 9.
75	30	7	7,1	8,60	6,75	9,0	62,4	16,6	6,23	B. No. $\frac{75}{30}$ min.; V. No. 5.
75	35	6	6,2	8,13	6,38	11,0	63,8	17,0	8,82	R. E. No. $\frac{75}{35}$ min.; Hy. No. 75; D. K. W-P. 7½; H. V. No. 7½ a; F.
75	35	6	7,5	8,80	6,91	11,0	70,8	18,9	10,0	A. F. No. $\frac{75}{35}$; B. No. $\frac{75}{35}$ min.; G. No. 7½; U. No. 5; K. No. 7; V. No. 7½.
75	37	8	6,2	9,63	7,55	10,9	70,8	18,9	10,5	R. E. No. $\frac{75}{35}$ max.
75	35	8	8	10,3	8,09	11,2	72,2	19,2	10,1	V. No. 7½ W.; H. V. No. 7½ d; F.
75	33	10	7,1	10,8	8,48	9,9	72,9	19,5	8,25	B. No. $\frac{75}{30}$ max.
75	36,5	8	7,5	10,3	8,08	12,6	76,8	20,5	11,0	V. No. 6.
75	40	7	7	9,87	7,75	12,8	77,9	20,8	14,2	R. E. No. $\frac{75}{40}$; 7 min.
75	38	9	7,5	11,2	8,71	11,6	81,3	21,7	13,1	B. No. $\frac{75}{35}$ max.

Höhe h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	Gewicht kg/m	punkts-abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
75	37	8	8	10,6	8,32	11,2	84,2	22,4	9,53	U. No. 6.
75	40	7	8	10,5	8,24	12,7	84,2	22,4	11,6	U. No. 7.
75	40	9	7,5	11,5	9,03	11,9	84,8	22,6	13,4	Hy. No. 75 bis.
75	42	9	7	11,4	8,95	12,6	85,2	22,7	15,5	R. E. No. $\frac{75}{40}$ · 7 max.
75	40	8	7,9	11,1	8,71	12,9	85,3	22,7	15,3	D. K. W-P. 7½ A.
75	40	9	8,25	11,9	9,34	12,7	88,3	23,7	16,2	V. No. 7; B. No. $\frac{75}{40}$ min.; St. No. 11; A. F. No. $\frac{75}{40}$
75	40	9	7,9	11,7	9,68	12,9	87,0	23,2	15,7	R. E. No. $\frac{75}{40}$ · 9 min.
75	42	11	7,9	13,2	10,4	13,3	94,1	25,1	18,3	R. E. No $\frac{75}{40}$ · 9 max.
75	45	8	8	11,9	9,34	15,1	94,9	25,3	22,2	H. V. No. 7½ b; F.
75	45	8	8,4	12,3	9,65	15,4	97,1	25,9	22,8	R. E. No $\frac{75}{45}$ · 8 min.; K. No. 8; D. K. W-P 7½ B.
75	43	12	8,25	14,1	11,1	13,4	99,4	26,5	20,3	B. No. $\frac{75}{40}$ max.
75	45	8	8,75	12,5	9,81	15,0	99,6	26,6	24,1	B. No. $\frac{75}{45}$ a min
75	45	8	9	12,7	9,96	14,5	101	27,0	23,2	U. No 8.
75	45	10	8,75	13,6	10,7	14,6	101	27,0	22,5	V. No. 8.
75	47	10	8,4	13,8	10,7	15,6	104	27,8	26,5	R. E. No. $\frac{75}{45}$ 8 max.
75	50	8	10	14,4	11,3	15,8	107	28,6	29,2	D. K. W-P. 7½ D.
75	45	10	10	14,5	11,4	15,3	110	29,3	26,2	H. V. No. 7½ C.; B. No. $\frac{75}{45}$ b. min.; F.
75	48	11	8,75	14,8	11,6	15,6	111	29,4	29,1	B. No $\frac{75}{45}$ a max.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
75	45	10	10,5	15,0	11,7	15,8	112	29,9	25,6	R. E. No. $\frac{75}{45}$ - 10 min.
75	45	10	11	15,2	11,9	16,0	115	30,6	26,4	U. No. 10.
75	50	9	9,5	14,4	11,3	16,8	116	30,9	32,0	U. No. 9.
75	47	12	10,5	16,5	12,9	17,3	119	31,8	30,9	R. E. No. $\frac{75}{45}$ - 10 max.; D. K W-P. $7\frac{1}{2}$ C ;
75	48	13	10	16,9	13,3	16,0	121	32,2	32,0	B. No. $\frac{75}{45}$ b max.
76	44	8	8,3	12,0	9,42	14,2	97,2	25,6	18,0	D. K. No. $\frac{3}{1^3/_4}$.
76	55	7,5	11,5	16,5	12,9	21,2	129	34,3	48,8	D. K. W-P. $7\frac{1}{2}$ B.
76	55	10	11,2	17,7	13,9	20,7	143	37,7	50,3	R. E. No. $\frac{76}{55}$ min.; U. No. 11.
76	57	12	11,2	19,2	15,1	20,9	150	39,6	56,8	R. E. No. $\frac{76}{55}$ max.
76	55	9	13,25	19,2	15,1	20,7	155	40,7	50,3	Hy. No. 76.
78,5	51	7	9,2	13,7	10,7	17,9	126	32,0	32,1	R. E. No. $\frac{78,5}{51}$ min.
78,5	53	9	9,2	15,2	11,9	17,9	134	34,1	37,1	R. E. No. $\frac{78,5}{51}$ max.
80	40	6	7,75	10,2	8,01	12,8	94,6	23,7	15,3	B. No. $\frac{80}{40}$ min.; St. No. 27.
80	*45*	*6*	*8*	*11,0*	*8,66*	*14,5*	*106*	*26,5*	*19,4*	*Normal-Profil No. 8.*
80	43	9	7,75	12,6	9,89	13,1	107	26,9	19,7	B. No. $\frac{80}{40}$ max.
80	53	7,5	7	12,4	9,74	16,3	114	28,6	30,5	D. K. W-P. 8.
80	47	8	8	12,6	9,89	14,6	115	28,6	23,5	R. E. N-P. No. 8 max.

breite	Stärke	stärke	schnitt		abstand	J_x	W_x	J_y	Bezeichnung des Profils
h	b	d	t	F		e			
mm	mm	mm	mm	cm²	$\frac{kg}{m}$	mm	cm⁴	cm³	cm⁴	

h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	$\frac{kg}{m}$	e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
80	48	9	8	13,4	10,5	14,6	119	29,7	25,5	B. N-P. No. 8 max.
80	56	10,5	8	15,7	12,3	17,6	138	34,5	43,9	B. No. $\frac{80}{56}$ min.
80	59	13,5	8	18,1	14,2	18,0	151	37,7	52,0	B. No. $\frac{80}{56}$ max.
90,5	30	10	12,75	14,2	11,1	10,4	140	30,8	9,8	R. E. No. $\frac{90,5}{30}$ min.
90,5	32	12	12,75	16,0	12,6	11,0	152	33,6	11,9	R. E. No. $\frac{90,5}{30}$ max.
91,5	26,5	8,5	10,7	11,7	9,18	8,64	118	25,7	6,0	R. E. No. $\frac{91,5}{26,5}$ min.
91,5	28,5	10,5	10,7	13,5	10,6	9,30	130	28,4	9,1	R. E. No. $\frac{91,5}{26,5}$ max.
100	20	5	7,5	7,25	5,69	5,03	90,0	18,0	2,1	R. E. No. $\frac{100}{20}$ min.
100	22	7	7,5	9,25	7,26	6,20	107	21,3	2,8	R. E. No. $\frac{100}{20}$ max.
100	42	10	7,5	14,8	11,6	11,1	182	36,4	16,5	D. K; W-P. 10.
100	40	8	8,5	13,4	10,5	11,4	186	37,3	16,98	St. No. 13.
100	*50*	*6*	*8,5*	*13,5*	*10,6*	*15,5*	*206*	*41,1*	*29,3*	***Normal-Profil No. 10.***
100	52	8	8,5	15,5	12,2	15,4	223	44,5	35,5	R. E. N-P. No. 10 max.; Hy. No. 10b.
100	53	9	8,5	16,5	13,0	15,4	231	46,2	37,8	B. N-P. No. 10 max.
102	63	11,1	11,9	23,7	18,6	20,4	342	67,0	77,0	D. K. No. $\frac{4}{2^1/_2}$.
104	66,5	8,5	9,8	20,5	16,1	23,0	333	64,0	87,4	R. E. No. $\frac{104}{66,5}$ min.
104	70	12	9,8	24,2	18,9	22,7	365	70,3	106	R. E. No. $\frac{104}{66,5}$ max.; D. K. W-P. $10^4/_{10}$.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwer-punkts-abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
105	68	7	7	15,9	12,5	21,7	273	52,0	72,5	H. V. No. 10½ a.; H. D. No. 10½ W.
105	68	6,5	7,7	16,3	12,8	21,1	287	54,7	66,3	U. No. 10½ W.; D. K. W-P. 10½; K No 9; F. No. $\frac{105}{65}$.
105	*65*	*8*	*8*	*17,3*	*13,6*	*18,8*	*287*	*54,7*	*61,2*	*Normal-Profil No. 10½ W.-P.*
105	67	10	8	19,4	15,2	19,1	306	58,4	74,1	Hy. No. 105 b;
105	68	11	8	20,7	16,2	19,3	316	60,2	80,6	B. N-P. No. 10½ max.
105	68,5	11,5	8	21,0	16,5	19,4	321	61,1	84,0	R. E. N-P. No. 10½ max.
105	66	9	11,5	22,6	17,7	21,7	373	71,0	85,9	V. No. 11.
116,5	67	11	12	26,5	20,8	23,0	513	88,4	113	R. E. No. $\frac{116,5}{67}$ min.
116,5	70,5	14,5	12	30,3	23,8	23,2	596	96,1	135	R. E. No. $\frac{116,5}{67}$ max.
117,5	*65*	*10*	*10*	*22,6*	*17,7*	*19,1*	*447*	*76,1*	*77,1*	*Normal-Profil No. 11¾ W.-P.*
117,5	67	12	10	24,9	19,6	19,6	473	80,7	87,4	Hy. No. 117½ b.
117,5	68	13	10	26,1	20,5	19,9	487	83,0	92,5	B. N-P. No. 11¾ max.
117,5	68,5	13,5	10	26,7	21,0	20,0	494	84,2	95,0	R. E. N-P. No. 11¾ max.
120	*55*	*7*	*9*	*17,0*	*13,4*	*16,0*	*364*	*60,7*	*43,2*	*Normal-Profil No. 12*
120	57	9	9	19,4	15,2	15,9	393	65,5	51,5	Hy. No 12 b.
120	58	10	9	20,6	16,2	15,9	407	67,9	54,5	B. N-P No. 12 max.
120	58,5	10,5	9	21,2	16,6	15,9	414	69,1	55,4	R. E. N-P. No. 12 max.
121,5	35	5	5,75	9,53	7,48	8,4	188	30,9	9,42	V. No. 17.
121,5	35	5	6	9,61	7,54	9,0	195	32,1	9,74	H. V. No. 12½.
122	35	5	5,75	9,68	7,60	8,35	190	31,0	9,43	B. No. $\frac{122}{35}$ min.

Höhe h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	Gewicht kg/m	abstand c mm	J_y cm⁴	W_y cm³	cm⁴	Bezeichnung des Profils
122	38	8	5,75	13,3	10,5	8,7	235	38,6	12,3	B. No. $\frac{122}{35}$ max.
125	72	9,75	11,5	26,7	21,0	22,9	621	99,4	133	B. No. $\frac{125}{72}$ min.
125	75	12,75	11,5	30,4	23,9	22,9	670	107	155	B. No. $\frac{125}{72}$ max.
127	63	11,1	12,7	27,6	21,7	19,4	616	97,0	88,3	D. K. No. $\frac{5}{2^1/_2}$.
130	45	7	8,25	15,4	12,1	12,1	361	55,5	26,8	B. No. $\frac{130}{45}$ min.; St. No. 29; V. No. 15; A. F. No. $\frac{130}{45}$; D. K. W-P. 13.
130	48	10	8,25	19,3	15,2	12,4	416	64,0	33,0	B. No. $\frac{130}{45}$ max.
140	45	7	10,25	17,7	13,9	13,0	489	69,8	31,8	B. No. $\frac{140}{45}$ min.
140	48	10	10,25	21,9	17,2	13,2	558	79,7	39,4	B. No. $\frac{140}{45}$ max.
140	*60*	*7*	*10*	*20,4*	*16,0*	*17,5*	*605*	*86,4*	*62,7*	*Normal-Profil No. 14.*
140	62	9	10	23,2	18,2	17,4	651	92,9	72,5	Hy. No. 14 b.
140	63	10	10	24,6	19,3	17,3	674	96,2	77,7	B. N-P. No. 14 max.
140	63,5	10,5	10	25,3	19,8	17,3	685	97,8	79,9	R. E. N-P. No. 14 max.
140	80	8	13	30,3	23,8	27,0	950	136	177	B. No. $\frac{14}{8}$ min.; G. S-P. $\frac{14}{8}$; H. V. S-P. $\frac{14}{8}$
140	81	9	13	31,7	24,9	26,8	973	139	187	G. S-P. $\frac{14}{8}$; H. V. S-P. $\frac{14}{8}$.
140	82	10	13	33,1	26,0	26,7	996	142	197	G. S-P. $\frac{14}{8}$; H. V. S-P. $\frac{14}{8}$.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	Schwer-punkts-abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
140	83	11	13	34,5	27,1	26,5	1019	146	207	G. S-P. $\frac{14}{8}$; H. V. S-P. $\frac{14}{8}$.
140	84	12	13	35,9	28,2	26,4	1041	149	218	G. S-P. $\frac{14}{8}$; H. V. S-P. $\frac{14}{8}$; B. No. $\frac{18}{8}$ max.
142	85	13	14,75	40,0	31,4	27,7	1180	166	274	B. No. $\frac{142}{85}$ min.; V. No. 19.
142	82	13	16	40,8	32,0	28,8	1191	168	259	R. E. No. $\frac{142}{82}$ min.
142	88	16	14,75	44,3	34,8	27,9	1252	176	310	B. No. $\frac{142}{85}$ max.
142	85,5	16,5	16	45,8	36,0	29,0	1275	179	301	R. E. No. $\frac{142}{82}$ max.
143	61,5	8,5	10,1	22,9	18,0	18,6	681	95,2	79,6	R. E. No. $\frac{143}{61,5}$ min.
143	65	12	10,1	27,9	21,9	19,1	765	107	96,6	R. E. No. $\frac{143}{61,5}$ max.
144	75	9	14	31,0	24,3	25,2	989	137	152	D. K. W-P. und S-P. $14^{8}/_{10}$.
144	78	12	13,5	35,2	27,6	25,8	1060	147	201	B. No. $\frac{144}{78}$ min.; V. No. 18; R. E. No. $\frac{144}{78}$ min.
144	81	15	13,5	39,5	31,0	24,7	1135	158	229	B. No. $\frac{144}{78}$ max.
144	81,5	15,5	13,5	40,4	31,7	25,9	1150	160	245	R. E. No. $\frac{144}{78}$ max.
145	*60*	*8*	*8*	*19,8*	*15,5*	*15,0*	*585*	*80,7*	*53,6*	*Normal-Profil No. $14^1/_2$ W.-P.*
145	62	10	8	22,7	17,6	15,2	636	87,7	63,2	Hy. No. 145 b.
145	63	11	8	24,1	18,9	15,2	661	91,3	65,6	B. N-P. No. $14^1/_2$ max.
145	63,5	11,5	8	24,9	19,5	15,3	674	93,0	66,6	R. E. N-P. No. $14^1/_2$ max.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
150	46	8	8	19,9	15,6	10,3	570	76,0	26,7	K. No. 1.
150	85	9	14	35,3	27,7	28,4	1240	165	232	D. K. S-P. 15; B. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$ min.; G. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$; H. V. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$.
150	86	10	14	36,8	28,9	28,2	1268	169	244	G. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$; H. V. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$.
150	87	11	14	38,3	30,1	28,1	1296	173	256	G. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$; H. V. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$.
150	88	12	14	39,8	31,2	28,0	1324	177	268	G. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$; H. V. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$.
150	89	13	14	41,3	32,4	27,9	1352	180	281	B. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$ max.; G. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$; H. V. S-P. $\frac{15}{8^1/_2}$;
151	42	9	12	21,4	16,8	12,0	636	84	30,2	B. No. $\frac{151}{42}$ min.
151	45	12	12	25,9	20,6	12,7	722	95,6	37,3	B. No. $\frac{151}{42}$ max.
151	63	8	10,75	24,2	19,0	18,4	817	108	90,1	B. No. $\frac{151}{63}$ min.
151	66	11	10,75	28,7	22,5	18,3	903	120	107	B. No. $\frac{151}{63}$ max.
152	48,8	5,1	8,75	15,4	12,1	13,1	542	71,3	32,4	B. No. $\frac{152}{48,8}$ min.
152	57,9	14,2	8,75	29,4	23,1	13,8	808	106	63,3	B. No. $\frac{152}{48,8}$ max.
152	76	11,1	12,7	33,7	26,5	22,9	1110	146	153	D. K. No. $\frac{6}{3}$.
153	58	7	10,25	21,3	16,7	16,9	742	97	67,7	D. K W-P. 15³/₁₀; Hy. No. 153; B. No. $\frac{153}{58}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
153	60	9	10,25	24,5	19,2	16,8	802	105	77,1	Hy. No. 153 b.
153	61	10	10,25	25,9	20,3	16,7	832	109	81,8	B. No. $\frac{153}{58}$ max.
160	*65*	*7,5*	*10,5*	*24,0*	*18,8*	*18,4*	*925*	*116*	*83,3*	*Normal-Profil No. 16.*
160	67	9,5	10,5	27,2	21,4	18,7	993	125	100	Hy. No. 16 b.
160	68	10,5	10,5	28,8	22,6	18,8	1027	128	105	B. N. P. No. 16 max.
160	68,5	11	10,5	29,6	23,2	18,9	1044	131	107	R. E. N. P. No. 16 max.
165	90	10	15	40,9	32,1	29,8	1730	210	300	B. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$ min.; D. K. S-P. $16^1/_2$; G. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$; H. V. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$.
165	91	11	15	42,6	33,4	29,6	1768	214	314	G. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$; H. V. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$.
165	92	12	15	44,2	34,7	29,5	1805	219	329	G. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$; H. V. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$.
165	93	13	15	45,9	36,0	29,4	1843	223	344	G. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$; H. V. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$.
165	94	14	15	47,5	37,3	29,3	1880	228	359	B. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$ min.; G. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$; H. V. S-P. $\frac{16^1/_2}{9}$.
175	60	7	10	23,2	18,1	16,3	1033	118	76,7	B. No. $\frac{175}{60}$ min.; D. K. W-P. $17^1/_2$.
175	60	8	10,5	25,5	20,0	16,0	1097	125	74,1	V. No. 24.
175	63	10	10	28,4	22,3	16,0	1169	134	93,1	B. No. $\frac{175}{60}$ max.
175	77	10,75	12,5	36,0	28,3	21,8	1596	183	194	B. No. $\frac{175}{77}$ min.
175	80	13,75	12,5	41,2	32,3	21,8	1730	198	222	B. No. $\frac{175}{77}$ max.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-Stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	Schwer-punkts-abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
176	72	10	11,5	31,6	24,8	20,4	1421	161	150	Hy. No. 176.
176	73	9,75	11,5	31,9	25,0	20,4	1429	162	155	B. No. $\frac{176}{73}$ min.; V. No. 25.
176	74	12	11,5	35,1	27,5	20,3	1512	172	165	Hy. No. 176b.
176	76	12,75	11,5	37,2	29,2	20,2	1567	178	180	B. No. $\frac{176}{73}$ max.
177	72	10	10	31,2	24,5	18,1	1372	155	123	K. No. 2.
178	89	12,7	12,7	42,2	33,2	24,8	1895	213	253	D. K. No. $\frac{7}{3^1/_2}$.
180	50	8	10	23,0	18,0	13,2	996	111	46,3	R. E. No. $\frac{180}{50}$ min.
180	53,5	11,5	10	29,3	23,0	13,5	1167	130	57,5	R. E. No. $\frac{180}{50}$ max.
180	*70*	*8*	*11*	*28,0*	*22,0*	*19,2*	*1354*	*150*	*114*	*Normal-Profil No. 18.*
180	72	10	11	31,6	24,8	19,3	1451	161	129	Hy. No. 18b.
180	73	11	11	33,4	26,2	19,4	1500	167	138	B. N-P. No. 18 max.
180	73,5	11,5	11	34,3	26,9	19,4	1524	169	143	R. E. N-P. No 18 max.
180	85	9	14	37,1	29,1	26,8	1868	208	278	D. K. S-P. 18 A.
180	90	13	14	45,0	35,3	26,4	2070	230	297	D. K. S-P. 18 B.
180	90	10	16	44,1	34,2	29,5	2250	250	325	B. S-P. $\frac{18}{9}$ min.; G. S-P. $\frac{18}{9}$; H. V. S-P. $\frac{18}{9}$.
180	91	11	16	45,9	36,0	29,3	2299	256	340	G. S-P. $\frac{18}{9}$; H. V. S-P. $\frac{18}{9}$.
180	92	12	16	47,7	37,4	29,2	2347	261	356	G. S-P. $\frac{18}{9}$ H. V. S-P. $\frac{18}{9}$.
180	93	13	16	49,5	38,8	29,1	2396	266	372	G. S-P. $\frac{18}{9}$; H. V. S-P. $\frac{18}{9}$.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwer-punkts-abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
180	94	14	16	51,3	40,2	29,0	2444	272	381	B. S-P. $\frac{18}{9}$ max.; G. S-P. $\frac{18}{9}$; H. V. S-P. $\frac{18}{9}$.
196	78	13	18	49,3	38,7	24,3	2676	273	271	B. No. $\frac{196}{78}$ min.
196	81	16	18	55,2	43,3	24,5	2864	292	309	B. No. $\frac{196}{78}$ max.
200	*75*	*8,5*	*11,5*	*32,2*	*25,3*	*20,1*	*1911*	*191*	*148*	*Normal-Profil No. 20.*
200	77	10,5	11,5	36,2	28,4	19,9	2044	204	167	Hy. No. 20 b.
200	78	11,5	11,5	38,2	30,0	19,7	2111	211	176	B. N-P. No. 20 max.
200	78,5	12	11,5	39,2	30,8	19,7	2144	214	180	R. E. N-P. No. 20 max.
200	85	8	14	38,0	29,8	28,1	2440	244	250	B. S-P. $\frac{20}{8,5}$ min.; D. K. S-P. 20 A.; G. S-P. $\frac{20}{8,5}$; H. V. S-P. $\frac{20}{8,5}$.
200	86	9	14	39,0	30,6	27,5	2507	251	263	G. S-P. $\frac{20}{8,5}$; H. V. S-P. $\frac{20}{8,5}$.
200	87	10	14	42,0	33,0	26,8	2573	257	277	G. S-P. $\frac{20}{8,5}$; H. V. S-P. $\frac{20}{8,5}$.
200	90	9	15	42,4	33,3	28,2	2636	264	310	D. K. S-P. 20 B.
200	88	11	14	44,0	34,5	26,2	2640	264	291	G. S-P. $\frac{20}{8,5}$; H. V. S-P. $\frac{20}{8,5}$.
200	89	12	14	46,0	36,1	25,5	2707	271	305	G. S-P. $\frac{20}{8,5}$; H. V. S-P. $\frac{20}{8,5}$; B. S-P. $\frac{20}{8,5}$ max.
200	90	11	17	49,4	38,8	28,6	3034	303	359	B. S-P. $\frac{20}{9}$ min.; G. S-P. $\frac{20}{9}$; H. V. S-P. $\frac{20}{9}$.
200	91	12	17	51,4	40,3	28,5	3101	310	375	G. S-P. $\frac{20}{9}$; H. V. S-P. $\frac{20}{9}$.
200	92	13	17	53,4	41,9	28,4	3167	317	391	G. S-P. $\frac{20}{9}$; H. V. S-P. $\frac{20}{9}$.

h mm	b mm	d mm	t mm	F cm²	kg/m	Abstand e mm	cm⁴	cm³	cm⁴	Bezeichnung des Profils
200	93	14	17	55,4	43,5	28,3	3234	323	408	G. S-P. $\frac{20}{9}$; H. V. S-P. $\frac{20}{9}$.
200	94	15	17	57,4	45,1	28,3	3302	330	425	B. S-P. $\frac{20}{9}$ max.; G. S-P. $\frac{20}{9}$; H. V. S-P. $\frac{20}{9}$.
203	57,4	5,6	9,9	21,3	16,7	14,4	1345	132	53,6	R. E. No. $\frac{203}{57}$ min.
203	66,6	14,8	9,9	40,3	31,6	14,5	1978	195	90,7	R. E. No. $\frac{203}{57}$ max.
203	89	12,7	12,7	45,4	35,6	23,7	2598	256	272	D. K. No. $\frac{8}{3^1/_2}$.
210	65	8	10	28,5	22,4	16,8	1759	168	104	R. E. No. $\frac{210}{65}$ min.
210	68,5	11,5	10	35,8	28,1	16,7	2028	190	125	R. E. No. $\frac{210}{65}$ max.
210	100	10	13	44,5	34,9	29,2	3045	290	439	B. No. $\frac{210}{100}$ min.
210	103	13	13	50,8	39,9	28,4	3276	312	498	B. No. $\frac{210}{100}$ max.
215	87	14	16,5	54,6	42,9	25,4	3538	329	337	Hy. No. 215.
215	89	16	16,5	58,9	46,2	26,5	3704	345	382	Hy. No. 215 b.
220	*80*	*9*	*12,5*	*37,4*	*29,4*	*21,4*	*2690*	*245*	*197*	*Normal-Profil No. 22.*
220	82	11	12,5	41,8	32,8	21,6	2867	261	226	Hy. No. 22 b.
220	83	12	12,5	44,0	34,5	21,7	2956	269	233	B. N-P. No. 22 max.
220	85	14	12,5	48,4	38,0	21,8	3134	285	260	R. E. N-P. No. 22 max.
220	90	8,5	15,0	43,6	34,2	27,7	3380	307	321	B. S-P. No. $\frac{22}{9}$ min.; G. S-P. $\frac{22}{9}$; H. V. S-P. $\frac{22}{9}$.
220	91	9,5	15,0	45,8	36,0	28,2	3469	315	338	G. S-P. $\frac{22}{9}$; H. V. S-P. $\frac{22}{9}$.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	
220	92	10,5	15,0	48,0	37,7	28,7	3556	323	355	G. S-P. $\frac{22}{9}$; H. V. S-P
220	93	11,5	15,0	50,2	39,4	29,2	3645	331	373	G. S-P. $\frac{22}{9}$; H. V. S-P. $\frac{22}{9}$.
220	95	10	16	49,1	38,5	29,2	3688	335	425	D. K. S-P. 22.
220	94	12,5	15	52,4	41,1	29,7	3734	339	392	G. S-P. $\frac{22}{9}$; H. V. S-P. $\frac{22}{9}$; B. S-P. $\frac{22}{9}$ max.
220	95	12	17	55,2	43,3	28,8	4038	367	436	G. S-P. H. V. S-P. $\frac{22}{9^1/_2}$; B. S-P. $\frac{22}{9^1/_2}$ min.
220	96	13	17	57,4	45,1	28,8	4127	375	454	G. S-P. H. V. S-P. $\frac{22}{9^1/_2}$.
220	97	14	17	59,6	46,8	28,7	4215	383	472	G. S- H. V. S-P. $\frac{22}{9^1/_2}$.
220	98	15	17	61,8	48,5	28,6	4304	391	591	G. S-P ; H. V. S-P. $\frac{22}{9^1/_2}$.
220	99	16	17	64,0	50,2	28,6	4393	399	511	G S-P. $\frac{22}{9^1/_2}$; H. V. S-P. $\frac{22}{9^1/_2}$; B. S-P. $\frac{22}{9^1/_2}$ max.
228,6	76,2	9,5	10,5	36,2	28,4	19,8	2664	233	176	H. V. No. 22.
229	89	12,7	12,7	48,6	38,1	22,4	3492	305	292	D. K. No. $\frac{9}{3^1/_2}$.
235	76	9,5	10,7	36,6	28,7	19,2	2819	240	180	R. E. No. $\frac{235}{76}$ min.
235	70	10	12,8	39,1	30,7	18,0	2890	254	162	B. No. $\frac{235}{70}$ min.
235	73	13	12,8	46,1	36,1	18,0	3214	274	187	B. No. $\frac{235}{70}$ max.
235	81	14,5	10,7	48,3	37,9	18,9	3360	286	220	R. E. No. $\frac{235}{76}$ max.
	90	*10*	*12*	*42,4*	*33,3*	*22,8*	*3429*	*292*	*272*	*Normal Profil Nr. 22¹/₂ W.-P.*

Höhe h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	punkts-abstand c mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J cm⁴	Bezeichnung des Profils
235	92	12	12	47,1	37,0	22,9	3615	310	302	Hy. No. 235 b.
235	93	13	12	49,4	38,8	22,9	3753	319	318	B. N-P. No. 23½ max.
235	95	15	12	54,2	42,5	23,1	3970	338	343	R. E. N-P. No. 23½ max.
240	*85*	*9,5*	*13*	*42,3*	*33,2*	*22,3*	*3598*	*300*	*248*	*Normal-Profil No. 24.*
240	87	11,5	13	47,1	37,0	22,5	3828	319	277	Hy. No. 24 b.
240	88	12,5	13	49,5	38,8	22,6	3944	329	291	B. N-P. No. 24 max.
240	90	14,5	13	54,3	42,6	22,7	4174	348	334	R. E. N-P. No. 24 max.
240	95	9	15,5	48,7	38,2	27,6	4401	367	398	B. S-P. $\frac{24}{9\frac{1}{2}}$ min; D. K. S-P. 24; G. S-P. $\frac{24}{9,5}$; H. V. S-P. $\frac{24}{9,5}$.
240	96	10	15,5	51,2	40,2	27,6	4516	376	417	G. S-P. $\frac{24}{9,5}$; H. V. S-P. $\frac{24}{9,5}$.
240	97	11	15,5	53,5	42,0	27,6	4631	386	436	G. S-P. $\frac{24}{9,5}$; H. V. S-P. $\frac{24}{9,5}$.
240	98	12	15,5	55,9	43,9	27,6	4747	396	455	G. S-P. $\frac{24}{9,5}$; H. V. S-P. $\frac{24}{9,5}$.
240	99	13	15,5	58,3	45,8	27,6	4862	405	475	B. S-P. $\frac{24}{9\frac{1}{2}}$ max; G. S-P. $\frac{24}{9,5}$; H. V. S-P. $\frac{24}{9,5}$.
240	100	13	18	63,2	49,6	29,7	5452	454	547	B. S-P. $\frac{24}{10}$ min.; G. S-P. $\frac{24}{10}$; H. V. S-P. $\frac{24}{10}$.
210	101	14	18	65,7	51,6	29,6	5567	464	568	G. S-P $\frac{24}{10}$; H. V. S-P. $\frac{24}{10}$.
240	102	15	18	68,1	53,5	29,5	5682	474	589	G. S-P. $\frac{24}{10}$; H V. S-P. $\frac{24}{10}$.
240	103	16	18	70,5	55,3	29,4	5798	483	611	G. S-P. $\frac{24}{10}$; H. V. S-P. $\frac{24}{10}$.
240	104	17	18	72,9	57,2	29,3	5913	493	633	B. S-P. $\frac{24}{10}$ max.; G. S-P. $\frac{24}{10}$; H. V. $\frac{24}{10}$.

Höhe h mm	Flansch-breite b mm	Steg-stärke d mm	Flansch-stärke t mm	Quer-schnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	Schwer-punkts-abstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
250	80	8	10,25	34,7	27,3	19,6	3164	253	202	B. No. $\frac{250}{80}$ min.; D. K. No. W-P. 25.
250	80	8	10,5	35,6	27,9	19,7	3210	257	207	Hy. No. 250.
250	80	8	11.4	36,7	28,8	22,0	3379	270	215	R. E. No. $\frac{250}{80}$ min.
250	82	10	10,25	40,3	31,6	18,7	3424	274	223	B. No. $\frac{250}{80}$ max.
250	82	10	10,5	40,6	31,9	19,0	3470	278	200	Hy. No. 250 b.
250	85	13	11,4	49,2	38,6	20,8	4031	323	273	R. E. No. $\frac{250}{80}$ max.
254	89	12,7	12,7	51,8	40,7	21,6	4584	354	306	D. K. No. $\frac{10}{3^1/_2}$.
260	*90*	*10*	*10*	*41,6*	*32,7*	*19,7*	*3900*	*300*	*237*	*Normal-Profil No. 26 W.-P.*
260	92	12	10	46,8	36,7	19,6	4193	323	271	Hy. No. 260 b.
260	93	13	10	49,4	38,8	19,5	4339	334	288	B. N-P. No. 26 alt. max.
260	95	15	10	54,6	42,9	19,4	4632	356	322	R. E. N-P. No. 26 alt max.
260	*90*	*10*	*14*	*48,3*	*37,9*	*23,6*	*4823*	*371*	*317*	*Normal-Profil No. 26*
260	92	12	14	53,5	42,0	23,2	5116	394	350	Hy. No. 26 b.
260	93	13	14	56,1	44,0	23,0	5262	405	367	B. N-P. No. 26 max.
260	95	15	14	61,3	48,1	22,7	5555	427	400	R. E. N-P. No. 26 max.
260	95	9,5	16	52,6	41,3	27,8	5560	428	421	D. K. S-P. 26; B. S-P. $\frac{26}{9^1/_2}$ min.; G. S-P. $\frac{26}{9^1/_2}$; H. V. S-P. $\frac{26}{9^1/_2}$.
260	96	10,5	16	55,2	43,3	27,5	5706	439	441	G. S-P. $\frac{26}{9^1/_2}$; H. V. S-P. $\frac{26}{9^1/_2}$

Höhe h mm	breite b mm	stärke d mm	stärke t mm	schnitt F cm²	[illegible] $\frac{kg}{m}$	[illegible] abstand c mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
260	97	11,5	16	57,8	45,4	27,2	5852	450	461	G. S-P. $\frac{26}{9\frac{1}{2}}$; H. V. S-P. $\frac{26}{9\frac{1}{2}}$.
260	98	12,5	16	60,4	47,4	27,0	5998	462	481	G. S-P. $\frac{26}{9\frac{1}{2}}$; H. V. S-P. $\frac{26}{9\frac{1}{2}}$.
260	99	13,5	16	63,0	49,5	26,8	6144	473	501	B. S-P. $\frac{26}{9\frac{1}{2}}$ max.; G. S-P. $\frac{26}{9\frac{1}{2}}$; H. V. S-P. $\frac{26}{9\frac{1}{2}}$.
280	*95*	*10*	*15*	*53,3*	*41,8*	*25,3*	*6276*	*450*	*399*	*Normal-Profil No. 28.*
280	97	12	15	58,9	46,2	25,2	6641	476	449	Hy. No 28 b.
280	100	10	16,5	58,3	45,8	28,7	7086	506	511	B. S-P. $\frac{28}{10}$ min.; D. K. S-P. 28; G u. H. V. S-P. $\frac{28}{10}$.
280	100	15	15	67,3	52,8	25,0	7191	515	526	R. E. N-P. 28 max.
280	101	11	16,5	61,1	47,9	28,4	7269	519	534	G. S-P. $\frac{28}{10}$; H. V. S-P. $\frac{28}{10}$.
280	102	12	16,5	63,9	50,1	28,1	7452	532	556	G. S-P. $\frac{28}{10}$; H. V. S-P. $\frac{28}{10}$.
280	103	13	16,5	66,7	52,3	27,9	7635	545	578	G. S-P. $\frac{28}{10}$; H. V. S-P. $\frac{28}{10}$.
280	104	14	16,5	69,5	54,5	27,7	7818	558	601	B. S-P. $\frac{28}{10}$ max; G. S-P. $\frac{28}{10}$; H. V. S-P. $\frac{28}{10}$.
300	*75*	*10*	*10*	*42,8*	*33,6*	*15,0*	*4925*	*328*	*145*	*Normal-Profil No. 30 W.-P.*
300	77	12	10	48,8	38,3	15,0	5375	358	161	Hy. No 300 b.
300	78	13	10	51,8	40,7	15,1	5600	373	169	B. N-P. 30 alt max.
300	75	10	13	47,1	37,0	14,8	5732	382	200	St. No. 30.
300	78	10	13	47,7	37,4	19,0	5868	392	235	R. E. No. $\frac{300}{78}$ min.; D. K. W-P. 30 A; H. V. No. 30 b; V. N-P. $\frac{30}{78}$; K. No. 6.
300	78	10,5	13	49,6	38,9	18,1	5979	399	242	B. No. $\frac{300}{78}$ min.

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht $\frac{kg}{m}$	Schwerpunktsabstand c mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	
300	80	15	10	57,8	45,4	16,5	6050	403	187	R. E. N-P. 30 alt max.
300	81	13,5	13	58,6	46,0	18,0	6654	444	274	B. No. $\frac{300}{78}$ max.
300	83	15	13	62,5	49,1	18,8	6995	466	284	R. E. No. $\frac{300}{78}$ max.
300	*100*	*10*	*16*	*58,8*	*46,2*	*27,0*	*8026*	*535*	*495*	*Normal-Profil No. 30.*
300	98	12	15,25	62,6	49,2	25,5	8053	537	531	B. No. $\frac{300}{98}$ min.
300	100	12	15	63,5	49,8	25,2	8066	538	502	R. E. No. $\frac{300}{100}$ min.
300	102	12	16	64,8	50,9	26,5	8476	565	547	Hy. No. 30 b.
300	100	11	17	63,8	50,1	29,4	8690	579	598	B. S-P. $\frac{30}{10}$ min.; G. S-P. $\frac{30}{10}$; H. V. S-P. $\frac{30}{10}$; D. K. S-P. 30.
300	103	13	16	67,8	53,2	26,2	8701	580	574	B. N-P. 30 max.
300	101	15	15,25	71,6	56,2	25,1	8728	582	593	B. No. $\frac{300}{98}$ max.
300	101	12	17	66,8	52,4	29,1	8915	594	623	G. S-P. $\frac{30}{10}$; H. V. S-P. $\frac{30}{10}$
300	102	13	17	69,8	54,8	28,9	9140	609	648	G. S-P. $\frac{30}{10}$; H. V. S-P. $\frac{30}{10}$
300	105	15	16	73,8	57,9	25,7	9151	610	626	R. E. N-P. 30 max.
300	105	17	15	78,5	61,6	24,9	9191	613	598	R. E. No. $\frac{300}{100}$ max.
300	103	14	17	72,8	57,1	28,6	9365	624	673	G. S-P. $\frac{30}{10}$; H. V. S-P. $\frac{30}{10}$

Höhe h mm	Flanschbreite b mm	Stegstärke d mm	Flanschstärke t mm	Querschnitt F cm²	Gewicht kg/m	Schwerpunktsabstand e mm	J_x cm⁴	W_x cm³	J_y cm⁴	Bezeichnung des Profils
300	104	15	17	75,8	59,5	28,3	9590	639	698	B. S-P. $\frac{30}{10}$ max.; G. S-P. $\frac{30}{10}$; H. V. S-P. $\frac{30}{10}$.
305	89	12,7	12,7	58,3	45,8	19,8	7046	462	315	D. K. No. $\frac{12}{3\,1/2}$.
320	60	7	9,75	33,8	26,5	13,5	4459	279	102	R. E. No. $\frac{320}{60}$ min.
320	65	12	9,75	49,8	39,1	13,4	5824	364	132	R. E. No. $\frac{320}{60}$ max.
320	100	11	17,5	67,0	52,6	27,3	10343	644	571	G. S-P. $\frac{32}{10}$; H. V. S-P. $\frac{32}{10}$.
320	101	12	17,5	70,2	55,1	27,1	10616	663	594	G. S-P. $\frac{32}{10}$; H. V. S-P. $\frac{32}{10}$.
320	102	13	17,5	73,4	57,6	26,9	10889	687	617	G. S-P. $\frac{32}{10}$; H. V. S-P. $\frac{32}{10}$.
320	103	14	17,5	76,6	60,1	26,7	11162	698	641	G. S-P. $\frac{32}{10}$; H. V. S-P. $\frac{32}{10}$.
320	104	15	17,5	79,8	62,6	26,5	11435	715	665	G. S-P. $\frac{32}{10}$; H. V. S-P. $\frac{32}{10}$.
340	100	11,5	18,0	71,9	56,4	26,7	12235	720	598	G. S-P. $\frac{34}{10}$; H. V. S-P. $\frac{34}{10}$.
340	101	12,5	18,0	75,3	59,1	26,5	12563	739	622	G. S-P. $\frac{34}{10}$; H. V. S-P. $\frac{34}{10}$.
340	102	13,5	18,0	78,7	61,8	26,3	12890	758	646	G. S-P. $\frac{34}{10}$; H. V. S-P. $\frac{34}{10}$.
340	103	14,5	18,0	82,1	64,4	26,1	13218	778	670	G. S-P. $\frac{34}{10}$; H. V. S-P. $\frac{34}{10}$.

h	b	d	t	F	G	i	J	W	J_0	Bezeichnung des Profils
mm	mm	mm	mm	cm²	kg/m	mm	cm⁴	cm³	cm⁴	
[illegible]	[illegible]	1?,5	1?,?	8?,5	67,1	?,?	135??	?9?	694	G S P [illegible], H V S P [illegible]
381	?6,4	16	16,6	6?,?	50,1	20,?	13010	683	318	R E No 381/86 min., B No 381/80,4 min., D K No [illegible]
381	?6,3	10,?	16,6	66,9	5?,7	19,7	13?51	697	317	A F No 16/3,4 min
381	10?	1?,7	1?,7	72,0	56,?	20,9	13351	700	168	D K No [illegible]
381	?3,8	18,1	16,6	95,5	75,0	20,6	16678	875	160	A F [illegible] max
381	97,4	21	16,6	105	82,5	21,0	18056	948	518	R E No 381/86 max., B No 381/80,4 max

Bedeutung der Abkürzungen.

A. F. Aumetz Friede.
B. Burbach.
Diff. Differdingen.
D. K. Deutscher Kaiser.
F. Friedenshütte.
G. Gutehoffnungshütte.
H. D. Hoesch, Dortmund.
H. V. Hoerder Verein.
Hy. Hayingen.
K. Königshütte.
R. E. Rothe Erde.
St. Stumm.
U. Union.
V. Völklingen.
S. P. Schiffbau Profil.
W. P. Wagenbau Profil.
B. S. B. British Standard Beam.

$i = \sqrt{\frac{J}{F}}$ (Maße in cm)

Sachregister.

(Die Zahlen bedeuten die Seiten.)

Schiffsmaschinen und -Kessel. Berechnung und Konstruktion. Ein Handbuch zum Gebrauch für Konstrukteure, Seemaschinisten und Studierende von Dr. **G. Bauer,** Oberingenieur der Stettiner Maschinenbau-A.-G. „Vulkan“, unter Mitwirkung der Ingenieure **E. Ludwig, A. Boettcher** und **H. Foettinger.** Zweite, verm. und verb. Aufl. 728 S. mit 535 Illustr., 17 Tafeln u. vielen Tab. In Leinw. geb. M. **18.50**.

Schleusenanlagen. Vergleich zwischen den verschiedenen Betriebsarten. Von Dr.-Ing. **Willy Giller.** 79 S. 8°. Mit 38 Abb. u. 6 Taf. Preis brosch. M. **4.50**. Das Werk, welches sich einerseits durch Kürze und klare Ausdrucksweise, anderseits durch Vollständigkeit auszeichnet, beschreibt in den ersten fünf Kapiteln an Hand ausgeführter Anlagen die verschiedenen Betriebsarten von Schleusen. Das sechste Kapitel behandelt den Vergleich der geschilderten Betriebssysteme in technischer, das siebente Kapitel in wirtschaftlicher Hinsicht. Im achten Kapitel werden die Ergebnisse der angestellten Betrachtungen zusammengefaßt. Das Werk füllt in der an und für sich spärlichen Literatur über Schleusenanlagen und deren Betrieb eine fühlbare Lücke aus und bietet in seiner zusammengedrängten Form nicht nur für den Wasserbautechniker, sondern namentlich auch für den Elektrotechniker, soweit er sich mit dem Antrieb von Schleusenanlagen zu befassen hat, wertvolle Fingerzeige.

Über Schwerlast-Drehkrane im Werft- und Hafenverkehr. Von Dr.-Ing. **Eugen Schürmann.** VI u. 79 S. gr. 8°. Mit 79 Textabb. u. 12 T. Pr. M. **6.—**. Das Werk gewährt einen vollständigen Überblick über sämtliche Arten von Schwerlast-Drehkranen und über die Wandlungen, die sie bis auf den heutigen Tag erfahren haben. Dem heutigen allgemeinen Interesse entsprechend, sind die sogen. Hammerkrane am eingehendsten behandelt, den andern Krantypen vergleichend gegenübergestellt und sämtliche bis jetzt vorhandenen Ausführungen dieser Kranart in Wort und Skizze kurz erwähnt worden. Auch die bekannte Streitfrage einiger bedeutender Fabriken: ob man oberem, oder unterem Antrieb des Schwenkwerks, und ob man drei- oder vierseitiger Stützpyramide den Vorzug geben soll, ist in rein sachlicher Weise von konstruktiven und allgemeinen Gesichtspunkten aus erörtert worden. Die Berechnungen sind — wie das im heutigen Maschinenbau, insbesondere aber im Hebezeugbau immer mehr üblich wird — nicht nur mit Rücksicht auf statische, sondern auch dynamische Kräfte durchgeführt worden. Da in dem Buche auch die Kostenfrage erörtert wird, dürfte es für den konstruierenden, wie für den kaufmännisch rechnenden Ingenieur gleich interessant und wertvoll sein.

Deinhardt-Schlomann:

Technisches Wörterbuch

in sechs Sprachen

mit Abbildungen, Formeln etc.

nach besonderer Methode bearbeitet.

Jeder strebende Ingenieur und Techniker, der die internationalen Vorgänge auf seinem engern Arbeitsgebiete aufmerksam verfolgt, oder der im geschäftlichen Verkehr mit dem Auslande, sei es anläßlich von Bestellungen, sei es bei Aufstellung maschineller Anlagen, mit des Deutschen unkundigen Industriellen, Fachgenossen oder Arbeitern verkehren muß, wird es unangenehm empfunden haben, daß sich die bisher bestehenden fremdsprachlichen Wörterbücher in zahlreichen Fällen als unzureichend erweisen. Dies im einzelnen hier auszuführen, mangelt der Raum. Jedenfalls aber ist sicher, daß die bestehenden fremdsprachlichen Wörterbücher durchaus unvollständig sind und auch sein müssen. Denn sie können auf dem gegebenen bescheidenen Umfange unmöglich die Terminologie der gesamten Technik enthalten, umfaßt doch z. B. das Gebiet der Elektrotechnik allein rund 10 000 Worte. Es dürfte des ferneren aber auch die Erfahrung gemacht worden sein, daß die vorhandenen Übersetzungen von technischen Begriffen und Gegenständen sich nicht immer als unbedingt zuverlässig erweisen. Der Grund hierfür liegt in dem für die Zusammenstellung technischer Wörterbücher vorherrschend angewandten philologischen Prinzip, das zu wenig den schwankenden Sprachgebrauch der Praxis berücksichtigt. Ein dritter Übelstand ist die bisherige innere Einrichtung der Lexika, die infolge der alphabetischen Anordnung für jede Sprache die Erwerbung und den Gebrauch eines besonderen Wörterbuches verlangt.

Diese Erwägungen veranlaßten die Herren Ingenieure **Kurt Deinhardt** und **A. Schlomann** in Gemeinschaft mit dem unterzeichneten Verlage zur Herausgabe der oben angekündigten Wørterbücher, die bezüglich der Feststellung der Terminologie in den einzelnen Sprachen sowie der inneren Einrichtung grundsätzliche Abweichungen von den bisherigen Methoden aufweisen.

1. Jeder Band des Unternehmens wird nur ein Spezialgebiet der Technik umfassen.

Dadurch ist es möglich, auf relativ geringem Umfange dem Ingenieur und Techniker für sein engeres Arbeitsgebiet ein durchaus lückenloses fremdsprachliches Wörterbuch zu schaffen. Die Terminologie der übrigen Zweige ist für ihn fast zwecklos, denn die Kenntnis der nur auf dem Gebiete beispielsweise der Architektur, des Hoch- und Brückenbaues etc. vorkommenden Worte kann z. B. der Maschineningenieur entbehren.

2. Jedem Wort (Begriff oder Gegenstand) ist, soweit möglich, dessen bildliche Übersetzung in Form der Skizze, der Formel, des Symbols, also in einer allen Ländern verständlichen Universalsprache beigegeben.

Ebenso wie diese bildliche Darstellung, auf Grund der die Feststellung der fremdsprachlichen Ausdrücke in dem betreffenden Lande selbst, und zwar durch Fachingenieure in Werkstätten, Konstruktionsbureaus vorgenommen wurde, schon bei der **Zusammenstellung des Inhaltes** fast jede Unkorrektheit ausschließt, bildet sie auch im **Gebrauche** der Wörterbücher ein kaum hoch genug einzuschätzendes Kontrollmittel.

3. Die Deinhardt-Schlomannsche Methode vermeidet die bisherige alphabetische Anordnung und teilt den Gesamtinhalt eines Bandes in sachgemäß zusammengehörige Gruppen ein.

Wengleich es also dem Fachmanne gleich ist, ein Wort auf Grund der Gruppeneinteilung (also z. B. 1. Schrauben, 2. Keile, 3. Nieten etc.) und mit Hilfe der beigegebenen Abbildung zu finden, enthält außerdem jeder Band am Schlusse ein alphabetisches Register aller aufgenommenen Worte sämtlicher in dem Bande enthaltenen Sprachen, mit dem kurzen Verweis auf die betreffende Stelle im Hauptteil. Ein und dasselbe Exemplar kann daher in jedem Lande der aufgenommenen Sprachen:

Deutsch — Englisch — Französisch — Russisch
Italienisch — Spanisch,

gebraucht werden, so daß durch die erwähnte grundsätzliche Abweichung von der bisherigen lexikalischen Einrichtung **ein** Band der Deinhardt-Schlomannschen Wörterbücher **30** zweisprachige Wörterbücher alten Systems ersetzt.

Mitteilungen aus dem Maschinen-Laboratorium der Kgl. Technischen Hochschule zu Berlin. Herausgegeben zur Hundertjahrfeier der Hochschule von Professor **E. Josse,** Vorsteher des Maschinen-Laboratoriums. I. Heft: Die Maschinen, die Versuchseinrichtungen und Hilfsmittel des Maschinen-Laboratoriums. Mit 73 Textfiguren und zwei Tafeln. IV und 78 Seiten. gr. 4°. Preis M. **4.50.** — II. Heft: Versuche. Mit 39 Textfiguren. IV und 49 Seiten. gr. 4°. Preis M. **3.—**. — III. Heft: Neuere Erfahrungen und Versuche mit Abwärme-Kraftmaschinen. Mit 20 Textfiguren. 42 Seiten. gr. 4°. Preis M. **2.50.**

Die Maschinen-Anlagen der Kgl. Technischen Hochschule zu Danzig für **Heizung, Lüftung, Strom- und Wasser-Versorgung** von Professor **E. Josse,** Vorsteher des Maschinen-Laboratoriums der Kgl. Technischen Hochschule Berlin. (Sonderabdruck aus der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure.) Mit 58 Textabb. u. 2 Taf. Preis M. **2.50.**

Kosten der Betriebskräfte bei 1—24 stündiger Arbeitszeit täglich und unter Berücksichtigung des Aufwandes für die Heizung. Für Betriebsleiter, Fabrikanten etc. sowie zum Handgebrauch von Ingenieuren und Architekten von **Otto Marr,** Ingenieur. Preis M. **2.50.**

Die neueren Kraftmaschinen, ihre Kosten und ihre Verwendung. Für Betriebsleiter, Fabrikanten etc. sowie zum Handgebrauch von Ingenieuren und Architekten. Herausgegeben von **Otto Marr,** Zivil-Ingenieur. Preis M. **3.—**.

Beide vorstehend aufgeführte Marrschen Schriften sind zweifellos ein hervorragend wertvolles Mittel, um rasch und leicht ein möglichst umfassendes Bild über die wirtschaftlichen Verhältnisse der verschiedenartigsten Betriebskräfte sich zu verschaffen.

Die Petroleum- und Benzinmotoren, ihre Entwicklung, Konstruktion und Verwendung. Ein Handbuch für Ingenieure, Studierende des Maschinenbaues, Landwirte und Gewerbetreibende aller Art. Bearbeitet von **G. Lieckfeld,** Zivilingenieur in Hannover. Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 188 in den Text gedruckten Abbildungen. gr. 8°. Preis M. **9.—**. In Leinwand geb. M. **10.—**.

Aus der Gasmotoren-Praxis. Ratschläge für den Ankauf, die Untersuchung und den Betrieb von Gasmotoren. Von **G. Lieckfeld,** Ingenieur in Hannover. 8°. 67 Seiten. Preis kart. M. **1.50.**





